

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/358046314>

MATEMATIKA BISNIS

Book · January 2022

CITATIONS

0

READS

35,746

3 authors:



Mesra Mesra

Universitas Pembangunan Panca Budi

127 PUBLICATIONS 2,155 CITATIONS

SEE PROFILE



Dewi Mahrani Rangkuty

Universitas Pembangunan Panca Budi

52 PUBLICATIONS 34 CITATIONS

SEE PROFILE



Bakhtiar Efendi

Universitas Pembangunan Panca Budi

15 PUBLICATIONS 41 CITATIONS

SEE PROFILE

MATEMATIKA BISNIS



Mesra B
Dewi Mahrani Rangkuty
Bakhtiar Efendi



Penerbit Andalan
Patner Maju & Besar Bersama Ilmu Anda

MATEMATIKA BISNIS

Dr. Mesra B, S.E, M.M

Dewi Mahrani Rangkuty, S.E, M.Si

Dr. Bakhtiar Efendi, S.E, M.Si



Penerbit Andalan
Patner Maju & Besar Bersama Ilmu Anda

MATEMATIKA BISNIS

Penulis:

Dr. Mesra B., S.E., M.M.

Dewi Mahrani Rangkuty, S.E., M.Si

Dr. Bakhtiar Efendi, S.E., M.Si

Nomor ISBN: 978-623-5965-06-2

Anggota IKAPI: 028/SUT/2019

Editor:

Lambok Manurung, S.E., M.M.

Penyunting:

Slamet Widodo

Desain sampul dan Tata letak:

Eko

Penerbit:

Penerbit Andalan Bintang Ghonim

Redaksi:

CV. Andalan Bintang Ghonim

Jl. Sawit Raya 13 A

Medan 20141

Telp/Fax. 0618368031

Hp. 081265557886

Jl. H. Gemin No. 17 Bekasi, Jawa Barat

Email: penerbitandalan@gmail.com

Cetakan pertama, Januari 2022

Hak Cipta dilindungi undang-undang

**Dilarang memperbanyak, menyalin, merekam sebagian
atau seluruh bagian buku ini dalam bahasa atau bentuk
apapun tanpa izin tertulis dari penerbit.**

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, puji syukur kehadiran Allah SWT atas rahmat dan limpahan karunia-Nya sehingga buku yang berjudul “Matematika Bisnis” dapat terselesaikan dengan baik. Buku ini berisi tentang bagaimana cara memecahkan setiap permasalahan bisnis dengan menggunakan formulasi dan simbol matematis, yang bertujuan untuk menyederhanakan masalah agar lebih mudah dipahami dan ditemukan solusinya. Ucapan terimakasih saya sampaikan untuk berbagai pihak yang membantu dalam penyusunan buku ini dan besar harapan bahwa buku ini dapat bermanfaat bagi pembaca.

Penulis menyadari bahwa penulisan buku ini tidak akan lepas dari kekurangan. Pembaca dapat memberikan kritik dan saran yang bersifat membangun demi perbaikan dan kesempurnaan buku ini.

Akhirnya kepada Allah jua kita berserah diri.

Medan, Januari 2022

Penulis

DAFTAR ISI

BAB I. Pengantar Matematika Bisnis	1
1.1. Matematika Bisnis	1
1.2. Teori Ekonomi dan Matematika Ekonomi	2
1.3. Variabel dan Konstanta.....	4
1.4. Model Matematika.....	5
BAB II. Fungsi Linier	7
2.1. Pengertian Fungsi.....	7
2.2. Pengertian Fungsi Linear.....	7
BAB III. Fungsi Permintaan Dan Penawaran Serta Keseimbangan Pasar	11
3.1. Permintaan.....	11
3.2. Penawaran	13
3.3. Keseimbangan Pasar.....	16
BAB IV. Pengaruh Pajak Dan Subsidi Terhadap Keseimbangan Pasar	26
4.1. Pengaruh Pajak Terhadap Keseimbangan Pasar	26
4.2. Pengaruh Subsidi Terhadap Keseimbangan Pasar	30
BAB V. Fungsi Biaya dan Fungsi Penerimaan.....	35
5.1. Fungsi Biaya.....	35
5.2. Fungsi Penerimaan	38
5.3. Keuntungan / Profit	39
5.4. Analisis Pulang Pokok.....	42
BAB VI. Fungsi Konsumsi Dan Tabungan	48
6.1. Konsumsi.....	48
6.2. Fungsi Konsumsi	50
6.3. Fungsi Tabungan	52
6.4. Hubungan MPC dengan MPS	53
6.5. Angka Pengganda Pendapatan (<i>Multiplier</i>)	54
6.6. Cara Lain untuk Mencari Fungsi Konsumsi & Tabungan	54
BAB VII. Barisan Dan Deret.....	65
7.1. Barisan Aritmatika	65
7.2. Deret Aritmatika.....	66

7.3. Deret Aritmatika.....	69
7.4. Deret Geometri.....	71
BAB VIII. Aplikasi Barisan Dan Deret Dalam Bisnis	74
8.1. Barisan dalam Usaha Bisnis.....	74
8.2. Deret dalam Usaha Bisnis	74
8.3. Deret dalam Mengukur Bunga Sederhana	75
8.4. Deret dalam Mengukur Bunga Majemuk.....	78
8.5. Nilai Sekarang dengan Bunga Majemuk.....	81
8.6. Deret dalam Mengukur Pertumbuhan Penduduk	83
BAB IX. Surplus Konsumen Dan Surplus Produsen	85
9.1. Surplus Konsumen	85
9.2. Surplus Produsen	87
DAFTAR PUSTAKA	97

BAB I

Pengantar Matematika Bisnis

1.1. Matematika Bisnis

Matematika bisnis merupakan salah satu ilmu matematika terapan, dimana masalah yang muncul dalam bisnis seperti biaya, harga, upah tenaga kerja, permintaan dan penawaran, penghasilan dan laba, produksi dan sebagainya diselesaikan dengan menggunakan analisis matematika untuk mendapatkan kesimpulan dan keputusan yang terbaik.

Dalam banyak hal konsep dasar bisnis hanya diekspresikan dalam bentuk matematika sederhana, seperti bilangan bulat atau pecahan diikuti dengan operasi sederhana seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Namun dengan berkembangnya kehidupan manusia, maka aktivitas ekonomi yang dilakukan semakin kompleks dan makin saling terkait dengan aktivitas lainnya, sehingga membutuhkan pemecahan yang kompleks juga.

Secara umum, semakin kompleks suatu masalah, akan semakin kompleks pula alat analisis yang digunakan untuk pemecahannya. Salah satu alat yang selama ini dianggap mampu mengekspresikan kekompleksan permasalahan tersebut adalah model matematika. Mentransformasi model ekonomi kedalam model matematika, memungkinkan terjadinya peralihan tingkat kesulitan pemecahan masalah ekonomi ke dalam pemecahan masalah matematika. Untuk itu diperlukan pemahaman tentang beberapa konsep matematika sebagai syarat pemecahan masalah matematika, sehingga perlu dipelajari oleh ekonom dan pelaku bisnis. Hal ini diperlukan agar interpretasi pemecahan matematika dapat dikonversikan kedalam penyelesaian masalah ekonomi dan bisnis. Tingkat kesulitan masalah matematika

bukan disebabkan oleh jenis atau cabang matematika itu sendiri, melainkan disebabkan oleh sulit dan kompleksnya gejala yang penyelesaiannya diusahakan dapat didekati oleh permintaan komoditi dan P adalah harga satuannya, a dan b adalah parameter atau koefisien. Sehingga model teori ekonomi yang kualitatif dapat didekati dengan model kuantitatif. Menemukan nilai parameter a dan b dalam persamaan matematika $Q = a + bP$, diperlukan pengetahuan tentang beberapa konsep dalam matematika atau statistika. Dengan demikian konsep matematik atau statistika yang mampu mengekspresikan konsep ekonomi dan permasalahannya serta menemukan pemecahannya disebut sebagai matematika ekonomi atau statistika ekonomi.

Selain model linier sederhana tersebut di atas, masih banyak model matematika lainnya yang mampu mengekspresikan fenomena ekonomi maupun bisnis dalam dunia nyata. Sebagai contoh, model eksponensial dapat mengekspresikan kasus pertumbuhan penduduk, pertumbuhan pendapatan suatu negara, model multivariate dapat mengungkapkan pengaruh berbagai variabel terhadap permintaan dan penawaran sebuah komoditi, model linier programming, model kalkulus differensial yang banyak diaplikasikan dalam menyelesaikan masalah ekonomi dan bisnis yang menyangkut optimalisasi. dan model matematika lainnya dengan berbagai manfaatnya. Untuk itu, pada bagian pendahuluan ini, diperlukan beberapa pemahaman tentang variabel, parameter, dan konstanta sebagai konsep dasar model matematika yang akan digunakan dalam penerapan pemecahan masalah nyata

1.2. Teori Ekonomi dan Matematika Ekonomi

Teori Ekonomi mengungkapkan hubungan antar variabel ekonomi secara kualitatif, misalnya, jika harga naik/turun kuantitas

permintaan berkurang/naik, jika investasi bertambah maka pendapatan nasional meningkat, jika konsumsi meningkat maka pendapatan nasional meningkat dan hubungan lainnya yang berhubungan dengan aktivitas ekonomi sebuah kelompok masyarakat Teori Ekonomi yang terkait dengan phenomena tersebut, tidak memberikan ukuran kekuatan hubungan secara tegas antara variabel ekonomi. Matematika Ekonomi dapat membantu menyederhanakan hubungan tersebut dalam sebuah model yang disebut dengan model matematika, Sebagai contoh secara konsep ekonomi, terdapat gejala bahwa permintaan sebuah komoditi sangat bergantung pada harganya, dengan anggapan bahwa faktor lain yang dapat mempengaruhi permintaan komoditi tersebut dianggap konstan (*ceteris paribus*). Gejala tersebut dapat diekspresikan sebagai sebuah fungsi matematik $Q = f(P)$. Jika hubungan tersebut diasumsikan linear, maka kemudian dapat diperjelas dengan model linear $Q = a + bP$, dengan Q adalah kuantitas permintaan komoditi dan P adalah harga satuannya, dan a dan b adalah parameter atau koefisien. Sehingga model teori ekonomi yang kualitatif dapat didekati dengan model kuantitatif. Menemukan nilai parameter a dan b dalam persamaan matematika $Q = a + bP$, diperlukan pengetahuan tentang beberapa konsep dalam matematika atau statistika. Dengan demikian konsep matematika atau statistika yang mampu mengekspresikan konsep ekonomi dan permasalahannya serta menemukan pemecahannya disebut sebagai matematika ekonomi atau statistika ekonomi.

Selain model linear sederhana tersebut di atas, masih banyak model matematika lainnya yang mampu mengekspresikan phenomena ekonomi maupun bisnis dalam dunia nyata. Sebagai contoh, model eksponensial dapat mengekspresikan kasus pertumbuhan penduduk, pertumbuhan pendapatan suatu negara, model multivariate dapat

mengungkapkan pengaruh berbagai variabel terhadap permintaan dan penawaran sebuah komoditi, model linear programming, model kalkulus differensial yang banyak diaplikasikan dalam menyelesaikan masalah ekonomi dan bisnis yang menyangkut optimalisas. dan model matematika lainnya dengan berbagai manfaatnya. Untuk itu, pada bagian pendahuluan ini, diperlukan beberapa pemahaman tentang variabel, parameter, dan konstanta sebagai konsep dasar model matematika yang akan digunakan dalam penerapan pemecahan masalah nyata.

1.3. Variabel dan Konstanta

Model matematika pada umumnya dinyatakan dengan berbagai simbol dan kombinasi antara variabel dan konstanta. Variabel merupakan unsur yang sifatnya berubah-ubah dari satu keadaan ke keadaan lainnya, dan dalam suatu rumusan fungsi dapat dibedakan menjadi variabel bebas dan tidak bebas. Variabel bebas yaitu variabel yang dapat menerangkan variabel lainnya (mempengaruhi), Variabel tidak bebas yaitu variabel yang diterangkan oleh variabel bebas (dipengaruhi). Koefisien ialah bilangan atau angka yang diletakkan tepat didepan suatu variabel, dan terkait dengan variabel yang bersangkutan.

Konstanta adalah suatu besaran bilangan atau angka yang sifatnya tetap dan tidak berubah untuk suatu kasus dan tidak terkait dengan suatu variabel. Konstanta atau koefisien yang sifatnya masih umum disebut sebagai parameter, artinya besarannya tetap untuk suatu kasus, tetapi berubah pada kasus lainnya.

Sebagai contoh persamaan:

$$Y = 10 + 2 X,$$

nilai 10 dan 2 adalah konstanta, X adalah variabel bebas dan Y adalah

variabel tidak bebas, konstanta 2 dapat disebut sebagai koefisien variabel X. Selanjutnya jika persamaan:

$$Y = a + b X,$$

Dengan a dan b adalah konstanta, dalam hal ini a dan b dapat disebut juga parameter, karena nilainya dapat berbeda untuk mengungkapkan kasus yang sama pada objek yang berbeda.

1.4. Model Matematika

Model adalah representasi dari objek atau situasi atau kondisi yang sebenarnya. Model dapat disajikan dalam berbagai bentuk, yang salahsatunya adalah model matematika. Model matematika merepresentasikan suatu masalah dengan sistem yang mencerminkan hubungan antar simbol atau hubungan matematis. Sebagai contoh, permintaan sebuah komoditi P, penerimaan dari hasil penjualan produk Q adalah R, biaya total untuk memproduksi Q adalah C, dan laba total dari penjualan Q ditentukan dengan mendapatkan selisih antara penerimaan R dengan total biaya C dari jumlah Q yang yang terjual.

Tujuan dari adanya sebuah model matematika adalah, memungkinkan dilakukan proses pengambilan keputusan mengenai situasi nyata dengan menganalisis model tersebut. Nilai kesimpulan dan keputusan berdasarkan model tergantung pada seberapa baiknya model matematika dapat merepresentasikan kondisi nyatanya. Dengan pengertian bahwa model yang baik membuat keputusan menjadi tidak bias.

Model matematika selalu melibatkan simbol untuk menyatakan suatu besaran bilangan dan angka, maka pemahaman himpunan dan operasinya, sistem bilangan dan operasinya perlu dipahami dengan baik, terutama system bilangan nyata. Penjelasan pada bab selanjutnya akan mebantu pembaca untuk memahami himpunan dan sistem

bilangan nyata dan operasinya. Selain itu model matematika yang membutuhkan pemahaman tentang konsep linear dan kuadratik, maupun model-model non linear lainnya dapat dipelajari dalam modul ini. Selain itu modul ini akan dilengkapi juga dengan bentuk-bentuk kasus matematika dan kasus ekonomi serta bisnis dalam bentuk soal-jawab, dan beberapa tugas dalam bentuk soal latihan untuk pemahaman lebih mendalam.

BAB II

Fungsi Linier

2.1. Pengertian Fungsi

Fungsi adalah hubungan matematis antara suatu variabel dengan variabel lainnya. Unsur-unsur pembentuk fungsi adalah variabel, koefisien, dan konstanta. Variabel adalah unsur yang sifatnya berubah-ubah dari satu keadaan ke keadaan lainnya. Variabel dapat dibedakan menjadi variabel bebas dan variabel terikat. Variabel bebas: variabel yang menjelaskan variabel lainnya. Adapun Variabel terikat adalah variabel yang diterangkan oleh variabel bebas. Koefisien adalah bilangan atau angka yang diletakkan tepat di depan suatu variabel, terkait dengan variabel yang bersangkutan. Konstanta sifatnya tetap dan tidak terkait dengan suatu variabel apapun.

2.2. Pengertian Fungsi Linear

Fungsi linier adalah suatu fungsi yang variabelnya berpangkat satu atau suatu fungsi yang grafiknya merupakan garis lurus. Oleh karena itu fungsi linier sering disebut dengan persamaan garis lurus dengan bentuk umumnya sbb:

$$y = mx + c$$

Dimana:

m = gradien / kemiringan / kecondongan

c = konstanta

Kemiringan dan Titik Potong Sumbu

Kemiringan (*slope*) dari fungsi linier adalah sama dengan perubahan variabel terikat x dibagi dengan perubahan dalam variabel bebas y . Kemiringan juga disebut gradien yang dilambangkan dengan huruf m .

Jadi: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ atau $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Contoh:

$$y = 15 - 3x$$

Kemiringannya adalah: -3 . Ini berarti bahwa untuk setiap kenaikan satu unit variabel x akan menurunkan 3 unit variabel y .

Menentukan Persamaan Garis

Sebuah persamaan linier dapat dibentuk melalui beberapa macam cara, yaitu:

- (1) Metode dua titik
- (2) Metode satu titik dan satu kemiringan

Metode Dua Titik

Apabila diketahui dua titik A dan B dengan koordinat masing-masing (X_1, Y_1) dan (X_2, Y_2) , maka rumus persamaan liniernya adalah:

$$\frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{X - X_1}{X_2 - X_1}$$

Misal diketahui titik A (2,3) dan titik B (6,5), maka persamaan liniernya adalah:

$$\frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{X - X_1}{X_2 - X_1}$$

$$\frac{Y - 3}{5 - 3} = \frac{X - 2}{6 - 2}$$

$$\frac{Y - 3}{2} = \frac{X - 2}{4}$$

$$4Y - 12 = 2X - 4$$

$$4Y = 12 + 2X - 4$$

$$Y = \frac{8 + 2x}{4}$$

$$Y = 2 + 0,5X$$

Metode Satu Titik dan Satu Kemiringan

Dari sebuah titik A (X_1, Y_1) dan suatu kemiringan (m) dapat dibentuk sebuah persamaan linier dengan rumus sebagai berikut:

$$Y - Y_1 = m (X - X_1)$$

Misal diketahui titik A (2,3) dan kemiringan $m = 0,5$, maka persamaan liniernya adalah:

$$Y - Y_1 = m (X - X_1)$$

$$Y - 3 = 0,5 (X - 2)$$

$$Y = 3 + 0,5X - 1$$

$$Y = 2 + 0,5X$$

Soal:

1. Carilah kemiringan (*slope*) garis yang telah ditentukan oleh titik A dan B berikut ini:
 - a. A (3,4) dan B (4,3)
 - b. A (4,5) dan B (8,13)
2. Carilah kemiringan (*slope*) dari garis – garis berikut:
 - a. $Y = 2X + 3$
 - b. $4X - 6Y = 10$
3. Tulislah persamaan – persamaan berikut dalam bentuk *slope-intercept*:
 - a. $2X - 3Y - 6 = 0$
 - b. $3X + 4Y + 1 = 0$
4. Carilah kemiringan dan titik potong sumbu Y pada setiap garis – garis berikut:
 - a. $3X - 12Y + 2 = 0$
 - b. $2X - 5Y - 10 = 0$

5. Untuk setiap pasangan titik – titik koordiant (X,Y) carilah persamaan garis lurus: $Y = a_0 + a_1x$
- a. (3,5), (10,2)
 - b. (4, -2), (0,6)
6. Untuk setiap titik koordinat (X,Y), koefisien kemiringan a berikut ini carilah persamaan garis lurus $y = a_0 + a_1x$
- a. (2,6) dan $a = 0,4$
 - b. (5,8) dan $a = -1,6$
7. Tentukaah apakah garis – garis berikut sejajar atau tidak
- a. $2x - 3y + 2 = 0$ dan $4x - 6y = 0$
 - b. $3x + y + 4 = 0$ dan $6x - 2y + 8 = 0$

BAB III

Fungsi Permintaan Dan Penawaran Serta Keseimbangan Pasar

3.1. Permintaan

Permintaan tercipta apabila ada keinginan untuk membeli barang atau jasa, tetapi keinginan ini harus di sertai dengan kemampuan konsumen untuk membayar barang atau jasa tersebut. Dalam permintaan ada tiga hal yang harus di perhatikan, yaitu kuantitas yang diminta, keinginan yang disertai kemampuan membayar, dan kuantitas yang diinginkan dinyatakan dalam satuan waktu.

Kuantitas yang diminta menunjukkan berapa banyak permintaan suatu barang atau jasa berdasarkan, harga, selera konsumen, dan harga barang substitusi atau barang lain yang memungkinkan sebagai pengganti. Dan pernyataan dalam satuan waktu berarti jumlah permintaan harus disertai kurun waktu jumlah barang itu diinginkan, hari, minggu, bulan maupun tahun.

Hukum Permintaan

Hukum Permintaan adalah penjelasan bagaimana permintaan bekerja. Hukum ini menyatakan bahwa permintaan suatu barang atau jasa kuantitasnya akan lebih banyak jika harga barang atau jasa tersebut harganya turun, dan jika harganya meningkat maka kuantitas permintaan akan menurun, asumsi: *ceteris paribus*.

Fungsi Permintaan

Fungsi permintaan adalah suatu fungsi yang menunjukkan hubungan antara kuantitas barang atau jasa yang di minta oleh para konsumen dengan harga barang atau jasa tersebut. Fungsi permintaan juga mematuhi hukum permintaan, dimana ketika harga barang naik, kuantitas yang diminta akan turun dan jika harga barang turun,

kuantitas yang diminta akan naik. Hal ini menunjukkan bahwa harga barang dan permintaan/kuantitas yang diminta memiliki hubungan negatif, oleh karena itu fungsi permintaan akan selalu negatif.

Bentuk Umum Fungsi Permintaan:

$$Q_d = a - bP_d \text{ atau}$$

$$P_d = \frac{-(Q_d - a)}{b} \text{ atau } -\frac{1}{b} (Q_d - a)$$

Dimana:

Q_d = Quantity = jumlah barang yang diminta

P_d = Price = harga barang yang diminta

a = konstanta

b = gradien/kemiringan atau koefisien dari P_d yang bernilai negatif

Rumus Fungsi Permintaan:

$$\frac{P - P_1}{P_2 - P_1} = \frac{Q - Q_1}{Q_2 - Q_1}$$

Dimana:

P_1 = harga awal Q_1 = kuantitas awal

P_2 = harga akhir Q_2 = kuantitas akhir

Contoh:

Di sebuah restoran cepat saji, harga sebuah hamburger adalah Rp 20.000 dan kuantitas yang diminta adalah 100 buah. Ketika harga hamburger naik menjadi Rp 25.000, kuantitas yang diminta turun menjadi 50 buah. Fungsi permintaannya adalah....

Jawab:

Diket:

$$P_1 = \text{Rp } 20.000 \qquad Q_1 = 100$$

$$P_2 = \text{Rp } 25.000 \qquad Q_2 = 50$$

Tanya: Fungsi permintaan = ...?

Jawab:

$$\begin{aligned}\frac{P - P_1}{P_2 - P_1} &= \frac{Q - Q_1}{Q_2 - Q_1} \\ \frac{P - 20.000}{25.000 - 20.000} &= \frac{Q - 100}{50 - 100} \\ \frac{P - 20.000}{5.000} &= \frac{Q - 100}{-50} \\ (P - 20.000)(-50) &= (Q - 100)(5.000) \\ -50P + 1.000.000 &= 5.000Q - 500.000 \\ 5000Q &= -50P + 1.000.000 + 500.000 \\ 5000Q &= -50P + 1.500.000 \\ Q &= \frac{-50P + 1.500.000}{5.000} \\ \text{Bagi } -50P \text{ dan } 1.500.000 &\text{ dengan } 5.000 \\ \text{Jadi, } Q &= -0,01P + 300 \\ \text{Jadi fungsi permintaannya : } Q_d &= -0,01P + 300 \text{ atau} \\ Q_d &= 300 - 0,01P\end{aligned}$$

3.2. Penawaran

Penawaran atau *supply* merupakan kuantitas barang dan jasa yang tersedia dan ditawarkan oleh produsen kepada konsumen pada setiap tingkat harga selama periode waktu tertentu (asumsi: *ceteris paribus*).

Penawaran ditentukan oleh banyak faktor, seperti harga bahan baku dan jumlah produsen di pasar. Selain dari faktor-faktor tersebut, harga merupakan yang terpenting dalam menentukan kuantitas penawaran, seperti yang dikatakan oleh Hukum Penawaran, yaitu apabila harga barang dan jasa naik, maka kuantitas yang ditawarkan

juga naik atau lebih banyak. Begitu juga sebaliknya, jika harga barang dan jasa turun, kuantitas yang ditawarkan lebih sedikit.

Hukum Penawaran

Hukum Penawaran menyatakan ketika harga barang dan jasa naik, kuantitas yang ditawarkan juga naik dan jika harga barang dan jasa turun, kuantitas yang ditawarkan pun turun. Hal ini menunjukkan bahwa penawaran dan harga barang yang ditawarkan memiliki hubungan positif, oleh karena itu fungsi penawaran akan selalu positif.

Fungsi Penawaran

Fungsi penawaran merupakan fungsi yang menunjukkan hubungan antara harga barang yang ada di pasar dengan kuantitas penawaran yang ditawarkan oleh produsen.

Bentuk umum fungsi penawaran:

$$Q_s = a + bP_s \quad \text{atau} \quad P = \frac{(Q - a)}{b} \quad \text{atau} \quad \frac{1}{b} (Q - a)$$

Dimana :

a = konstanta

b = koefisien, dimana b harus bernilai positif

Q_s = jumlah barang yang ditawarkan

P_s = harga barang yang ditawarkan

Rumus Fungsi Penawaran

$$\frac{P - P_1}{P_2 - P_1} = \frac{Q - Q_1}{Q_2 - Q_1}$$

Dimana:

P_1 = harga awal Q_1 = kuantitas awal

P_2 = harga akhir Q_2 = kuantitas akhir

Contoh:

Seorang peternak sapi menjual susu sapi hasil ternaknya. Ketika harga susu Rp 5.000/botol, ia dapat menjual sebanyak 100 botol dan pada saat harga susu menjadi Rp 10.000/botol, ia dapat menjual sebanyak 150 botol. Fungsi penawarannya adalah...

Jawab:

Diket:

$$P_1 = \text{Rp } 5.000 \quad Q_1 = 100$$

$$P_2 = \text{Rp } 10.000 \quad Q_2 = 150$$

Tanya: Fungsi penawaran = ...?

Jawab:

$$\frac{P - P_1}{P_2 - P_1} = \frac{Q - Q_1}{Q_2 - Q_1}$$

$$\frac{P - 5.000}{10.000 - 5.000} = \frac{Q - 100}{150 - 100}$$

$$\frac{P - 5.000}{5.000} = \frac{Q - 100}{50}$$

$$(P - 5.000)(50) = (Q - 100)(5.000)$$

$$50P - 250.000 = 5.000Q - 500.000$$

$$5000Q = 50P - 250.000 + 500.000$$

$$5000Q = 50P + 250.000$$

$$Q = \frac{50P + 250.000}{5.000}$$

Bagi 50P dan 250.000 dengan 5.000

$$\text{Jadi, } Q = -0,01P + 50$$

Jadi fungsi penawarannya adalah $Q_s = 0,01P + 50$ atau

$$Q_s = 50 + 0,01P$$

3.3. Keseimbangan Pasar

Keseimbangan Pasar untuk:

- a. Satu Macam Produk
- b. Dua Macam Produk

Keseimbangan Pasar Untuk Satu Macam Produk

Pasar suatu barang dikatakan dalam keseimbangan (*equilibrium*) apabila:

- a) Jumlah barang yang diminta sama dengan jumlah barang yang ditawarkan: $Q_d = Q_s$.
- b) Harga barang yang diminta sama dengan harga barang yang ditawarkan: $P_d = P_s$

Contoh :

Tentukan jumlah barang dan harga pada keseimbangan pasar untuk fungsi permintaan : $Q_d = 28 - P$ dan fungsi penawaran : $Q_s = 8 + P$.

Jawab:

Diket:

Fungsi Permintaan : $Q_d = 28 - P$

Fungsi Penawaran : $Q_s = 8 + P$

Tanya: Keseimbangan pasar = ...?

Jawab:

Keseimbangan terjadi apabila:

$$Q_d = Q_s,$$

$$28 - P = 8 + P$$

$$2P = 20$$

$$P = 10$$

Sehingga Q = ...?

$$Q = 28 - P$$

$$Q = 28 - 10$$

$$Q = 10$$

Jadi keseimbangan pasar terjadi pada saat harga (P) = 10 dan jumlah barang yang ditawarkan (Q) = 10.

Keseimbangan Pasar Untuk Dua Macam Produk

Di pasar terkadang permintaan suatu barang dipengaruhi oleh permintaan barang lain. Ini bisa terjadi pada dua macam produk atau lebih yang berhubungan secara substitusi (produk pengganti) dan komplementer (produk pelengkap).

Contoh Produk substitusi

- Beras dengan gandum,
- Minyak tanah dengan gas elpiji,

Contoh produk komplementer

- Teh dengan gula,
- Semen dengan pasir

Secara matematis fungsi permintaan dan fungsi penawaran produk yang berinteraksi mempunyai dua variabel bebas, yaitu:

- (1) Harga produk itu sendiri, dan
- (2) Harga produk lain yang saling berhubungan

Notasi fungsi permintaan menjadi:

$$Q_{dx} = a_0 - a_1P_x + a_2P_y$$

$$Q_{dy} = b_0 + b_1P_x - b_2P_y$$

Sedangkan fungsi penawarannya menjadi:

$$Q_{sx} = -m_0 + m_1P_x + m_2P_y$$

$$Q_{sy} = -n_0 + n_1P_x - n_2P_y$$

Dimana:

Q_{dx} = Jumlah yang diminta dari produk X

Q_{dy} = Jumlah yang diminta dari produk Y

Q_{sx} = Jumlah yang ditawarkan dari produk X

Q_{sy} = Jumlah yang ditawarkan dari produk Y

P_x = Harga produk X

P_y = Harga produk Y

a_0 , b_0 , m_0 , dan n_0 adalah konstanta

Syarat keseimbangan pasar dicapai jika:

$$Q_{sx} = Q_{dx}$$

$$Q_{sy} = Q_{dy}$$

Contoh:

Diketahui fungsi permintaan dan fungsi penawaran dari dua macam produk yang mempunyai hubungan substitusi sebagai berikut:

$$Q_{dx} = 5 - 2P_x + P_y$$

$$Q_{sx} = -5 + 4P_x - P_y$$

$$Q_{dy} = 6 + P_x - P_y$$

$$Q_{sy} = -4 - P_x + 3P_y$$

Carilah harga dan jumlah keseimbangan pasar!

Jawab:

Diket:

$$Q_{dx} = 5 - 2P_x + P_y$$

$$Q_{sx} = -5 + 4P_x - P_y$$

$$Q_{dy} = 6 + P_x - P_y$$

$$Q_{sy} = -4 - P_x + 3P_y$$

Tanya: Harga dan jumlah keseimbangan pasar = ...?

Jawab:

Syarat Keseimbangan Pasar:

$$Q_{sx} = Q_{dx}$$

$$-5 + 4P_x - P_y = 5 - 2P_x + P_y$$

$$4P_x - P_y + 2P_x - P_y = 5 + 5$$

$$6P_x - 2P_y = 10 \dots\dots\dots (1)$$

$$Q_{S_y} = Q_{D_y}$$

$$-4 - P_x + 3P_y = 6 + P_x - P_y$$

$$-P_x + 3P_y - P_x + P_y = 6 + 4$$

$$-2P_x + 4P_y = 10 \dots\dots\dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) didapat:

$$6P_x - 2P_y = 10 \quad \Rightarrow \text{dikali 2}$$

$$-2P_x + 4P_y = 10 \quad \Rightarrow \text{dikali 1}$$

$$12P_x - 4P_y = 20$$

$$\underline{-2P_x + 4P_y = 10} \quad +$$

$$10P_x + 0 = 30$$

$$P_x = 3$$

Disubstitusikan:

$$P_x = 3 \Rightarrow 6(3) - 2P_y = 10$$

$$18 - 2P_y = 10$$

$$- 2P_y = -8$$

$$P_y = 4$$

Dengan $P_x = 3$ dan $P_y = 4$, maka:

$$Q_x = 5 - 2P_x + P_y$$

$$Q_x = 5 - 2(3) + 4$$

$$Q_x = 5 - 6 + 4$$

$$Q_x = 3$$

$$Q_y = 6 + P_x - P_y$$

$$= 6 + 3 - 4$$

$$Q_y = 5$$

Jadi keseimbangan untuk dua macam produk berada pada:

$$Q_x = 3$$

$$Q_y = 5$$

$$P_x = 3$$

$$P_y = 4$$

Catatan:

Rumus Untuk Mencari Fungsi Permintaan dan Penawaran	
1. $\frac{P - P_1}{P_2 - P_1} = \frac{Q - Q_1}{Q_2 - Q_1}$	4. $\frac{Q + P}{a + b} = 1$
2. $m = \frac{P_2 - P_1}{Q_2 - Q_1}$ $P - P_1 = m (Q - Q_1)$	5. Syarat harga tertinggi dan harga terendah jika: $Q = 0$
3. $m = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1}$ $Q - Q_1 = m (P - P_1)$	6. Syarat barang bebas jika: $P = 0$

Soal dan Pembahasan:

1. Bila harga Rp 50 jumlah yang dibeli 40 unit dan bila harga naik menjadi Rp 60 jumlah yang dibeli 20 unit.

Tentukan:

- a. Fungsi permintaan
- b. Harga tertinggi
- c. Bila yang dibeli 50 unit berapa tingkat harga
- d. Bila tingkat harga Rp 40 berapa jumlah permintaannya

Jawab:

Diket:

$$P_1 = 50 \quad \text{dan} \quad Q_1 = 40$$

$$P_2 = 60 \quad \text{dan} \quad Q_2 = 20$$

Tanya:

a) Fungsi Permintaan, dengan berbagai rumus:

$$1) \frac{P - P_1}{P_2 - P_1} = \frac{Q - Q_1}{Q_2 - Q_1}$$

$$\frac{P - 50}{60 - 50} = \frac{Q - 40}{20 - 40}$$

$$\frac{P - 50}{10} = \frac{Q - 40}{-20}$$

$$-20(P - 50) = 10(Q - 40)$$

$$-20P + 1.000 = 10Q - 400$$

$$-20P = 10Q - 400 - 1.000$$

$$P = -\frac{1}{2}Q + 70$$

Jadi fungsi permintaannya adalah : $P = -\frac{1}{2}Q + 70$

$$2) m = \frac{P_2 - P_1}{Q_2 - Q_1}$$

$$m = \frac{60 - 50}{20 - 40} = \frac{10}{-20} = -\frac{1}{2}$$

$$P - P_1 = m (Q - Q_1)$$

$$P - 50 = m (Q - Q_1)$$

$$P - 50 = -\frac{1}{2} (Q - 40)$$

$$P - 50 = -\frac{1}{2} Q + 20$$

$$\underline{P = -\frac{1}{2} Q + 70}$$

Jadi fungsi permintaannya adalah : $P = -\frac{1}{2}Q + 70$

$$3) m = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1}$$

$$m = \frac{20 - 40}{60 - 50} = \frac{-20}{10} = -2$$

$$Q - Q_1 = m (P - P_1)$$

$$Q - 40 = -2(P - 50)$$

$$Q - 40 = -2P + 100$$

$$Q = 100 + 40 - 2P$$

$$Q = 140 - 2P$$

Jadi fungsi permintaannya adalah : $Q = 140 - 2P$

b) Harga Tertinggi:

Syarat harga tertinggi, jika $Q = 0$

$$P = -\frac{1}{2}Q + 70$$

$$P = -\frac{1}{2}(0) + 70$$

$$P = 0 + 70$$

$$P = 70$$

Jadi harga tertinggi sebesar : Rp 70

c) Bila yang dibeli (Q) = 50 unit, berapa tingkat harga?

$$P = -\frac{1}{2}Q + 70$$

$$P = -\frac{1}{2}(50) + 70$$

$$P = -25 + 70$$

$$P = 45$$

Jadi bila yang dibeli 50 unit tingkat harganya: Rp 45

d. Bila tingkat harga (P) = 40, berapa unit yang dibeli?

$$Q = -2P + 140$$

$$Q = -2(40) + 140$$

$$Q = -80 + 140$$

$$Q = 60 \text{ unit}$$

Jadi bila tingkat harga Rp 40 jumlah yang dibeli : 60 unit

2. Bila harga Rp 60 jumlah yang dijual 40 unit dan bila harga naik menjadi Rp 80 jumlah yang dijual 80 unit.

Tentukan:

- Fungsi penawaran
- Harga terendah
- Bila yang dijual 100 unit berapa tingkat harga
- Bila tingkat harga Rp 50 berapa jumlah penawarannya

Jawab:

$$P_1 = 60 \quad Q_1 = 40$$

$$P_2 = 80 \quad Q_2 = 80$$

a) Fungsi Penawaran, dengan berbagai rumus:

$$1) \frac{P - P_1}{P_2 - P_1} = \frac{Q - Q_1}{Q_2 - Q_1}$$

$$\frac{P - 60}{80 - 60} = \frac{Q - 40}{80 - 40}$$

$$\frac{P - 60}{20} = \frac{Q - 40}{40}$$

$$40P - 2400 = 20Q - 800$$

$$40P = 20Q - 800 + 2400$$

$$40P = 20Q + 1600$$

$$P = \frac{1}{2}Q + 40$$

Jadi fungsi penawarannya adalah : $P = \frac{1}{2}Q + 40$

$$2) \quad m = \frac{P_2 - P_1}{Q_2 - Q_1}$$

$$m = \frac{80 - 60}{80 - 40} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$P - P_1 = m (Q - Q_1)$$

$$P - 60 = \frac{1}{2}(Q - 40)$$

$$P - 60 = \frac{1}{2}Q - 20$$

$$P = \frac{1}{2}Q - 20 + 60$$

$$P = \frac{1}{2}Q + 40$$

Jadi fungsi penawarannya adalah: $P = \frac{1}{2}Q + 40$

$$3) \quad m = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1}$$

$$m = \frac{80 - 40}{80 - 60} = \frac{40}{20} = 2$$

$$Q - Q_1 = m (P - P_1)$$

$$Q - 40 = 2(P - 60)$$

$$Q - 40 = 2P - 120$$

$$Q = 2P - 80$$

Jadi fungsi penawarannya adalah: $Q = 2P - 80$

- b) Berapa Harga Terendah?

Syarat harga terendah bila: $Q = 0$

$$P = \frac{1}{2}Q + 40$$

$$P = \frac{1}{2}(0) + 40$$

$$P = 0 + 40$$

$$P = 40$$

Jadi harga terendah sebesar : Rp 40

- c) Bila yang dijual (Q) = 100 unit, berapa tingkat harga?

$$P = \frac{1}{2}Q + 40$$

$$P = \frac{1}{2}(100) + 40$$

$$P = 50 + 40$$

$$P = 90$$

Jadi bila yang dijual 100 unit pada tingkat harga: Rp 90

- d) Bila tingkat harga (P) = 50, berapa penawaran?

$$P = \frac{1}{2}Q + 40$$

$$50 = \frac{1}{2}Q + 40$$

$$\frac{1}{2}Q = 50 - 40$$

$$Q = 20$$

Dengan tingkat harga Rp 50 jumlah yang dijual: 20 unit

Soal latihan:

1. Ketika harga “Accer” Rp 5.000.000 / unit, jumlah permintaan sebesar 80 unit. Namun ketika harga “Accer” naik sebesar 10% menyebabkan permintaan turun menjadi 60 unit. Carilah fungsi permintaannya...
2. Diketahui fungsi penawaran $Q_s = 100 + 3P$. Pada saat harga Rp 100 jumlah barang yang diminta sebanyak 50 unit. Ketika harga turun menjadi Rp 50 jumlah barang yang diminta 150 unit. Harga keseimbangan pasar yang terjadi adalah ...
3. Diketahui fungsi penawaran $Q = -200 + 5P$
Tentukan:
 - a. Harga terendah
 - b. Bila tingkat harga Rp 70 berapa yang ditawarkan
 - c. Bila yang dijual 100 unit berapa tingkat harganya
4. Fungsi permintaan ditunjukkan oleh persamaan : $Q_d = 10 - 5P$ dan fungsi penawarannya adalah : $Q_s = -4 + 9P$
Berapakah harga dan jumlah keseimbangan yang tercipta di pasar?

BAB IV

Pengaruh Pajak Dan Subsidi Terhadap Keseimbangan Pasar

4.1. Pengaruh Pajak Terhadap Keseimbangan Pasar

Pengenaan pajak atas suatu barang yang diproduksi/dijual akan mempengaruhi keseimbangan pasar barang tersebut. Pajak yang dikenakan atas penjualan suatu barang menyebabkan harga jual barang tersebut naik. Setelah dikenakan pajak, maka produsen akan mengalihkan sebagian beban pajak tersebut kepada konsumen, yaitu dengan menawarkan harga jual yang lebih tinggi. Akibatnya harga keseimbangan yang tercipta di pasar menjadi lebih tinggi daripada harga keseimbangan sebelum pajak, sedangkan jumlah keseimbangan menjadi lebih sedikit.

Pengenaan pajak sebesar t atas setiap unit barang yang dijual menyebabkan kurva penawaran bergeser ke atas, dengan penggal yang lebih besar (lebih tinggi) pada sumbu harga. Jika sebelum pajak persamaan penawarannya : $P_s = f(Q)$, maka setelah adanya pajak menjadi:

$$P_s = f(Q) + t$$

Dengan kurva penawaran yang lebih tinggi (*ceteris paribus*), titik keseimbangan akan bergeser menjadi lebih tinggi.

Contoh 1:

Fungsi permintaan suatu barang ditunjukkan oleh $P = 15 - Q$, sedangkan penawarannya $P = 3 + 0,5Q$. Terhadap barang tersebut dikenakan pajak sebesar 3 perunit. Berapa harga keseimbangan dan jumlah keseimbangan sebelum pajak dan berapa pula jumlah keseimbangan sesudah pajak ?

Jawab:

Diket:

Fungsi permintaan: $P = 15 - Q$

Fungsi penawaran: $P = 3 + 0,5Q$

Besar pajak: $t = 3$ perunit

Tanya:

- 1) Keseimbangan pasar sebelum adanya pajak = ...?
- 2) Keseimbangan pasar setelah adanya pajak = ...?

Jawab:

- 1) Keseimbangan Sebelum Pajak

$$P_d = P_s$$

$$15 - Q = 3 + 0,5Q$$

$$15 - 3 = Q + 0,5Q$$

$$12 = 1,5Q$$

$$Q = 8$$

Dengan: $Q = 8$,

Maka: $P = 15 - Q$

$$= 15 - 8$$

$$P = 7$$

Jadi keseimbangan sebelum adanya pajak adalah jumlah barang yang ditawarkan (Q) = 8 dan harga barang (P) = 7.

- 2) Keseimbangan Setelah Pajak

Pajak hanya akan mempengaruhi fungsi penawaran saja sementara fungsi permintaan tetap. Oleh karena pajak yang dikenakan terhadap barang sebesar 3, maka fungsi penawaran berubah menjadi:

Fungsi penawaran awal: $P = 3 + 0,5Q$

Berubah menjadi: $P = 3 + 0,5Q + 3$

$$P = 6 + 0,5Q$$

Sekarang keseimbangan setelah adanya pajak menjadi:

$$P_d = P_s + t$$

$$15 - Q = 6 + 0,5Q$$

$$15 - 6 = Q + 0,5Q$$

$$9 = 1,5Q$$

$$Q = 6$$

Dengan $Q = 6$,

$$\text{Maka: } P = 15 - Q$$

$$P = 15 - 6$$

$$P = 9$$

Jadi sekarang titik keseimbangan yang baru setelah adanya pajak adalah jumlah barang yang ditawarkan (Q) = 6 dengan tingkat harga (P) = 9.

Contoh 2:

Suatu produk ditunjukkan fungsi permintaannya: $P = 7 + Q$ dan fungsi penawarannya: $P = 16 - 2Q$. Produk tersebut dikenakan pajak sebesar Rp. 3,-/unit.

- Berapa harga dan jumlah keseimbangan pasar sebelum & sesudah pajak?
- Berapa besar penerimaan pajak oleh pemerintah?
- Berapa besar pajak yang ditanggung konsumen dan produsen?

Jawab:

Diket:

Fungsi Permintaannya: $P = 7 + Q$

Fungsi Penawarannya: $P = 16 - 2Q$

Pajak: $t = 3$

Tanya:

- a) Berapa harga dan jumlah keseimbangan pasar sebelum & sesudah pajak?
- b) Berapa besar penerimaan pajak oleh pemerintah?
- c) Berapa besar pajak yang ditanggung konsumen dan produsen?

Jawab:

- a) Keseimbangan Pasar Sebelum dan Sesudah Pajak

Keseimbangan Sebelum Pajak:

$$P_d = P_s$$

$$7 + Q = 16 - 2Q$$

$$Q + 2Q = 16 - 7$$

$$3Q = 9$$

$$Q = 3$$

Dengan $Q = 3$, maka: $P = 7 + 3 = 10$

Jadi keseimbangan sebelum adanya pajak adalah jumlah barang yang ditawarkan (Q) = 3 dan harga barang (P) = 10.

Keseimbangan Setelah Pajak:

Fungsi penawaran sebelum pajak : $P = 16 - 2Q$

Fungsi penawaran setelah pajak : $P = 16 - 2Q + 3$

$$P = 19 - 2Q$$

Sekarang keseimbangan setelah adanya pajak menjadi:

$$P_d = P_s + t$$

$$7 + Q = 19 - 2Q$$

$$Q + 2Q = 19 - 7$$

$$3Q = 12$$

$$Q = 4$$

Dengan $Q = 4$,

maka : $P = 7 + Q$

$$P = 7 + 4$$

$$P = 11$$

Jadi sekarang titik keseimbangan yang baru setelah adanya pajak adalah jumlah barang yang ditawarkan (Q) = 4 dengan tingkat harga (P) = 11.

b) Penerimaan Pajak oleh Pemerintah (T)

$$T = t \times Q$$

$$= 3 \times 4$$

$$T = 12$$

Jadi besarnya penerimaan pemerintah dari pajak adalah: Rp 12

1) Besar Pajak yang ditanggung konsumen (T_k) dan Produsen (T_p)

T_k = Harga setelah pajak – harga sebelum pajak

$$T_k = 11 - 10 = 1$$

Jadi besarnya pajak yang ditanggung konsumen sebesar: Rp 1.

T_p = Besarnya pajak (T) – pajak yang ditanggung konsumen (T_k)

$$T_p = 3 - 1 = 2$$

Jadi besarnya pajak yang ditanggung produsen sebesar: Rp 2.

4.2. Pengaruh Subsidi Terhadap Keseimbangan Pasar

Jika pajak akan meningkatkan harga maka subsidi akan menurunkan harga dan jumlah barang yang ditawarkan juga akan bertambah. Sebelum subsidi persamaan penawarannya: $P_s = f(Q)$, maka setelah adanya subsidi menjadi $P_s = f(Q) - s$

Contoh 1:

Fungsi permintaan barang ditunjukkan oleh persamaan $P = 15 - Q$, sedangkan penawaraannya $P = 3 + 0,5Q$. Pemerintah memberikan subsidi sebesar 1,5 terhadap barang yang diproduksi. Berapa harga keseimbangan dan jumlahnya sebelum dan sesudah subsidi.

Jawab:

Diket:

$$P = 15 - Q$$

$$P = 3 + 0,5Q$$

$$s = 1,5$$

Tanya:

- 1) Keseimbangan pasar sebelum subsidi = ...?
- 2) Keseimbangan pasar setelah subsidi = ...?

Jawab:

- 1) Keseimbangan Sebelum Subsidi:

$$P_d = P_s$$

$$15 - Q = 3 + 0,5Q$$

$$15 - 3 = Q + 0,5Q$$

$$12 = 1,5Q$$

$$Q = 8$$

Dengan $Q = 8$,

maka: $P = 15 - Q$

$$= 15 - 8$$

$$P = 7$$

Jadi keseimbangan sebelum adanya subsidi adalah jumlah barang yang ditawarkan (Q) = 8 dan harga barang (P) = 7.

2) Keseimbangan Setelah Subsidi

Subsidi hanya akan mempengaruhi fungsi penawaran saja sementara fungsi permintaan tetap. Oleh karena subsidi yang dikenakan terhadap barang sebesar 1,5 maka fungsi penawaran berubah menjadi:

$$P = 3 + 0,5 Q - 1,5$$

$$P = 1,5 + 0,5Q$$

Sekarang keseimbangan setelah adanya subsidi menjadi:

$$P_d = P_s - s$$

$$15 - Q = 1,5 + 0,5Q$$

$$15 - 1,5 = Q + 0,5Q$$

$$13,5 = 1,5Q$$

$$Q = 9$$

Dengan $Q = 9$, maka : $P = 15 - Q$

$$P = 15 - 9$$

$$P = 6$$

Jadi sekarang titik keseimbangan yang baru setelah adanya subsidi adalah jumlah barang yang ditawarkan (Q) = 9 dengan tingkat harga (P) = 6.

Contoh 2:

Permintaan akan suatu komoditas dicerminkan oleh $Q_d = 12 - 2P$ sedangkan penawarannya $Q_s = -4 + 2P$. Pemerintah memberikan subsidi sebesar Rp. 2,- setiap unit barang.

- Berapakah jumlah dan harga keseimbangan sebelum subsidi?
- Berapakah jumlah dan harga keseimbangan sesudah subsidi?
- Berapa bagian dari subsidi untuk konsumen dan produsen?
- Berapa subsidi yang diberikan pemerintah?

Jawab:

Diket:

$$Q_d = 12 - 2P$$

$$Q_s = -4 + 2P.$$

$$s = 2$$

Tanya:

- 1) Keseimbangan sebelum subsidi = ...?
- 2) Keseimbangan sesudah subsidi = ...?
- 3) $S_k = \dots?$ dan $S_p = \dots?$
- 4) Besar subsidi yang diberikan pemerintah = ...?

Jawab:

- 1) Keseimbangan Pasar Sebelum Subsidi

$$Q_d = Q_s$$

$$12 - 2P = -4 + 2P$$

$$12 + 4 = 2P + 2P$$

$$16 = 4P$$

$$P = 4$$

Dengan $P = 4$,

Maka:

$$Q = 12 - 2P$$

$$= 12 - 2(4)$$

$$Q = 4$$

Jadi keseimbangan pasar sebelum adanya subsidi adalah jumlah barang yang ditawarkan (Q) = 4 dan harga barang (P) = 4.

- 2) Keseimbangan Pasar Setelah Subsidi

Dalam soal diatas fungsi permintaan dan penawaran berbentuk f (Q), maka harus dirubah dulu ke dalam bentuk: f (P)

$$Q_d = 12 - 2P \Rightarrow P = 6 - 0,5Q$$

$$Q_s = -4 + 2P \Rightarrow P = 2 + 0,5Q \text{ (sebelum subsidi).}$$

$$\text{Setelah subsidi: } P = 2 + 0,5Q - 2$$

$$P = 0,5Q$$

$$\text{Maka: } P_d = P_s - s$$

$$6 - 0,5Q = 0,5Q$$

$$6 = 0,5Q + 0,5Q$$

$$Q = 6$$

$$\text{Dengan } Q = 6, \text{ maka: } P = 0,5(6)$$

$$P = 3$$

Jadi keseimbangan pasar setelah adanya subsidi adalah jumlah barang yang ditawarkan (Q) = 6 dan harga barang (P) = 3.

3) Besarnya Subsidi Konsumen (S_k) dan Produsen (S_p)

$$S_k = \text{harga sebelum subsidi} - \text{harga setelah subsidi}$$

$$= 4 - 3$$

$$S_k = 1$$

Jadi besarnya subsidi diterima konsumen adalah: Rp 1.

$$S_p = \text{Besarnya subsidi} - \text{Subsidi konsumen}$$

$$S_p = s - S_k$$

$$= 2 - 1$$

$$S_p = 1$$

Jadi besarnya subsidi diterima produsen adalah: Rp 1.

4) Besarnya Subsidi yang diberikan Pemerintah (S)

$$S = s \times \text{jumlah barang setelah subsidi}$$

$$= 2 \times 6$$

$$S = 12$$

Jadi besarnya subsidi diberikan pemerintah adalah: 12

BAB V

Fungsi Biaya Dan Fungsi Penerimaan

5.1. Fungsi Biaya

Fungsi biaya merupakan hubungan antara biaya dengan jumlah produksi yang dihasilkan, fungsi biaya dapat digambarkan ke dalam kurva dan kurva biaya menggambarkan titik-titik kemungkinan besarnya biaya di berbagai tingkat produksi.

Dalam membicarakan biaya ada beberapa macam biaya, yaitu:

- a. Biaya Total (*Total Cost* = $TC = C$)
- b. Biaya Variabel (*Variable Cost* = VC)
- c. Biaya Tetap (*Fixed Cost* = FC)
- d. Biaya Total Rata-Rata (*Average Total Cost* = AC)
- e. Biaya Variabel Rata Rata (*Average Variable Cost* = AVC)
- f. Biaya Tetap Rata-Rata (*Average Fixed Cost* = AFC)
- g. Biaya Marginal (*Marginal Cost* = MC)

Rumus:

1. $TC = AC \times Q$ atau $TC = FC + VC$
2. $FC = AFC \times Q$
3. $VC = AVC \times Q$
4. $AC = \frac{TC}{Q}$
5. $MC = \frac{\partial TC}{\partial Q}$

Biaya Total $\rightarrow TC = f(Q)$

Biaya Marginal : $MC = TC' = f'(Q)$

Biaya total adalah Integral dari biaya marginal

$$6. TC = \int MC dQ = \int f'(Q) dQ$$

Contoh Soal 1:

Biaya marjinal suatu perusahaan: $MC = 3Q^2 - 6Q + 4$.

Carilah persamaan biaya total dan biaya rata-ratanya!

Jawab:

a) Biaya Total (TC)

$$\begin{aligned} TC &= \int MC \, dQ \\ &= \int (3Q^2 - 6Q + 4) \, dQ \\ TC &= Q^3 - 3Q^2 + 4Q \end{aligned}$$

b) Biaya rata-rata (AC)

$$\begin{aligned} AC &= \frac{TC}{Q} \\ &= \frac{Q^3 - 3Q^2 + 4Q}{Q} \\ AC &= Q^2 - 3Q + 4 \end{aligned}$$

Contoh Soal 2:

Ada banyak perusahaan besar dalam suatu industry, masing-masing dengan fungsi Biaya Total: $TC = 36 + 8Q + Q^2$. Hitung biaya marginal (MC), biaya rata - rata (AC), dan biaya variabel rata-rata (AVC) untuk tiap perusahaan?

Jawab:

Diket: $TC = 36 + 8Q + Q^2$

Tanya: $MC = \dots\dots\dots?$

$$AC = \dots\dots\dots?$$

$$AVC = \dots\dots\dots?$$

Jawab:

$$MC = dTC/dQ = 8 + 2Q$$

$$AC = TC/Q = \frac{36 + 8Q + Q^2}{Q} = \frac{36}{Q} + 8 + Q$$

Dengan : $TC = TFC + TVC$,

Jika: $TC = 36 + 8Q + Q^2$

Maka: $TFC = 36$ dan $TVC = 8Q + Q^2$

$$AVC = \frac{TVC}{Q} = \frac{8Q + Q^2}{Q}$$

$$AVC = 8 + Q$$

Contoh Soal 3:

Biaya tetap yang dikeluarkan oleh sebuah perusahaan sebesar Rp 20.000 sedangkan biaya variabelnya ditunjukkan oleh persamaan $VC = 100Q$. Tunjukkan persamaan dan kurva biaya totalnya! Berapa biaya total yang dikeluarkan jika perusahaan tersebut memproduksi 500 unit barang?

Jawab:

Diket:

$$FC = 20.000$$

$$VC = 100Q$$

Tanya:

- 1) $TC = \dots?$
- 2) $TC = \dots?$ Jika $Q = 500$ unit

Jawab:

$$1) TC = FC + VC$$

$$TC = 20.000 + 100Q$$

$$2) TC = \dots? \text{ Jika } Q = 500$$

$$TC = 20.000 + 100(500)$$

$$TC = 70.000$$

5.2. Fungsi Penerimaan

Penerimaan Total : $TR = f(Q)$

Penerimaan Marjinal : $MR = R' = f'(Q)$

Penerimaan rata – rata = $\frac{TR}{Q}$

Penerimaan total adalah Integral dari penerimaan marjinal

$$TR = \int MR \, dQ = \int f'(Q) \, dQ$$

Contoh 1:

Carilah persamaan penerimaan total dari penerimaan rata-rata dari perusahaan jika penerimaan marjinalnya : $MR = 16 - 4Q$

$$\begin{aligned} \text{Penerimaan Total: } TR &= \int MR \, dQ \\ &= \int (16 - 4Q) \, dQ \\ TR &= 16Q - 2Q^2 \end{aligned}$$

Penerimaan rata-rata: $AR = 16 - 2Q$

Dalam persamaan penerimaan total konstanta $k = 0$, sebab penerimaan akan ada jika ada barang yang dihasilkan atau terjual.

Contoh 2:

Harga jual produk yang dihasilkan oleh sebuah perusahaan Rp 200,00 per unit. Tunjukkan persamaan dan kurva penerimaan total perusahaan ini. Berapa besar penerimaannya bila terjual barang sebanyak 350 unit?

Jawab:

$$TR = Q \times P$$

$$TR = Q \times 200 = 200Q$$

$$\text{Bila } Q = 350 \rightarrow$$

$$TR = 200 (350) = 70.000$$

5.3. Keuntungan / Profit

Biaya atau ongkos pengertian secara ekonomis merupakan beban yang harus dibayar produsen untuk menghasilkan barang dan jasa sampai barang tersebut siap untuk dikonsumsi.

Biaya merupakan fungsi dari jumlah produksi, dengan notasi:

$$TC = f(Q)$$

Dimana:

TC = biaya total

Q = jumlah produksi.

Dalam menganalisa biaya umumnya tidak terlepas dari analisa penerimaan atau revenue atau total revenue. Pengertian revenue atau penerimaan adalah seluruh pendapatan yang diterima dari hasil penjualan barang pada tingkat harga tertentu.

Secara matematik penerimaan / Total Revenue dirumuskan sebagai berikut:

$$TR = P \times Q$$

TR = Penerimaan Total

P = Harga Barang

Q = Jumlah barang yang dijual.

Penerimaan Rata-rata (AR) adalah penerimaan rata-rata tiap unit produksi, dapat dirumuskan: $AR = TR/Q$

Penerimaan Marginal atau Marginal Revenue adalah tambahan penerimaan sebagai akibat dari tambahan produksi, yang dirumuskan:

$$MR = \Delta TR / \Delta Q \text{ atau turunan dari TR}$$

MR = *Marginal Revenue*

ΔTR = Tambahan penerimaan,

ΔQ = Tambahan Produksi

Berdasarkan konsep penerimaan dan biaya (TR dan TC) dapat diketahui beberapa kemungkinan diantaranya:

$TR > TC$ = keadaan untung / laba

$TR = TC$ = keadaan Break Even Point (BEP)

$TR < TC$ = Keadaan rugi.

Contoh Soal 1:

Sebuah pabrik Sandal dengan Merk " Idaman" mempunyai biaya tetap (FC) = 1.000.000; biaya untuk membuat sebuah sandal Rp 500; apabila sandal tersebut dijual dengan harga Rp 1.000, maka:

Ditanya:

- a. Fungsi biaya total (TC), fungsi penerimaan total (TR) dan Variabel Cost.
- b. Pada saat kapan pabrik sandal mencapai BEP
- c. Untung atau rugikah apabila memproduksi 9.000 unit

Jawab:

Diket:

$$FC = 1.000.000$$

$$VC = 500$$

$$P = 1.000$$

Tanya:

- 1) $TC = \dots?$ $TR = \dots?$
- 2) $BEP = \dots?$
- 3) $\pi = \dots?$ Jika $Q = 9.000$ unit.

Jawab:

$$1) \quad TC = FC + VC$$

$$TC = 1.000.000 + 500Q$$

$$TR = P.Q$$

$$TR = 1.000Q$$

2) *Break Even Point* terjadi pada saat: $TR = TC$

$$TR = TC$$

$$1.000Q = \text{Rp } 1.000.000 + 500Q$$

$$1.000Q - 500Q = 1.000.000$$

$$500Q = 1.000.000$$

$$Q = 2.000 \text{ unit}$$

Pabrik roti akan mengalami BEP pada saat $Q = 2.000$ unit

$$\text{Pada biaya total: } TC = 1.000.000 + 500(2.000)$$

$$TC = 2.000.000$$

3) Pada saat memproduksi: $Q = 9.000$ unit

$$TR = P \cdot Q$$

$$= 1.000 \times 9.000$$

$$TR = 9.000.000$$

$$TC = 1.000.000 + 500(Q)$$

$$= 1.000.000 + 500(9.000)$$

$$= 1.000.000 + 4.500.000$$

$$TC = 5.500.000$$

Bila $TR > TC$, maka keadaan laba / untung.

$$\text{Laba} = TR - TC$$

$$= 9.000.000 - 5.500.000$$

$$= 3.500.000$$

Bila hanya memproduksi 1.500 unit maka akan mengalami kerugian sebesar:

$$\text{Rugi} = TR - TC$$

$$= 1.000(1.500) - 1.000.000 + 500(1.500)$$

$$= 1.500.000 - 1.750.000$$

$$= -250.000$$

Contoh Soal 2:

Andaikan biaya total yang dikeluarkan perusahaan ditunjukkan persamaan: $TC = 20.000 + 100Q$ sedangkan penerimaan totalnya: $TR = 200Q$. Pada tingkat berapa perusahaan mengalami pulang pokok? Apa yang terjadi jika perusahaan memproduksi 150 unit?

Jawab:

$$\text{BEP: } TR = TC$$

$$TR = 200Q$$

$$TC = 20.000 + 100Q$$

$$TR = TC$$

$$200Q = 20.000 + 100Q$$

$$100Q = 20.000$$

$$Q = 200$$

Jika $Q = 150$, maka perusahaan akan mengalami kerugian.

Besarnya kerugian adalah:

$$TC = 20.000 + 100Q = 20.000 + 100(150)$$

$$TC = 35.000$$

$$TR = 200Q = 200(150)$$

$$TR = 30.000$$

Karena $TC > TR$, maka perusahaan mengalami kerugian sebesar: Rp 5.000

5.4. Analisis Pulang Pokok

Analisis Pulang Pokok (*break-even point*) yaitu suatu konsep yang digunakan untuk menganalisis jumlah minimum produk yang harus dihasilkan atau terjual agar perusahaan tidak mengalami kerugian.

Keadaan pulang pokok (profit nol, $\pi = 0$) terjadi apabila $TR = TC$ perusahaan tidak memperoleh keuntungan tetapi tidak pula menderita kerugian.

Pengertian BEP: Break Even Point / Titik Pulang Pokok

Merupakan titik keseimbangan antara jumlah hasil penjualan dengan jumlah biaya produksi. Analisis ini digunakan untuk mencari hubungan antara biaya tetap, biaya variabel, keuntungan dan volume penjualan.

Unsur-unsur perhitungan Titip pulang pokok sebagai berikut:

- 1) Penggolongan biaya perusahaan menjadi biaya tetap dan biaya variabel.
- 2) Besarnya biaya variabel secara total berubah-ubah sebanding dengan volume penjualan.
- 3) Besarnya biaya tetap tidak berubah.
- 4) Analisis harga jual per unit tidak berubah.
- 5) Perusahaan hanya memproduksi satu macam produk

Cara menghitung BEP

Dengan asumsi Pendapatan Total (TR) adalah sama dengan Biaya total (TC) maka perhitungan BEP berdasarkan unit dapat diturunkan melalui turunan rumus berikut :

$$TR = TC$$

$$P.Q = TFC + VC.Q$$

$$P.Q - VC.Q = TFC$$

$$(P - VC)Q = TFC$$

$$Q = \frac{TFC}{P - VC}$$

1) BEP unit:

$$Q = \frac{TFC}{P - VC}$$

Dimana :

TR = Pendapatan total (*Total Revenue*)

P = Harga Per Unit (jual)

Q = Jumlah Unit

TC = Biaya total (*Total Cost*)

TFC= Biaya tetap total (*Total Fix Cost*)

VC = Biaya variabel per unit (produksi)

2) BEP Rupiah

$$\text{BEP rupiah} = \frac{TFC}{1 - \frac{VC}{P}}$$

Dimana:

TFC = Biaya Tetap

P = Harga jual per unit

VC = Biaya Variabel per unit

Contoh:

UD Angin Mamiri pada tahun 2015 memiliki data-data biaya dan rencana produksi seperti berikut ini:

1) Biaya Tetap sebulan adalah sebesar Rp 150 juta terdiri dari:

Biaya Gaji Pegawai = Rp 75.000.000

Biaya Gaji Pemilik = Rp 10.000.000

Biaya Penyusutan Mobil Kijang = Rp 1.500.000

Biaya Asuransi Kesehatan = Rp 15.000.000

Biaya Sewa Gedung Kantor = Rp 18.500.000

Biaya Sewa Pabrik = Rp 30.000.000

2) Biaya Variable per Unit Rp 75.000 terdiri dari :

Biaya Bahan Baku = Rp 35.000

Biaya Tenaga Kerja Langsung = Rp 15.000

Biaya Listrik dan Air = Rp 10.000

Biaya Lain = Rp 15.000

3) Harga Jual per Unit Rp 100.000.

Carilah BEP dalam unit dan dalam bentuk rupiah dari soal diatas!

Jawab:

Diket: TFC = 150.000.000

VC = 75.000

P = 100.000

Tanya: BEP dalam unit dan rupiah (Rp)?

a) BEP dalam unit:

$$Q = \frac{TFC}{P - VC}$$

$$Q = \frac{150.000.000}{100.000 - 75.000}$$
$$= \frac{150.000.000}{25.000}$$

$$Q = 6.000$$

Jadi, BEP tercapai ketika penjualan: Q = 6.000 unit

b) BEP dalam rupiah:

$$\text{BEP rupiah} = \frac{TFC}{1 - \frac{VC}{P}}$$
$$= \frac{150.000.000}{1 - \frac{75.000}{100.000}}$$
$$= \frac{150.000.000}{1 - 0,75}$$
$$= \frac{150.000.000}{0,25}$$

$$\text{BEP rupiah} = 600.000$$

Jadi, BEP tercapai ketika penjualan mencapai: Rp 600.000

Cara lain, jika BEP (Q) diketahui:

$Q = 6.000$, maka:

$$\text{BEP}_{\text{Rupiah}} = 6.000 \times \text{Rp } 100.000 = \text{Rp } 600.000$$

Soal:

1. Andaikan biaya total yang dikeluarkan perusahaan ditunjukkan oleh persamaan $C = 20.000 + 100 Q$ dan penerimaan totalnya $R = 200 Q$. Pada tingkat produksi berapa unit perusahaan mengalami pulang pokok ? apa yang terjadi jika perusahaan memproduksi 150 unit ?
2. Amir merencanakan mendirikan tempat penitipan sepeda motor di dekat terminal. Harga sewa tanah dan bangunan per bulan sebesar Rp 400.000. Tanah dan bangunan itu diperkirakan dapat menampung sepeda motor sebanyak 200 unit Untuk menjaga sepeda motor, Amir mempekerjakan 4 orang karyawan secara bergantian yang digaji sebesar Rp 200.000 sebulan. Selain gaji tetap karyawan-karyawan tersebut memperoleh insentif yang besarnya Rp 200 per orang untuk setiap sepeda motor yang masuk ke tempat penitipan tersebut. Tarif yang dikenakan kepada setiap pelanggan sebesar Rp 1.000 per hari.
Tentukan:
 - a. Besarnya Biaya Tetap (FC), Biaya Variable, persamaan Biaya Totalnya (TC) per bulan dan Persamaan Penerimaan Totalnya (TR)!
 - b. BEP penitipan sepeda motor, baik dalam rupiah maupun dalam unit!
 - c. Berapa laba yang diterima Amir jika sepeda motor yang masuk penitipan sebanyak 4.500 unit dalam satu bulan!

3. Harga jual sebuah produk Rp 5.000, dengan biaya tetap perbulan sebesar Rp 3.000.000 dan biaya variabel sebesar 40% dari harga jual.

Tentukan:

- a. BEP dalam unit dan rupiah
 - b. Jika terjual 1.500 unit, berapa labanya!
 - c. Jika laba yang diinginkan Rp 3.000.000 berapa produk yang harus terjual?
- 4 PT. Sekawan memproduksi buku kewirausahaan dengan biaya tetap Rp. 2.000.000. Biaya variabel Rp. 3.000 per unit, dan harga jual Rp. 8.000 per unit. Hitunglah BEP (Q) nya!
5. PT. Sinar Abadi memproduksi lilin dengan biaya tetap Rp. 300.000 biaya variabel Rp. 40 per unit, harga per unit Rp. 100 dan kapasitas produksi maksimal 10.000 unit. Hitunglah BEP (R) nya !

BAB VI

Fungsi Konsumsi Dan Tabungan

6.1. Konsumsi

Konsumsi yang dilakukan oleh masyarakat dan negara sangat erat hubungannya dengan pendapatan masyarakat dan negara. Sehingga besar kecilnya konsumsi ditentukan oleh tingkat pendapatan. Semakin besar pendapatan akan selalu diikuti meningkatnya konsumsi. Jadi, hubungan antara pendapatan dan konsumsi bersifat positif (berbanding lurus), atau secara matematis fungsi konsumsi dapat dinotasikan $C = f(Y)$.

Sisa dari pendapatan yang tidak dikonsumsi oleh masyarakat akan ditabung, sehingga semakin besar pendapatan, akan semakin besar pula tabungan. Jadi, hubungan antara pendapatan dengan tabungan bersifat positif (berbanding lurus), atau secara matematis fungsi tabungan dapat dinotasikan $S = f(Y)$.

Dalam suatu perekonomian, pendapatan masyarakat suatu negara secara keseluruhan (pendapatan nasional) dialokasikan ke dalam dua kategori penggunaan, yaitu untuk keperluan konsumsi dan tabungan. Pada umumnya pendapatan dilambangkan dengan Y , sedangkan konsumsi dilambangkan dengan C , tabungan dilambangkan dengan S , dan investasi dilambangkan dengan I .

Menurut John Maynard Keynes, pendapatan suatu negara dapat dirumuskan sebagai berikut.

- a. Ditinjau dari segi perseorangan: $Y = C + S$
- b. Ditinjau dari segi perusahaan/pengusaha: $Y = C + I$

Keterangan:

$Y = \text{income}$ / pendapatan

$C = \text{consumption}$ / konsumen

$S = \text{saving}$ / tabungan

$I = \text{investment}$ / investasi

Jika pendapatan berubah, maka akan berakibat konsumsi dan tabungan juga berubah. Perubahan tersebut dapat ditentukan sebagai berikut:

- 1) MPC (*Marginal Propensity to Consume*) adalah angka perbandingan antara besarnya perubahan konsumsi dengan besarnya pendapatan nasional, sehingga dapat dirumuskan:

$$MPC = \frac{\Delta C}{\Delta Y}$$

Keterangan:

ΔC = selisih konsumsi atau tambahan konsumsi atau perubahan konsumsi

ΔY = selisih pendapatan atau tambahan pendapatan atau perubahan pendapatan

- 2) MPS (*Marginal Propensity to Save*) adalah perbandingan antara bertambahnya tabungan dengan bertambahnya pendapatan nasional, yang dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$MPS = \frac{\Delta S}{\Delta Y}$$

Keterangan:

ΔS = selisih dari tabungan atau tambahan dari tabungan atau perubahan tabungan

ΔY = selisih pendapatan atau tambahan pendapatan atau perubahan pendapatan

6.2. Fungsi Konsumsi

Fungsi konsumsi adalah fungsi yang menunjukkan hubungan antara konsumsi (C) dengan pendapatan (Y). Pada umumnya, fungsi konsumsi diasumsikan mempunyai persamaan linear sebagai berikut:

$$C = a + bY$$

Syarat mutlak fungsi konsumsi, yaitu:

- nilai a = harus positif
- nilai b = harus positif

Keterangan:

C = tingkat konsumsi nasional

a = besarnya pengeluaran konsumsi pada saat pendapatan nol atau autonomous consumption (*konsumsi otonom*).

b = MPC yaitu tambahan konsumsi dengan adanya penambahan pendapatan.

Untuk mengetahui besarnya a, dapat dihitung menggunakan rumus:

$$a = (APC - MPC)Y$$

Dimana:

APC = *Average Propensity to Consume*, artinya: hasrat untuk konsumsi rata-rata.

APC adalah perbandingan antara besarnya konsumsi pada suatu tingkat pendapatan nasional (C) dengan besarnya tingkat pendapatan nasional itu sendiri (Y).

Bila ditulis dengan rumus adalah:

$$APC = \frac{C}{Y}, \text{ sedangkan } b \text{ atau } MPC = \frac{\Delta C}{\Delta Y}$$

Dalam fungsi konsumsi, kita juga harus mengenal tingkat pendapatan *Break Even Point (BEP)* atau *Break Even Income (BEI)*. Adapun maksud tingkat pendapatan BEP adalah tingkat pendapatan, di

mana besarnya pendapatan sama dengan besarnya pengeluaran untuk konsumsi, yang dapat dirumuskan:

$$Y = C \text{ atau } S = 0$$

Dimana:

C = fungsi konsumsi

S = fungsi tabungan

Contoh 1:

Diketahui data pendapatan suatu negara beserta konsumsi dan tabungannya sebagai berikut:

- a. Pada tingkat pendapatan nasional per tahun Rp 1.000 miliar, besar konsumsi per tahun Rp 950 miliar, sehingga tabungannya Rp 50 miliar.
- b. Pada tingkat pendapatan nasional per tahun Rp 1.200 miliar, besar konsumsi per tahun Rp 1.100 miliar, sehingga tabungannya Rp100 miliar.

Tentukan:

- a. Fungsi konsumsi.
- b. Tingkat Pendapatan Nasional BEP (Break Even Point).

Jawab:

- 1) Mencari Fungsi Konsumsi

$$APC = \frac{C}{Y} = \frac{950}{1.000}$$

$$APC = 0,95$$

$$MPC = b = \frac{\Delta C}{\Delta Y}$$

$$= \frac{1.100 - 950}{1.200 - 1.000}$$

$$= \frac{150}{200}$$

$$\underline{MPC = 0,75}$$

Maka:

$$a = (APC - MPC)Y$$

$$= (0,95 - 0,75)1.000 \text{ miliar}$$

$$= 0,20 \times 1.000 \text{ miliar}$$

$$a = 200 \text{ miliar}$$

Jadi fungsi konsumsinya adalah: $C = a + bY$

$$C = 200 \text{ miliar} + 0,75Y$$

2) Besarnya titik keseimbangan BEP

BEP terjadi pada saat : $Y = C$ atau $Y - C = 0$

$$Y - C = 0$$

$$Y - (200 \text{ miliar} + 0,75Y) = 0$$

$$Y - 0,75Y - 200 \text{ miliar} = 0$$

$$0,25Y = 200 \text{ miliar}$$

$$Y = 800 \text{ miliar}$$

Jadi besarnya BEP adalah: Rp 800 miliar

6.3. Fungsi Tabungan

Fungsi tabungan yaitu fungsi yang menunjukkan hubungan antara tabungan (S) dengan pendapatan (Y). Dengan menggunakan rumus fungsi konsumsi, dapat ditentukan sebagai berikut:

$$Y = C + S$$

$$S = Y - C$$

$$C = a + bY,$$

$$\text{Sehingga } S = Y - (a + bY)$$

$$S = Y - a - bY$$

$$S = -a + (1 - b) Y$$

Jadi, fungsi tabungan dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$S = -a + (1 - b)Y$$

Sehingga:

$$1 - b \text{ atau } MPS = \frac{\Delta S}{\Delta Y}$$

Syarat mutlak fungsi tabunga yaitu:

- nilai a = harus negatif
- nilai $1 - b$ = harus positif

Keterangan:

S = Tingkat tabungan nasional

$1 - b$ = MPS yaitu tambahan pendapatan yang digunakan untuk tambahan tabungan

Contoh 2:

Berdasarkan fungsi konsumsi pada Contoh 1, maka fungsi tabungan dapat ditentukan sebagai berikut:

Dengan diketahui fungsi konsumsi: $C = 200 \text{ miliar} + 0,75Y$

Maka: fungsi tabungannya menjadi: $S = -200 \text{ miliar} + (1 - 0,75)Y$

$$S = -200 \text{ miliar} + 0,25Y$$

Selain cara diatas 0,25 juga dapat dicari dengan rumus:

$$MPS = \frac{100-50}{1.200-1.000} = \frac{50}{200} = 0,25$$

6.4. Hubungan MPC dengan MPS

Secara matematis hubungan antara MPC dan MPS dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$MPC + MPS = 1$$

$$MPC = 1 - MPS$$

$$MPS = 1 - MPC$$

Contoh:

Berdasarkan fungsi konsumsi dan fungsi tabungan di atas, dapat ditentukan bahwa:

$$MPC + MPS = 1$$

$$0,75 + 0,25 = 1 \text{ (terbukti)}$$

6.5. Angka Pengganda Pendapatan (*Multiplier*)

Angka pengganda pendapatan adalah angka yang menunjukkan perubahan konsumsi dan tabungan karena adanya perubahan pendapatan nasional. Angka pengganda biasa ditulis dengan huruf k dan dirumuskan sebagai berikut.

$$k = \frac{1}{1 - MPC} = \frac{1}{MPS}$$

Contoh:

Berdasarkan penentuan fungsi konsumsi dan fungsi tabungan, maka besarnya angka pengganda dapat dihitung sebagai berikut:

$$k = \frac{1}{1 - 0,75} = \frac{1}{0,25}$$

$$k = 4$$

6.6. Cara Lain untuk Mencari Fungsi Konsumsi & Tabungan

- a) Untuk menentukan fungsi konsumsi, dapat digunakan rumus berikut:

$$\frac{C - C_1}{C_2 - C_1} = \frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1}$$

Keterangan:

C = tingkat konsumsi

Y = tingkat pendapatan

C₁ = tingkat konsumsi yang ke-1

C₂ = tingkat konsumsi yang ke-2

Y₁ = tingkat pendapatan yang ke-1

Y₂ = tingkat pendapatan yang ke-2

Contoh:

- 1) Pada tingkat pendapatan nasional per tahun Rp 1.000 miliar, besarnya konsumsi per tahun Rp 950 miliar, sehingga tabungannya Rp 50 miliar.
- 2) Pada tingkat pendapatan nasional per tahun Rp 1.200 miliar, besarnya konsumsi per tahun Rp 1.100 miliar, sehingga tabungannya Rp 100 miliar.

Maka fungsi konsumsinya dapat dicari sebagai berikut:

$$\frac{C - C_1}{C_2 - C_1} = \frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1}$$
$$\frac{C - 950}{1.100 - 950} = \frac{Y - 1.000}{1.200 - 1.000}$$
$$\frac{C - 950}{150} = \frac{Y - 1.000}{200}$$

$$200(C - 950) = 150(Y - 1.000)$$

$$200C - 190.000 = 150Y - 150.000$$

$$200C = 190.000 + 150Y - 150.000$$

$$200C = 40.000 + 150Y$$

$$C = 200 + 0,75Y$$

Jadi fungsi konsumsinya adalah: $C = 200 \text{ miliar} + 0,75Y$

- b) Untuk menentukan fungsi tabungan, dapat digunakan rumus berikut:

$$\frac{S - S_1}{S_2 - S_1} = \frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1}$$

Keterangan:

S_1 = tingkat tabungan yang ke-1

S_2 = tingkat tabungan yang ke-2

Contoh:

Berdasarkan contoh soal pada fungsi konsumsi di atas, maka fungsi tabungan dapat dicari sebagai berikut:

$$\frac{S - S_1}{S_2 - S_1} = \frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1}$$

$$\frac{S - 50}{100 - 50} = \frac{Y - 1.000}{1.200 - 1.000}$$

$$\frac{S - 50}{50} = \frac{Y - 1.000}{200}$$

$$200(S - 50) = 50(Y - 1.000)$$

$$200S - 10.000 = 50Y - 50.000$$

$$200S = 10.000 + 50Y - 50.000$$

$$200S = -40.000 + 50Y$$

$$S = -200 + 0,25Y$$

Jadi fungsi konsumsinya adalah: $S = -200 \text{ miliar} + 0,25Y$

Hal-hal yang berhubungan dengan fungsi konsumsi dan fungsi tabungan:

- 1) Menentukan besarnya kenaikan konsumsi atau tambahan konsumsi (ΔC)

$$\Delta C = \Delta Y(1 - \text{MPS})$$

- 2) Menentukan besarnya kenaikan tabungan atau tambahan tabungan (ΔS)

$$\Delta S = \Delta Y(1 - \text{MPC})$$

- 3) Menentukan besar kenaikan pendapatan atau tambahan pendapatan (ΔY)

$$\Delta Y = \frac{\Delta S}{1 - \text{MPC}}$$

Contoh:

Diketahui fungsi konsumsi suatu negara: $C = 250 + 0,8Y$. Jika pendapatan meningkat dari Rp 200.000 menjadi Rp 300.000. tentukan besarnya kenaikan tabungan!

Jawab:

Kenaikan tabungan: $\Delta S = \Delta Y(1 - MPC)$

$$\Delta S = 100.000(1 - 0,8)$$

$$\Delta S = 100.000(0,2)$$

$$\Delta S = 20.000$$

Jadi kenaikan tabungan sebesar: Rp 20.000

Contoh Soal:

- 1 . Pada tingkat pendapatan Rp. 500.000 besarnya konsumsi Rp. 400.000 dan pada tingkat pendapatan Rp. 1.000.000 besarnya konsumsi Rp. 600.000. Berdasarkan data tersebut fungsi konsumsinya adalah:

Diket: $Y_1 = \text{Rp } 500.000$

$$Y_2 = \text{Rp } 1.000.000$$

$$C_1 = \text{Rp } 400.000$$

$$C_2 = \text{Rp } 600.000$$

Tanya :

Fungsi konsumsi (C) =?

Jawab :

$$C = a + bY$$

$$b = MPC = \frac{\Delta C}{\Delta Y}$$

$$MPC = \frac{200.000}{500.000} = 0,4$$

$$a = (APC - MPC)Y$$

$$APC = \frac{C_1}{Y_1} = \frac{400.000}{500.000} = 0,8$$

$$\begin{aligned}
 \text{Maka: } a &= (APC - MPC)Y \\
 &= (0,8 - 0,4)500.000 \\
 &= 0,4(500.000) \\
 a &= 200.000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Sehingga: } C &= a + bY \\
 C &= 200.000 + 0,4Y
 \end{aligned}$$

Jadi persamaan fungsi konsumsinya: $C = 200.000 + 0,4Y$

2. Diketahui fungsi konsumsi masyarakat: $C = 60 \text{ milyar} + 0,7Y$. Jika pendapatan nasionalnya: Rp 300.000 milyar, berapa besarnya tabungan masyarakat?

Jawab:

$$\begin{aligned}
 \text{Diket: } C &= 60 \text{ milyar} + 0,7Y \\
 Y &= 300.000 \text{ milyar}
 \end{aligned}$$

Tanya: $S = \dots\dots\dots?$

Jawab:

$$\begin{aligned}
 S &= -a + (1 - b)Y \\
 &= -60 \text{ milyar} + (1 - 0,7)Y \\
 &= -60 \text{ milyar} + 0,3Y \\
 &= -60 \text{ milyar} + 0,3(300.000 \text{ milyar}) \\
 &= -60 \text{ milyar} + 90.000 \text{ milyar}
 \end{aligned}$$

$$S = 89.940 \text{ milyar}$$

Jadi besarnya tabungan masyarakat adalah: Rp 89.940 milyar

3. Diketahui fungsi konsumsi: $C = 200.000 + 0,7Y$. Jika besarnya tabungan masyarakat Rp. 100.000,00 maka besarnya konsumsi adalah ...

Jawab:

Diket: $C = 200.000 + 0,7Y$

Tabungan = 100.000

Tanya: Konsumsi =?

Jawab:

$$S = -a + (1 - b)Y$$

$$= - 200.000 + (1 - 0,7)Y$$

$$S = - 200.000 + 0,3Y \quad \Leftrightarrow \text{Fungsi Tabungan}$$

$$100.000 = - 200.000 + 0,3Y$$

$$0,3Y = 300.000$$

$$\underline{Y = 1.000.000}$$

$$Y = C + S \text{ atau}$$

$$C = Y - S$$

$$= 1.000.000 - 100.000$$

$$C = 900.000$$

Jadi konsumsi saat tabungan Rp 100.000 adalah: Rp 900.000

4. Jika diketahui fungsi konsumsi: $C = 100 + 0,75Y$ maka pendapatan saat *Break Even Income* adalah ...

Jawab:

Diket: $C = 100 + 0,75Y$

Tanya: *Break Even Income (BEI)* / Titik keseimbangannya?

Jawab:

Syarat BEI : $Y = C$

$$Y = 100 + 0,75Y$$

$$Y - 0,75 Y = 100$$

$$0,25 Y = 100$$

$$Y = 100/0,25$$

$$Y = 400$$

Jadi besarnya pendapatan saat *Break Even Income*: Rp 400

5. Jika diketahui fungsi konsumsi: $C = 200 + 0,8Y$ maka pendapatan pada saat *Break Even Income* adalah ...

Jawab :

Diket: $C = 200 + 0,8Y$

Tanya: *Break Even Income* / Titik keseimbangannya?

Jawab:

$$Y = C$$

$$Y = 200 + 0,8Y$$

$$Y - 0,8Y = 200$$

$$0,2Y = 200$$

$$Y = 200/0,2$$

$$Y = 1.000$$

Jadi besarnya pendapatan saat *Break Even Income*: Rp 1.000

6. Jika diketahui fungsi konsumsi: $C = 500 + 0,75Y$ maka pendapatan pada saat *Break Even Income* adalah ...

Jawab:

Diket: $C = 500 + 0,75Y$

Tanya: *Break Even Income* / Titik keseimbangannya?

Jawab:

$$Y = C$$

$$Y = 500 + 0,75Y$$

$$Y - 0,75Y = 500$$

$$0,25Y = 500$$

$$Y = 500/0,25$$

$$Y = 2.000$$

Jadi besarnya pendapatan saat *Break Even Income*: Rp 2.000

7. Jika diketahui fungsi konsumsi ; $C = 100 + 0,75 Y$ maka MPC adalah ...

Jawab:

Diket: $C = 100 + 0,75 Y$

Tanya: $MPC = \dots?$

Jawab:

$$MPC = b = 0,75$$

8. Jika diketahui fungsi konsumsi : $S = -100 + 0,25Y$ maka MPC adalah ...

Jawab:

Diket: $S = -100 + 0,25 Y$

Tanya: $MPC = \dots?$

Jawab:

$$MPS = 0,25$$

$$MPC + MPS = 1$$

$$MPC + 0,25 = 1$$

$$MPC = 0,75$$

9. Jika diketahui fungsi konsumsi : $S = -100 + 0,25 Y$ maka MPS adalah ...

Jawab:

Diket: $S = -100 + 0,25 Y$

Tanya: $MPS = \dots?$

Jawab:

$$MPS = 0,25$$

10. Fungsi konsumsi masyarakat adalah: $C = 70.000 + 0,25Y$.
Kemudian, pendapatan nasional negara tersebut adalah Rp 160.000. Maka hitunglah besarnya tabungan masyarakat tersebut!

Jawab:

Diket: $C = 70.000 + 0,25Y$, dimana: $a = 70.000$ dan $b = 0,25$

$$Y = 160.000$$

Ditanya: $S = \dots\dots\dots?$

Jawab:

$$\begin{aligned} S &= -a + (1 - b)Y \\ &= -70.000 + (1 - 0,25)Y \\ &= -70.000 + 0,75(160.000) \\ &= -70.000 + 120.000 \\ S &= 50.000 \end{aligned}$$

Dengan $S = 50.000$ dan $Y = 160.000$

maka: $C = 110.000$

11. Saat Badrun memiliki pendapatan sebesar \$ 5,000, dia memiliki tabungan sebesar \$ 1,500. Kemudian, pendapatan Badrun naik menjadi \$ 8,000, karena itu tabungannya naik menjadi \$ 2,700. Tentukan fungsi konsumsi dari Badrun!

Jawab:

Diket:

$$\begin{aligned} Y_1 &= 5.000 \\ Y_2 &= 8.000 \\ S_1 &= 1.500 \Rightarrow C_1 = 3.500 \\ S_2 &= 2.700 \Rightarrow C_2 = 5.300 \end{aligned}$$

Tanya: $C = \dots\dots?$

Jawab:

$$C = a + bY$$

$$\begin{aligned} \text{MPC} &= \Delta C / \Delta Y \\ &= 1.800 / 3.000 \end{aligned}$$

$$\text{MPC} = 0,6$$

$$\text{APC} = C/Y = 3.500 / 5.000$$

$$\text{APC} = 0,7$$

$$a = (\text{APC} - \text{MPC})Y$$

$$\begin{aligned} a &= (0,7 - 0,6)5.000 \\ &= 0,1(5.000) \end{aligned}$$

$$a = 500$$

Jadi Fungsi konsumsi si Badrun adalah: $C = 500 + 0,6Y$

12. Sebelum bekerja pengeluaran Daniel sebesar Rp. 1.500.000 sebulan. Setelah bekerja dengan penghasilan sebesar Rp. 5.000.000 pengeluarannya sebesar Rp. 4.500.000. Fungsi konsumsi Daniel adalah....

Jawab:

Diket:

$$a = 1.500.000 \text{ (Konsumsi pada saat } Y = 0)$$

$$\Delta C = C_1 - C_0 = 4.500.000 - 1.500.000 = 3.000.000$$

$$Y = Y_1 - Y_0 = 5.000.000$$

$$\Delta Y = 5.000.000 - 0 = 5.000.000$$

Tanya: Fungsi Konsumsi ?

Jawab:

Fungsi konsumsi dinyatakan dengan:

$$C = a + bY$$

Pada soal diatas sudah diketahui nilai a , Y , ΔY , dan ΔC , jadi langkah selanjutnya kita mencari MPC:

$$MPC = \Delta C / \Delta Y$$

$$MPC = 3.000.000 / 5.000.000 = 3 / 5 = 0,6$$

$$MPC = 0,6, \text{ karena } MPC = b, \text{ maka } b = 0,6$$

Setelah MPC kita ketahui, maka fungsi konsumsi untuk Daniel dapat kita tentukan sebagai berikut:

$$C = a + bY,$$

$$C = 1.500.000 + 0,6Y$$

BAB VII

Barisan Dan Deret

7.1. Barisan Aritmatika

Barisan aritmetika adalah suatu barisan bilangan yang selisih setiap dua suku berturutan selalu merupakan bilangan tetap (konstan). Bilangan yang tetap tersebut disebut beda dan dilambangkan dengan huruf b .

Contoh:

- a. 1, 4, 7, 10, 13, ...
- b. 2, 8, 14, 20, ...
- c. 30, 25, 20, 15, ...

Dari contoh : 1, 4, 7, 10, 13, ...

Pada barisan ini, suku berikutnya diperoleh dari suku sebelumnya ditambah 3. Dapat dikatakan bahwa beda sukunya 3 atau $b = 3$. Maka, secara umum suatu barisan aritmatika memiliki bentuk:

$U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, \dots, U_n$

$a, a+b, a+2b, a+3b, a+4b, \dots, a+(n-1)b$

Jadi rumus suku ke- n dalam barisan aritmetika adalah:

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Dimana:

$U_n = a_n =$ Suku ke- n

$a =$ suku pertama

$b =$ beda antar suku

$n =$ banyaknya suku

Jika U_n adalah suku ke- n dari suatu barisan aritmetika maka berlaku:

$$b = U_n - U_{n-1}$$

Contoh 1:

Tentukan suku ke-8 dan ke-20 dari barisan: -3, 2, 7, 12, ...

Jawab:

$-3, 2, 7, 12, \dots$

Suku pertama adalah $a = -3$ dan bedanya: $b = 2 - (-3) = 5$.

Dengan menyubstitusikan a dan b , diperoleh:

$$U_n = -3 + (n - 1)5.$$

$$\text{Suku ke-8: } U_8 = -3 + (8 - 1)5$$

$$U_8 = -3 + (7)5 = 32$$

$$\text{Suku ke-20: } U_{20} = -3 + (20 - 1)5$$

$$U_{20} = -3 + (19)5 = 92$$

Contoh 2:

Diketahui barisan aritmetika: $-2, 1, 4, 7, \dots, 40$. Tentukan banyak suku barisan tersebut.

Jawab:

Diketahui barisan aritmetika: $-2, 1, 4, 7, \dots, 40$.

Dari barisan tersebut, diperoleh: $a = -2$, $b = 3$, dan $U_n = 40$.

Rumus suku ke- n adalah:

$$U_n = a + (n - 1) b$$

$$40 = -2 + (n - 1) 3$$

$$40 = -2 + 3n - 3$$

$$40 = 3n - 5$$

$$3n = 45$$

$$n = 15.$$

Jadi, banyaknya suku dari barisan di atas adalah: 15

7.2. Deret Aritmatika

Deret aritmatika merupakan jumlah keseluruhan dari anggota barisan aritmatika yang dihitung secara berurutan.

Contoh:

8,12,16,20,24, maka deret aritmatikanya adalah:

$$8 + 12 + 16 + 20 + 24 = 80$$

Adapun rumus untuk menghitung jumlah deret aritmatika:

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n) \quad \text{atau} \quad S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b)$$

Dimana:

S_n = jumlah dari suku bilangan

a = suku awal

b = beda

n = banyak suku

$U_n = a + (n - 1)b$ adalah suku ke- n

Contoh 1:

Diketahui deret aritmatika 17, 20, 23, 26, ...

Jumlah tiga puluh suku pertama deret tersebut adalah...

Jawab:

Diket: Suku pertama = $a = 17$

$$\text{Beda} = b = U_2 - U_1 = 20 - 17 = 3$$

Tanya: S_{30}

Jawab:

$$S_{30} = \frac{30}{2} (17 + U_{30})$$

$$U_{30} = 17 + (30 - 1)3$$

$$= 17 + (29)3$$

$$U_{30} = 104$$

Sehingga:

$$S_{30} = \frac{n}{2} (a + U_n)$$

$$= \frac{30}{2} (17 + 104)$$

$$S_{30} = 1.815$$

Contoh 2:

Carilah jumlah 100 suku pertama dari deret: $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$

Jawab:

Diket: $a = 2$

$$b = 2$$

Tanya:

$$S_{100}$$

Jawab:

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b)$$

$$S_{100} = \frac{100}{2} (2(2) + (100 - 1)2)$$

$$= 50 (4 + 198)$$

$$= 50 (202)$$

$$S_{100} = 10.100$$

Soal:

1. Carilah suku ke-20 dari barisan aritmatika, 3, 8, 13, 18, ...
2. Suatu barisan aritmatika suku ke-3 nya adalah -1 dan suku ke-7 nya 19. Tentukan suku ke - 50.
3. Carilah suku ke - 27 pada setiap barisan aritmatika berikut ini:
 - a. 3, 7, 11, ...
 - b. 15, 13, 11, 9, ...
 - c. -8, -4, 0, 4, ...
 - d. -6, -1, 4, 9, ...
3. Suku ke -3 dan suku ke -16 dari barisan aritmatika adalah 13 dan 78. Tentukanlah suku pertama dan bedanya. Berapakah U_n dan S_n .
4. Diketahui deret aritmatika: 17, 20, 23, 26, ...
Jumlah tiga puluh suku pertama deret tersebut adalah...

5. Terdapat 60 suku dalam barisan aritmatika yang mana suku pertama adalah 9 dan suku terakhir adalah 27. Tentukan U_n dan S_n
6. Carilah jumlah dari:
 - a. 40 bilangan bulat positif ganjil yang pertama
 - b. 25 bilangan bulat positif genap yang pertama
 - c. 60 bilangan bulat positif yang pertama

7.3. Barisan Geometri

Barisan Geometri adalah susunan bilangan yang dibentuk menurut urutan tertentu, dimana susunan bilangan di antara dua suku yang berurutan mempunyai rasio yang tetap (dilambangkan dengan: r).

Jika a_1 adalah suku pertama dan r adalah rasio yang tetap, maka suku ke-2 dan seterusnya adalah:

$$a_1 = a$$

$$a_2 = a_1 r$$

$$a_3 = a_2 r = a_1 r^2$$

$$a_4 = a_3 r = a_1 r^3$$

Sehingga bentuk umum dari barisan geometri untuk suku ke- n adalah:

$$U_n = ar^{n-1}$$

Dimana:

$$U_n = \text{suku ke-}n$$

$$a = \text{suku pertama}$$

$$r = \text{rasio yang tetap}$$

$$n = \text{banyaknya suku}$$

Contoh 1:

Carilah suku ke delapan dari barisan geometri di mana suku pertama adalah 16 dan rasionya adalah 2.

Jawab:

Diket: $a = 16$

$$r = 2$$

$$n = 8$$

Tanya: $U_8 = \dots?$

Jawab:

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_8 = 16(2)^{8-1}$$

$$= 16(2)^7$$

$$= 16(128)$$

$$U_8 = 2.048$$

Contoh 2:

Carilah suku ke-11 dalam suatu barisan geometri dengan suku ke-4 adalah 24 dan suku ke-9 adalah 768.

Jawab:

Diket: $U_4 = 24$

$$U_9 = 768$$

Tanya:

$$U_{11} = \dots?$$

Jawab:

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_4 = ar^3 = 24$$

$$U_9 = ar^8 = 768$$

Jadi:

$$ar^8 / ar^3 = r^5$$

$$768 / 24 = r^5$$

$$32 = r^5$$

$$r = 2$$

Sehingga: $U_4 = ar^3$

$$24 = a2^3$$

$$24 = 8a$$

$$a = 3$$

Maka:

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_{11} = 3(2)^{11-1}$$

$$U_{11} = 3(2)^{10}$$

$$U_{11} = 3(1.024)$$

$$U_{11} = 3.072$$

7.4. Deret Geometri

Merupakan jumlah dari suku / bilangan dari suatu barisan geometri. Seperti: $a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$

Dimana:

a = suku awal

r = rasio

n = banyak suku

Rumus Untuk Deret Geometri adalah:

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, \text{ jika: } r > 1$$

atau:

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}, \text{ jika: } r < 1$$

Keterangan:

1. Rasio antara dua suku yang berurutan adalah tetap
2. Barisan geometri akan naik, jika untuk setiap n berlaku

$$U_n > U_{n-1}$$

3. Barisan geometri akan turun, jika untuk setiap n berlaku $U_n < U_{n-1}$. Bergantian naik turun, jika $r < 0$
4. Berlaku hubungan: $U_n = S_n - S_{n-1}$
5. Jika banyaknya suku ganjil, maka suku tengah
 $U_t = 1/2 (U_1 \times U_n) = 1/2 (U_2 \times U_{n-1})$ dst.
6. Jika tiga bilangan membentuk suatu barisan geometri, maka untuk memudahkan perhitungan, misalkan bilangan itu adalah : $a/r, a, ar$

Contoh:

Hitung nilai deret geometri untuk 4 bilangan pertama dgn: $a = 4, r = 1/4$.

Jawab:

Diket: $a = 4$

$$r = 1/4$$

Tanya: $S_4 = \dots?$

Jawab:

$r < 1$, maka:

$$\begin{aligned}
 S_4 &= \frac{4(1 - (\frac{1}{4})^4)}{1 - (\frac{1}{4})} \\
 &= \frac{4(1 - (\frac{1}{256}))}{1 - (\frac{1}{4})} \\
 &= \frac{4(\frac{255}{256})}{(\frac{3}{4})} \\
 &= \frac{3,98}{0,75} \\
 S_4 &= 5,31
 \end{aligned}$$

Soal:

1. Carilah jumlah dari 6 suku pertama pada setiap barisan berikut ini:
 - a. 2, 10, 50, 250, ... c. 6, 3, ...
 - b. 3, 9, 27, 81 d. 16, 8, 4, 2, ...
2. Carilah enam suku pertama dari barisan geometri berikut:
 - a. $a = 2$; $r = 1/2$ d. $a = 6$; $r = -1/2$
 - b. $a = 12$; $r = 1/3$ e. $a = 4$; $r = 1/3$
 - c. $a = 10$; $r = 1/4$
3. Carilah nilai dari deret geometri untuk 4 bilangan pertama dari setiap barisan geometri dengan a dan r diketahui di bawah ini:
 - a. $a = 4$; $r = 1/4$ c. $a = 10$; $r = -2$
 - b. $a = 15$; $r = 1/3$ d. $a = 8$; $r = 3/2$

BAB VIII

Aplikasi Barisan Dan Deret Dalam Bisnis

8.1. Barisan dalam Usaha Bisnis

Penerapan barisan bagi dunia bisnis yang lebih sesuai adalah Barisan Aritmatika. Karena apabila diukur dengan barisan geometri, variabel-variabel ekonomi seperti biaya produksi, modal, pendapatan, tenaga kerja akan kesulitan untuk mengikutinya dalam arti segera memenuhinya.

Contoh:

Stok barang PT. X pada bulan 1 sampai dengan 10, setelah dihitung rata-rata permintaan barang tersebut ialah 7. Berapakah stok barang pada bulan ke-6?

Jawab:

Diket: $a = 10$

$$b = 7$$

Tanya:

$$U_6 = \dots\dots?$$

Jawab:

$$U_6 = 10 + (6 - 1)7$$

$$U_6 = 10 + (5)7$$

$$U_6 = 10 + (35)$$

$$U_6 = 45$$

8.2. Deret dalam Usaha Bisnis

Contoh:

Perusahaan keramik menghasilkan 5.000 buah keramik pada pertama produksi. Dengan adanya penambahan tenaga kerja maka

jumlah produk yang dihasilkan juga dapat ditingkatkan. Akibatnya, perusahaan tersebut mampu menambah produksinya sebanyak 300 buah setiap bulanya. Jika perkembangan produksinya konstan setiap bulan. Berapa jumlah keramik yang dihasilkan pada bulan ke-12? Berapa buah jumlah keramik yang telah dihasilkan selama 1 tahun pertama produksinya?

Jawab:

Jumlah keramik yang dihasilkan pada bulan ke 12:

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$\begin{aligned} U_{12} &= 5.000 + (12 - 1)300 \\ &= 5.000 + (11) 300 \\ &= 5.000 + 3.300 \end{aligned}$$

$$U_{12} = 8.300$$

Jumlah keramik yang telah dihasilkan selama 1 tahun pertama produksi adalah:

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n)$$

$$S_{12} = \frac{12}{2} (a + U_{12})$$

$$S_{12} = 6(5.000 + 8.300)$$

$$S_{12} = 6(13.300)$$

$$S_{12} = 79.800$$

Jadi jumlah keramik yang telah dihasilkan selama 1 tahun pertama produksi adalah: 79.800 buah.

8.3. Deret dalam Mengukur Bunga Sederhana

1) Bunga Sederhana

Bunga merupakan suatu balas jasa yang dibayarkan bilamana kita menggunakan uang. Jumlah uang yang dipinjamkan atau

diinvestasikan di bank disebut modal awal atau pinjaman pokok (principal).

Pendapatan bunga menurut metode ini dinamakan bunga sederhana dan dapat dinyatakan dengan rumus berikut:

$$I = Pin$$

Dengan:

I = Jumlah pendapatan bunga

P = Pinjaman pokok atau jumlah investasi

i = tingkat bunga tahunan

n = jumlah tahun

Nilai dari modal awal pada akhir periode ke- n (F_n) adalah jumlah dari modal awal P ditambah pendapatan bunga selama periode waktu ke- n adalah: $F_n = P + I$

Dimana:

F_n = Nilai uang dimasa datang

P = Pinjaman pokok

I = Pendapatan bunga

Contoh:

Hitunglah pendapatan bunga sederhana dan berapa nilai yang terakumulasi di masa datang dari jumlah uang sebesar Rp. 12.000.000 yang diinvestasikan di Bank selama 4 tahun dengan bunga 15% per tahun.

Jawab:

Diket:

$$P = 12.000.000$$

$$n = 4$$

$$I = 15\% = 0,15$$

Tanya:

1) $I = \dots?$

2) $F_n = \dots?$

Jawab:

1) $I = Pin$

$$= 12.000.000 \times 0,15 \times 4$$

$$I = 7.200.000$$

2) $F_n = P + I$

$$= 12.000.000 + 7.200.000$$

$$F_n = 19.200.000$$

2) Potongan Sederhana

Proses yang digunakan untuk memperoleh perhitungan nilai sekarang dari suatu nilai masa datang tertentu. Bila nilai dari masa datang (F_n), tingkat bunga (i) dan jumlah tahun (n) telah diketahui, maka rumus untuk nilai sekarang (P) adalah:

$$P = \frac{F_n}{(1 + i.n)} \quad \text{atau} \quad P = F_n \left[\frac{1}{(1 + i.n)} \right]$$

Dimana:

P = Nilai Sekarang

F_n = Nilai masa datang tahun ke- n

i = Tingkat bunga

n = jumlah tahun

Contoh 2:

Nona Lisa ingin mengetahui berapa banyak nilai uang yang harus diinvestasikan di Bank saat ini, jika tingkat bunga di Bank per tahun 15 persen (bukan bunga majemuk) agar supaya pada akhir tahun kelima nilai uangnya menjadi Rp. 20.000.000

Jawab:

Diket: $F_5 = 20.000.000$

$$i = 0,15$$

$$n = 5$$

Tanya: $P = \dots?$

Jawab:

$$\begin{aligned} P &= \frac{F_n}{(1 + i.n)} \\ P &= \frac{20.000.000}{(1 + 0,15(5))} \\ &= \frac{20.000.000}{(1 + 0,75)} \\ &= \frac{20.000.000}{1,75} \\ P &= 11.428.571,429 \end{aligned}$$

8.4. Deret dalam Mengukur Bunga Majemuk

Model deret untuk bunga majemuk (Bunga berbunga) ialah baris geometri khususnya bagi hutang piutang. Hal ini berlaku bagi dunia perbankan. Transaksi dengan model ini disebut kredit.

Rumus:

$$F_n = P (1 + i)^n$$

Rumus ini untuk kredit system pembayaran suku bunga yang dibayarkan setahun sekali. Sebaiknya jika suku bunga dibayarkan lebih dari satu kali dalam setahun rumusnya menjadi:

$$F_n = P \left[1 + \left(\frac{i}{m} \right)^{mn} \right]$$

Dimana:

F_n = Jumlah nilai kredit dengan n periode

i = suku bunga kredit

P = Jumlah nilai kredit awal periode

n = banyaknya tahun

m = frekuensi pembayaran suku bunga dalam setahun

Contoh 1:

Jika Bapak Anugrah mendepositokan uangnya di Bank sebesar Rp. 5.000.000 dengan tingkat bunga yang berlaku 12 persen pertahun dimajemukkan, berapa nilai total deposito Bapak Anugrah pada akhir tahun ketiga? Berapa banyak pula pendapatan bunganya?

Jawab:

Diket: $P = 5.000.000$

$$i = 0,12$$

$$n = 3$$

Tanya: $F_3 = \dots?$

$$I = \dots?$$

Jawab:

$$1) \quad F_n = P (1 + i)^n$$

$$\begin{aligned} F_3 &= 5.000.000 (1 + 0,12)^3 \\ &= 5.000.000(1,405) \end{aligned}$$

$$F_3 = 7.025.000$$

$$2) \quad I = F_3 - P$$

$$= 7.025.000 - 5.000.000$$

$$I = 2.025.000$$

Contoh 2:

Mr. Bean kredit mobil dengan uang muka 10.000.000, sisa kreditnya yaitu 30.000.000 dengan suku bunga kredit 2% / bulan. Dalam jangka

waktu 2 tahun. Berapakah jumlah kredit setelah jatuh tempo pelunasan dan berapakah jumlah harga mobil?

Jawab:

Diket: $P = 30.000.000$

$$i = 2\% = 0,02$$

$$n = 2 \text{ tahun} = 2 \times 12 = 24$$

Tanya: $F_{24} = \dots?$

Jawab:

$$F_{24} = P (1 + i)^n$$

$$F_{24} = 30.000.000 (1 + 0,02)^{24}$$

$$F_{24} = 30.000.000 (1,02)^{24}$$

$$F_{24} = 48.253.117,48$$

Jumlah harga mobil (total harga perolehan)

$$THP = 48.253.117,48 + 10.000.000$$

$$THP = 58.253.117,48$$

Contoh 3:

Nona Arfina ingin menabung uangnya Rp. 1.500.000 di bank dengan tingkat suku bunga yang berlaku 15% per tahun.

Berapakah nilai uangnya dimasa datang setelah 10 tahun kemudian, jika dibunga-majemukkan secara:

- | | |
|---------------|------------|
| a. Semesteran | c. Bulanan |
| b. Kuartalan | d. Harian |

Jawab:

Diket: $P = 1.500.000$

$$i = 0,15$$

$$n = 10$$

Jawab:

- a) Pembayaran bunga majemuk semesteran ($m = 2$)

$$\begin{aligned} F_{10} &= 1.500.000 \left(1 + \frac{0,15}{2}\right)^{(10)(2)} \\ &= 1.500.000(1,075)^{20} \\ F_{10} &= 6.371.776,65 \end{aligned}$$

- b) Pembayaran bunga majemuk kuartalan ($m = 4$)

$$\begin{aligned} F_{10} &= 1.500.000 \left(1 + \frac{0,15}{4}\right)^{(10)(4)} \\ &= 1.500.000(1,0375)^{40} \\ F_{10} &= \text{Rp. } 6.540.568,14 \end{aligned}$$

- c) Pembayaran bunga majemuk bulanan ($m = 12$)

$$\begin{aligned} F_{10} &= 1.500.000 \left(1 + \frac{0,15}{12}\right)^{(10)(12)} \\ &= 1.500.000(1,0125)^{120} \\ F_{10} &= 6.660.319,85 \end{aligned}$$

- d) Pembayaran bunga majemuk harian ($m = 364$)

$$\begin{aligned} F_{10} &= 1.500.000 \left(1 + \frac{0,15}{364}\right)^{(10)(364)} \\ &= 1.500.000(1,0004)^{364} \\ F_{10} &= 6.720.458,94 \end{aligned}$$

8.5. Nilai Sekarang dengan Bunga Majemuk

Nilai sekarang dengan bunga majemuk dari suatu nilai masa datang:

$$P = \frac{F_n}{(1+i)^n} \text{ atau } P = F_n \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Dimana:

P = Nilai sekarang

F_n = Nilai masa datang

i = bunga per tahun

n = jumlah tahun

Jika frekuensi pembayaran bunga dalam setahun adalah m kali, maka rumus untuk menghitung nilai sekarang adalah:

$$P = \frac{F_n}{\left[1 + \frac{i}{m}\right]^{(n)(m)}} \text{ atau } P = F_n \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{(n)(m)}} \right]$$

Contoh

1. Nona Elly merencanakan uang tabungannya di Bank pada tahun ketiga akan berjumlah Rp. 30.000.000. Tingkat bunga yang berlaku 15% per tahun. Berapakah jumlah uang tabungan Nona Elly saat ini?

Jawab:

Diket:

$$F_3 = 30.000.000$$

$$i = 0,15$$

$$n = 3$$

Tanya: $P = \dots?$

Jawab:

$$\begin{aligned} P &= \frac{F_n}{(1 + i)^n} \\ &= \frac{30.000.000}{(1 + 0,15)^3} \\ &= \frac{30.000}{1,15^3} \end{aligned}$$

$$P = 19.725.486,97$$

2. Bapak Vecky seorang pengusaha berharap lima tahun kemudian akan mendapatkan laba dari usahanya sebanyak Rp. 25.000.000. Jika tingkat bunga yang berlaku saat ini 12% per tahun dan dibayarkan secara kuartal, berapakah jumlah laba Bapak vecky saat ini?

Jawab:

Diket: $F_5 = 25.000.000$

$$i = 0,12$$

$$m = 4$$

$$n = 5$$

Jawab:

$$\begin{aligned} P &= \frac{F_n}{\left[1 + \frac{i}{m}\right]^{(n)(m)}} \\ &= \frac{25.000.000}{\left[1 + \frac{0,12}{4}\right]^{(5)(4)}} \\ &= \frac{25.000.000}{[1,03]^{20}} \\ P &= 13.841.903,32 \end{aligned}$$

8.6. Deret dalam Mengukur Pertumbuhan Penduduk

Menurut Robert Malthus, dalam mengukur Pertumbuhan Penduduk mengikuti Barisan Geometri (Ukur), sedangkan Pertumbuhan Pangan mengikuti Barisan Aritmatika (Hitung).

Secara Matematis dapat dirumuskan: $P_t = P_i (1 + r)^{t-1}$

Dimana:

P_t = Jumlah penduduk pada periode t

P_i = Jumlah penduduk pada awal periode

r = Pertumbuhan penduduk (%)

t = Selisih waktu pada awal periode hingga periode t

Contoh:

Di Kota A pada tahun 2000 jumlah penduduknya sebanyak 2.000.000 jiwa dan menurut historis perhitungan tingkat pertumbuhan

penduduknya sebesar 2% / tahun. Berapa jumlah penduduk di Kota A tahun 2004?

Jawab:

Diket: $P_i = 2.000.000$

$$r = 2\% = 0,02$$

$$t = 2004 - 2000 = 4$$

Tanya: $P_{2004} = \dots?$

Jawab: $P_{2004t} = P_i (1 + r)^{t-1}$

$$P_{2004} = 2.000.000 (1 + 0,02)^{4-1}$$

$$P_{2004t} = 2.000.000 (1,02)^3$$

$$P_{2004} = 2.000.000 (1,06)$$

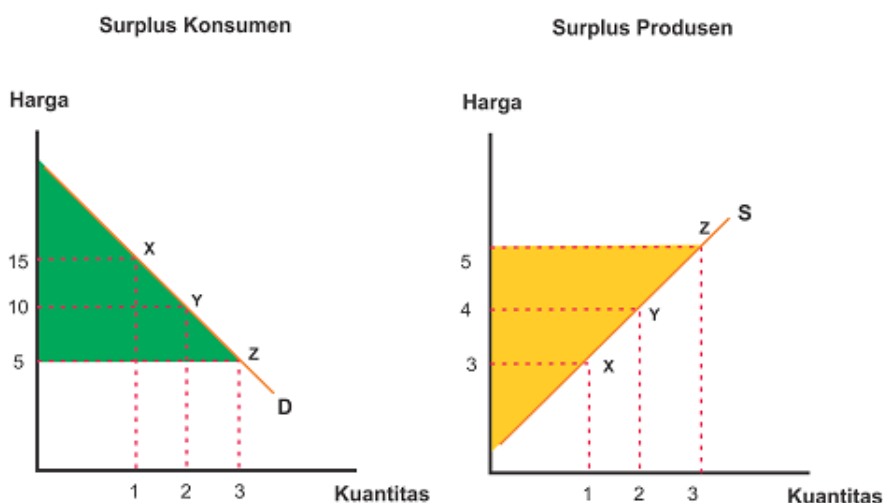
$$P_{2004} = 2.120.000$$

Jadi jumlah penduduk pada tahun 2004 adalah : 2.120.000 orang.

BAB IX

Surplus Konsumen Dan Surplus Produsen

Jika diketahui fungsi permintaan dan penawaran suatu barang, operasi hitung integral dapat dipakai untuk menghitung surplus konsumen dan surplus produsen pada *market equilibrium* atau pada tingkat harga tertentu. Surplus konsumen selalu terjadi diangka di atas nilai titik *equilibrium*, sedangkan surplus produsen selalu terjadi di bawah titik *equilibrium*.



Gambar: Kurva Surplus Konsumen & Produsen

9.1. Surplus Konsumen (SK)

Surplus konsumen adalah perbedaan antara jumlah maksimum yang seseorang ingin membayar (*willing to pay*) atas suatu barang dengan harga barang tersebut saat ini dipasar. Jumlah yang seseorang ingin membayar menunjukkan harga yang konsumen mau/bersedia membayar untuk suatu barang. Harga pasar menunjukkan harga yang harus dibayar untuk membeli barang tersebut.

Dengan demikian, surplus konsumen adalah perbedaan / selisih dari harga yang bersedia dibayar oleh konsumen dengan harga yang harus dibayarkan untuk membeli barang. Misalkan seseorang bertanya kepada anda “berapa harga yang bersedia anda bayar untuk membeli produk A?” Katakanlah anda bersedia/mau membayar produk A seharga 5 juta. Dan harga barang A dipasar ternyata hanya sebesar 2 juta. Harga barang ternyata lebih murah dari harga yang bersedia anda bayar. Disitulah adanya surplus konsumen.

Keadaan dimana konsumen mampu atau bersedia membeli barang lebih tinggi (mahal) dari harga equilibrium.

Rumus:

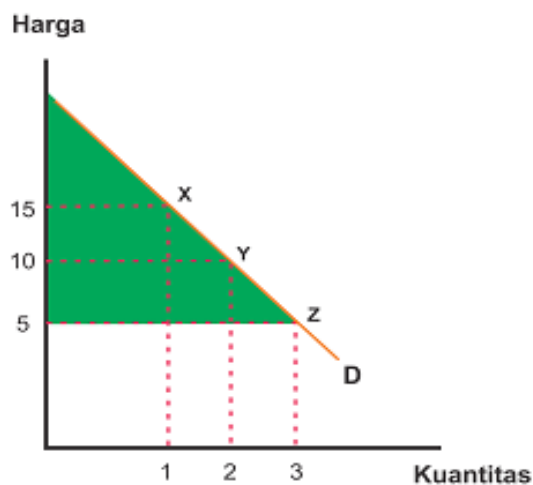
$$SK = \int_0^Q f(P_d) - P \cdot Q$$

Dimana:

P = Tingkat harga (*price*)

Q = Jumlah Barang (*quantity*)

Surplus Konsumen



9.2. Surplus Produsen (SP)

Surplus produsen adalah perbedaan antara harga pasar saat ini untuk suatu barang dengan total biaya penuh untuk produksi dari perusahaan/produsen. Harga pasar merujuk pada harga yang berlaku untuk barang tersebut di pasar. Total biaya disini merujuk pada harga yang perusahaan harapkan untuk dibayar. Harga yang diharapkan disini tentu harga yang pantas bagi perusahaan agar bertahan dalam industry tersebut. Dengan demikian, Biaya total yang diharapkan perusahaan akan menyangkut total biaya produksi dan keuntungan yang cukup.

Keadaan yang menunjukkan selisih antara hasil penjualan barang dengan jumlah penerimaan yang direncanakan produsen dalam penjualan sejumlah barang.

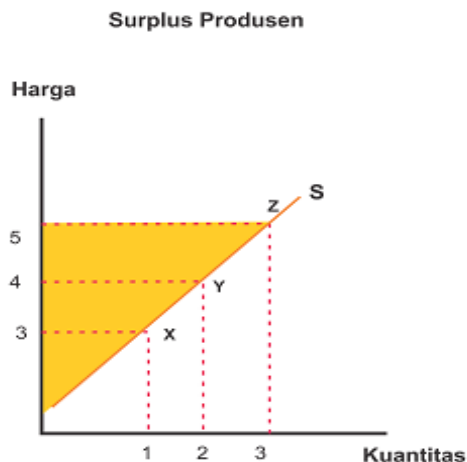
Rumus:

$$SP = P \cdot Q - \int_0^Q f(P_s)$$

Dimana:

P = Tingkat harga (*price*)

Q = Jumlah Barang (*quantity*)

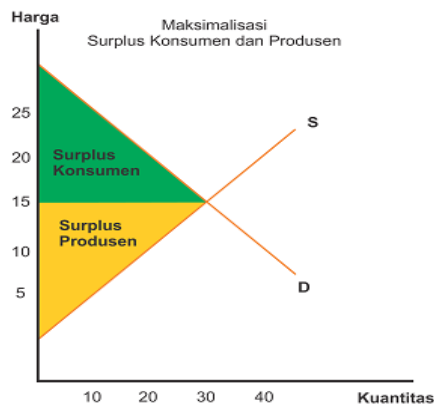


Gambar: Surplus Produsen

Perhatikanlah kurva surplus produsen diatas. Kita anggap saja harga pasar untuk barang A seharga 5 rupiah. Sedangkan kurva S menggambarkan keinginan produsen/perusahaan untuk produksi dan melakukan penawaran dipasar. Pada tingkat harga barang A sebesar 3 rupiah, produsen hanya ingin menjual barang A sebanyak 1 barang. Harga yang diharapkan perusahaan sebesar 3 rupiah, namun ternyata harga pasar yang berlaku untuk barang A sebesar 5 rupiah. Artinya terdapat surplus produsen sebesar 2 rupiah tiap unit barang. Harga yang berlaku dipasar lebih besar dari harga yang diharapkan produsen. Inilah surplus produsen yang terjadi pada titik X.

Pada titik Y, harga yang diharapkan oleh produsen yaitu sebesar 4 rupiah untuk mau melakukan penawaran barang A sebanyak 2 barang. Namun karena harga pasar sebesar 5 rupiah lebih tinggi dari harga yang diharapkan oleh produsen, maka pada titik Y ini terjadi surplus produsen. Pada titik Z tidak ada surplus produsen yang terjadi. Sebab harga pasar dan harga yang diharapkan oleh produsen sama. Pada titik Z ini kuantitas barang yang ingin dijual oleh produsen yaitu sebesar 3 unit barang A.

Maksimalisasi Surplus Konsumen dan Surplus produsen



Pada kurva diatas kita ingin menggambarkan cara untuk memaksimalkan surplus konsumen dan surplus produsen. Harga barang saat ini yaitu sebesar 15 rupiah per barang. Dengan tingkat harga tersebut, konsumen mendapatkan surplus konsumen sebagaimana yang tergambar warna hijau. Dari sisi produsen, dengan tingkat harga sebesar 15 rupiah per barang ternyata mendapatkan surplus produsen sebesar daerah warna kuning.

Cara agar memaksimalkan surplus konsumen dan produsen terjadi yaitu membiarkan produksi sejumlah 30 pada tingkat harga 15 rupiah. Disini tercipta surplus konsumen dan produsen yang maksimum. Katakanlah harga barang sebesar 15 rupiah, namun misalkan produsen hanya memproduksi barang sejumlah 20 barang. Pada kondisi demikian, surplus produsen yang diperoleh akan berkurang karena daerah surplus konsumen masih bisa diperbesar. Sedangkan dari sisi konsumen, memang permintaan banyak, namun karena barang yang ditawarkan terbatas, sehingga surplus konsumen juga menjadi berkurang.

Surplus konsumen dan surplus produsen yang maksimum memang akan tercipta pada tingkat harga 15 rupiah dengan jumlah yang ditawarkan dan diminta sama yaitu sejumlah 30 barang. Pada penjelasan diatas kita melihat cara memaksimalkan surplus konsumen dan surplus produsen. Bagaiaman bila surplus konsumen dan surplus tersebut justru tidak berapa kondisi maksimal? Hal tersebut akan membuat terjadi *Deadweight Loss*.

Deadweight Loss

Deadweight loss adalah jumlah kehilangan surplus produsen dan surplus konsumen baik karena kurang produksi (underproduction) ataupun kelebihan produksi (overproduction). Dari pengertian tersebut

dapat dipahami bahwa deadweight loss membicarakan mengenai surplus konsumen dan produsen. Untuk melanjutkan membaca pembahasan ini, anda harus terlebih dahulu memahami konsep surplus konsumen dan surplus produsen. Anda yang membaca ini dianggap telah paham konsep tersebut.

Sebelumnya, kita telah mempelajari cara memaksimalkan surplus konsumen dan surplus produsen. Pada pasar persaingan (sistem pasar), akan memaksimalkan surplus yang didapat konsumen dan surplus yang didapatkan produsen.

Surplus konsumen berarti ada manfaat yang diperoleh konsumen dari kelebihan dalam harga yang harus dibayarkan. Konsumen bersedia membayar lebih mahal namun mendapatkan harga yang harus dibayar lebih murah. Dengan memaksimalkan surplus konsumen, berarti konsumen mendapatkan manfaat yang besar dengan menerima harga yang lebih murah dari yang bersedia konsumen bayarkan.

Begitu juga pada surplus produsen memberikan kompensasi lebih kepada produsen. Pada pasar persaingan, diupayakan agar memaksimumkan surplus produsen. Surplus produsen berarti ada kompensasi lebih yang diterima oleh produsen dari kelebihan harga yang diterima dengan biaya produksi.

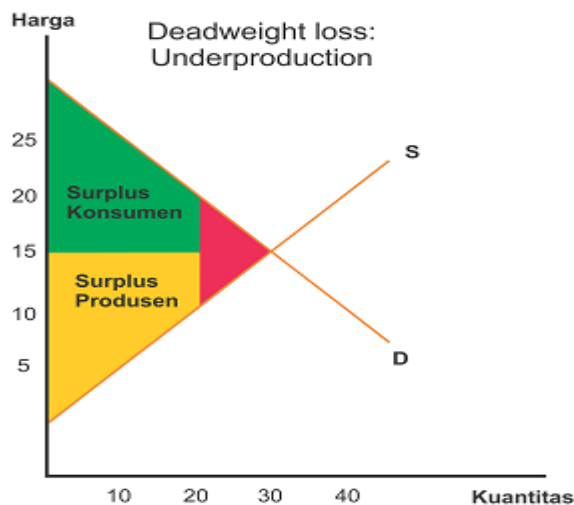
Memaksimumkan surplus konsumen dan surplus produsen akan memberikan manfaat baik konsumen maupun produsen. Lantas apa yang terjadi bila surplus konsumen dan surplus produsen ini tidak dimaksimumkan? Bila kondisi itu terjadi, itu lah yang dikatakan sebagai deadweight loss.

Sebagaimana telah disebutkan pada pengertian deadweight loss diatas, ada kehilangan surplus produsen dan surplus konsumen yang

terjadi. Deadweight loss menggambarkan sebesarapa besar kehilangan tersebut. Terjadinya deadweight loss dapat terjadi karena ada kelebihan produksi (overproduction) maupun karena kekurangan produksi (*underproduction*).

Deadweight Loss dari Underproduction

Deadweight loss karena *underproduction* dapat ditunjukkan pada kurva berikut:



Perhatikan lebih dulu kurva maksimalisasi surplus konsumen dan produsen diatas. Kita melihat surplus konsumen warna hijau, dan surplus produsen warna kuning, dengan memaksimalkan keduanya tercapai pada harga 15 rupiah dan kuantitas sebesar 30 (permintaan maupun penawaran).

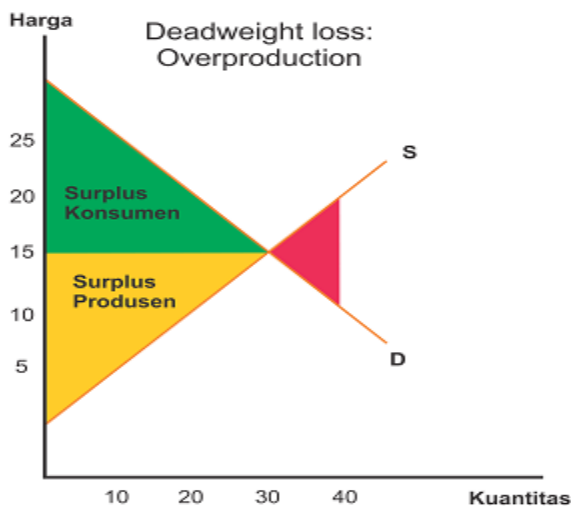
Sekarang perhatikan kembali kurva deadweight loss karena underproduction. Bila pada saat memaksimalkan surplus konsumen dan produsen, jumlah barang yang diminta atau ditawarkan sebesar 30. Saat terjadinya underproduction, produsen menawarkan jumlah barang kurang dari 30, misalkan penawaran dari produsen hanya sebesar 20 barang. Dengan produksi hanya sebesar 20, sejatinya produsen

kehilangan surplus yang masih bisa di tingkatkan bila berproduksi sebesar 30 barang. Dari sisi konsumen juga kehilangan surplus konsumen karena tidak dapat menikmati membeli barang sebanyak 30 karena produksi kurang.

Dalam contoh kasus ini terjadi kekurangan produksi. Hal tersebut akan membuat surplus konsumen dan surplus produsen tidak maksimum. Tidak maksimumnya disini berasal dari produksi yang kurang. Tidak maksimumnya surplus konsumen dan produsen disini berarti telah terjadi kehilangan surplus konsumen dan surplus produsen yang seharusnya dapat dimaksimumkan. Kehilangan surplus konsumen dan surplus produsen karena kekurangan produksi ini yang dikatakan sebagai deadweight loss yang berasal dari kekurangan produksi (underproduction). Deadweight loss dari underproduction terlihat dari daerah yang berwarna merah pada kurva.

Deadweight Loss karena Overproduction

Deadweight loss karena overproduction dapat ditunjukkan kurva dibawah ini:



Konsep *deadweight loss* karena kelebihan produksi (*overproduction*) yaitu adanya kehilangan surplus konsumen dan produsen karena produsen menawarkan barang terlalu banyak. Penawaran barang yang terlalu banyak akan membuat harga barang turun. Konsumen akan menghargai dengan harga yang lebih rendah untuk kelebihan penawaran yang dilakukan produsen. Harga yang lebih rendah ini tidak cukup untuk mencakup biaya sehingga produsen akan kehilangan surplusnya.

Setiap produksi diatas jumlah yang seharusnya akan membuat biaya yang ditanggung untuk setiap produksi kelebihan tersebut akan lebih besar daripada yang dihargai konsumen. Kelebihan penawaran oleh produsen tentu mengharapkan harga yang lebih tinggi, dengan harga lebih tinggi akan membuat surplus konsumen berkurang.

Bila terjadi kelebihan produsen, yang akan mengalami kerugian kedua belah pihak baik konsumen maupun produsen. Hal ini membuat terjadinya *deadweight loss* karena *overproduction*. Kondisi *deadweight loss* karena *overproduction* ditunjukkan pada daerah merah. Daerah *deadweight loss* tersebut akan menggambarkan kehilangan surplus konsumen dan surplus produsen akibat *over production*.

Contoh:

- 1) Diketahui fungsi permintaan & penawaran:

$$P_d = -\frac{1}{2}Q^2 - \frac{1}{2}Q + 33$$

$$P_s = 6 + Q$$

Carilah surplus konsumen dan surplus produsen?

Jawab:

Market Equilibrium: $P_d = P_s$

$$-\frac{1}{2}Q^2 - \frac{1}{2}Q + 33 = 6 + Q$$

$$Q^2 + Q - 66 = -12 - 2Q$$

$$Q^2 + Q + 2Q - 66 + 12 = 0$$

$$Q^2 + 3Q - 54 = 0$$

$$(Q - 6)(Q + 9)$$

$$Q = 6$$

Dengan $Q = 6$, maka: $P = 6 + 6 = 12$

Jadi titik keseimbangan / market equilibrium pada saat harga (P) = 12 dan jumlah barang (Q) = 6.

$$\begin{aligned} SK &= \int_0^6 (-\frac{1}{2}Q^2 - \frac{1}{2}Q + 33)dx - P \cdot Q \\ &= \left[-\frac{1}{6}Q^3 - \frac{1}{4}Q^2 + 33Q \right]_0^6 - 12 \cdot 6 \\ &= \left(-\frac{1}{6} \cdot 6^3 - \frac{1}{4} \cdot 6^2 + 33 \cdot 6 \right) - 0 - 72 \\ &= (-36 - 9 + 198) - 72 \end{aligned}$$

$$SK = 81$$

$$\begin{aligned} SP &= P \cdot Q - \int_0^6 (6 + Q)dx \\ &= 12 \cdot 6 - \int_0^6 (6 + Q)dx \\ &= 72 - \left[6Q + \frac{1}{2}Q^2 \right]_0^6 \\ &= 72 - (6 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 6^2) - 0 \\ &= 72 - (36 + 18) \end{aligned}$$

$$SP = 18$$

- 2) Permintaan suatu barang ditunjukkan persamaan $Q = 80 - 2P$, penawarannya dicerminkan oleh persamaan $Q = -120 + 8P$. Carilah surplus konsumen dan surplus produsen pada saat terjadi market equilibrium (ME)?

Jawab:

Diket:

$$Q_d = 80 - 2P \quad \Rightarrow P_d = 40 - 0,5Q$$

$$Q_s = -120 + 8P \quad \Rightarrow P_s = 15 + 0,125Q$$

Tanya:

SK dan SP = ...?

Jawab:

$$P_s = P_d$$

$$15 + 0,125Q = 40 - 0,5Q$$

$$0,125Q + 0,5Q = 40 - 15$$

$$0,625Q = 25$$

$$Q = \frac{25}{0,625}$$

$$Q = 40$$

Dengan $Q = 40$, maka:

$$P = 40 - 0,5Q$$

$$= 40 - 0,5(40)$$

$$= 40 - 20$$

$$P = 20$$

Sehingga SK dan SP bisa dicari:

$$SK = \int_0^{40} (40 - 0,5Q)dx - P \cdot Q$$

$$= [40Q - 0,25Q^2]_0^{40} - 20 \cdot 40$$

$$= ((40(40) - 0,25(40)^2) - 0 - 800$$

$$= (1.600 - 400) - 800$$

$$SK = 400$$

$$SP = P \cdot Q - \int_0^{40} (15 + 0,125Q)dx$$

$$= 20 \cdot 40 - [15Q + 0,0625Q^2]_0^{40}$$

$$= 20 \cdot 40 - ((15(40) + 0,0625(40)^2)$$

$$= 800 - (600 + 100)$$

$$= 800 - 700$$

$$SP = 100$$

Soal Latihan:

1. Fungsi permintaan suatu barang ditunjukkan oleh persamaan: $P = 15 - Q$, sedangkan penawarannya: $P = 3 + 0,5Q$. Carilah surplus konsumen dan surplus produsen pada saat terjadi *market equilibrium* (ME)?
2. Permintaan suatu barang ditunjukkan oleh persamaan $Q = 80 - 2P$, sedangkan penawarannya dicerminkan oleh persamaan $Q = -120 + 8P$. Carilah surplus konsumen dan surplus produsen pada saat terjadi *market equilibrium* (ME)?
3. Permintaan suatu barang ditunjukkan: $P = 25.000 - 1.000Q$, penawarannya dicerminkan oleh persamaan: $P = -5000 + 500Q$. Carilah surplus konsumen dan surplus produsen pada saat terjadi *market equilibrium* (ME)?
4. Seorang produsen dengan fungsi penawaran: $P = 0,50Q + 3$. Berapa surplus produsen itu bila tingkat harga keseimbangan di pasar adalah 10?
5. Hitunglah surplus konsumen fungsi permintaan: $Q = 40 - 2P$ yang tingkat harga pasarnya 10.

DAFTAR PUSTAKA

- Chiang C. Alpha dan Wainwrigth Kevin. 2006. Dasar-Dasar Matematika Ekonomi, Penerbit Erlangga, Jakarta.
- Dowling T. Edward. 1992. Matematika untuk Ekonomi, Cetakan Kedua, Penerbit Erlangga, Jakarta.
- Dumairy. 2003. Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi, Cetakan Pertama, BPFE-Yogyakarta.
- Hasanah, Karuniawati. 2019. Matematika Ekonomi Dan Bisnis, Cetakan Pertama, Penerbit UNIPMA Press, Madiun.
- Kalangi Bintang Josep. 2006. Matematika Ekonomi dan Bisnis, Edisi Pertama, Jilid Pertama dan Kedua, Penerbit Salemba Empat, Jakarta.
- Salvatore, Dominick. 2005. Ekonomi Manajerial dalam Perekonomian Global, Edisi Kelima, Buku 1, Salemba Empat, Jakarta.
- Siahaan Elisabet. 2012. Ekonomi Manajerial, Edisi Pertama, USU Press, Medan.
- Simamora Tuana. 2004. Matematika Ekonomi, Fakultas Ekonomi Universitas Sumatera Utara, Medan.
- Supriyanto, dkk. 2020. Buku Ajar: Matematika Bisnis Terapan, Cetakan ke-1, Penerbit Petualang Literasi, Bandar Lampung.
- Weber, E.Jean. 1982. Mathematical Analysis: Business and Economics Application, Fourth Edition, Edition, New York: Harper & Row, Publisher, Inc.
- Wirawan, Nata. 2017. Matematika Ekonomi dan Bisnis, Edisi Keenam, Penerbit Keraras Emas, Denpasar.