

Murdifin Haming
Ramlawati

Suriyanti
Imaduddin

OPERATION RESEARCH

Teknik Pengambilan Keputusan Optimal



OPERATION RESEARCH

Teknik Pengambilan Keputusan Optimal

Murdifin Haming
Ramlawati

Suriyanti
Imaduddin

OPERATION RESEARCH

Teknik Pengambilan Keputusan Optimal



Penerbit

BUMI AKSARA

Oleh: Prof. H. Murdifin Haming, S.E., M.Si, Ph.D.
Dr. Ramlawati, S.E., M.M.
Dr. Suriyanti, S.E., M.M.
Dr. Imaduddin, S.T., M.M.

Editor: Bunga Sari Fatmawati

Diterbitkan oleh PT Bumi Aksara
Jl. Sawo Raya No. 18
Jakarta 13220



Hak cipta dilindungi undang-undang. Dilarang memperbanyak buku ini sebagian atau seluruhnya, dalam bentuk dan dengan cara apa pun juga, baik secara mekanis maupun elektronik, termasuk fotokopi, rekaman, dan lain-lain tanpa izin tertulis dari penerbit.

Cetakan pertama, Maret 2017
Perancang kulit, Diah Purnamasari
Desain Layout, Fahri Nur Prasajo
Dicetak oleh Sinar Grafika Offset
Sumber gambar, http://www.wallpaperup.com/597448/Gears_mechanical_technics_metal_steel_abstract_abstraction_steampunk_mechanism_machine_Engineering_gear.html

ISBN 978-602-444-032-9

Perpustakaan Nasional: Katalog Dalam Terbitan (KDT)

**Prof. H. Murdifin Haming, S.E., M.Si., Ph.D. Dr. Ramlawati, S.E., M.M.
Dr. Suriyanti, S.E., M.M. Dr. Imaduddin, S.T., M.M.**
Operations Research: Teknik Pengambilan
Keputusan Optimal Prof. H. Murdifin Haming, S.E.,
M.Si., Ph.D., editor, Bunga Sari Fatmawati. – Cet. 1.
– Jakarta: Bumi Aksara, 2017.
XX + 428 hlm.; 15,5 x 23 cm.

ISBN 978-602-444-032-9

I. Penelitian, Operasi. I. Murdifin Haming, H. II. Bunga Sari Fatmawati

PRAKATA

Penerbitan buku **Operations Research: Teknik Pengambilan Keputusan Optimal** dirasa perlu karena saat ini adalah era digital yang penuh persaingan. Dengan demikian, keputusan yang diambil oleh manajer haruslah keputusan yang berdaya guna dan berhasil guna. Buku teks yang ada sekarang dirasa tidak sesuai dengan kebutuhan pembelajaran dan kebutuhan para manajer karier. Untuk menjawab kekosongan yang dimaksud kami dari tim penulis berinisiatif untuk membuat buku ini. Materi yang dibahas dalam buku ini diramu dari pengalaman mengampu mata kuliah selama beberapa dasawarsa terakhir. Materi dilengkapi dengan metode pemecahan kasus secara manual dengan memakai program komputer, serta memakai lembar kerja Excel. Dengan lembar kerja Excel, para pemakai baik mahasiswa maupun praktisi dapat merancang sendiri kebutuhannya dengan memedomani cara penyusunan lembar kerja Excel dimaksud.

Naskah ini dapat diselesaikan berkat bantuan teman sejawat, baik tim pengajar *Operations Research* maupun tim pengajar Manajemen Operasional, serta Pengantar Pengetahuan dan Praktikum Komputer. Masukan dan kritikan teman sejawat telah diakomodasi dan dijadikan masukan untuk memperbaiki naskah ini.

Diharapkan buku **Operations Research: Teknik Pengambilan Keputusan Optimal** dapat memenuhi kebutuhan mahasiswa, khususnya program studi yang mempelajari mata kuliah *Operations Research*. Tak hanya itu, buku ini juga diharapkan dapat memenuhi kebutuhan pembaca dan praktisi, yang bergelut dengan analisis keputusan untuk menghasilkan keputusan yang optimal dan dapat terjawab.

Untuk penyempurnaan Edisi Pertama buku ini, semua pihak yang ingin memberikan kritik atau saran demi perbaikan dapat dikirimkan kepada tim penulis maupun pihak penerbit. Kami berharap buku ini dapat menjadi sarana untuk saling berbagi informasi, serta menjadikan para pembelajar dan pembaca untuk dapat memahami konsep dan metode implementasi Riset Operasional di dunia nyata.

Kepada berbagai pihak yang telah memberikan kritik membangun dan saran perbaikan sewaktu naskah ini disusun, serta sewaktu naskah ini sudah diterbitkan tim penulis mengucapkan terima kasih banyak. Kepada Dosen Fakultas Ekonomi UMI (Universitas Muslim Indonesia) Makassar, tim penulis menyampaikan terima kasih dan ucapan syukur yang tidak terhingga berkenaan dengan partisipasinya dalam diskusi mengenai materi yang dikaji dalam naskah ini. Partisipasi Bapak/Ibu dan teman sejawat sekalian dapat menjadi masukan perbaikan naskah ini.

Terakhir, Tim Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada penerbit yang telah menerima dan menerbitkan naskah ini. Semoga Allah SWT terus memberikan kebaikan dan melimpahkan kesuksesan kepada kita semua.

Jakarta, Desember 2016

Tim Penulis

Prof. H. Murdifin Haming, S.E., MSi, Ph.D.

Dr. Ramlawati, S.E., M.M.

Dr. Suriyanti, S.E., M.M.

Dr. Imaduddin, S.T., M.M.

Tabel 12.16	Biaya Distribusi per Unit dari Gudang Wilayah ke Daerah Pemasaran.....	298
Tabel 12.17	Lembar Kerja untuk Kontribusi Tiap Pasar yang Dilayani...	299
Tabel 12.18	Kontribusi Unit di Tiap Daerah Pemasaran	300
Tabel 12.19	Hasil Pengurangan Nilai Maksimum dengan Kontribusi Unit	301
Tabel 12.20	Operasi Pengurangan Baris dan Kolom dengan Minimumnya.....	302
Tabel 12.21	Operasi Menghubungkan Elemen Nol	303
Tabel 13.1	Rencana Kegiatan Mengenalkan Produk Baru	314
Tabel 13.2	Kegiatan dan Kegiatan yang Mendahului	315
Tabel 13.3	Prediksi Waktu Penyelesaian Pekerjaan Pengenalan Produk Baru.....	316
Tabel 13.4	Perhitungan Waktu Luang Setiap Kegiatan Proyek.....	321
Tabel 13.5	Perbedaan PERT dan CPM	324
Tabel 13.6	Kegiatan yang Ada dalam Proyek Jalan Raya Kabupaten ..	325
Tabel 13.7	Urutan Pelaksanaan Kegiatan dan Waktu Pengerjaannya.	326
Tabel 13.8	Perhitungan Waktu Luang (<i>Slack Time</i>) Kegiatan.....	330
Tabel 13.9	Varian Jalur Kritis Proyek Pengenalan Produk Baru.....	331
Tabel 13.10	Proyek Pemeliharaan dan Reparasi Gedung Pabrik	333
Tabel 13.11	Biaya Penyelesaian Menurut Waktu Normal dan Percepatan	335
Tabel 13.12	Jenis Kegiatan dan Waktu Pelaksanaan Proyek Pemasaran Produk Baru	336
Tabel 13.13	Perhitungan Waktu Tercepat Penyelesaian Kegiatan	338
Tabel 13.14	Perhitungan Waktu Paling Lambat Menyelesaikan Kegiatan.	339
Tabel 13.15	Daftar Perhitungan Waktu <i>Slack</i> Pekerjaan	341
Tabel 13.16	Perhitungan Alokasi Anggaran per <i>Termijn</i> Sesuai Capaian Kegiatan	346
Tabel 14.1	Jenis Keputusan Strategis Manajemen Operasi	350
Tabel 14.2	Daftar Pesanan Pekerjaan untuk Satu Alat Produktif	362
Tabel 14.3	Penjadwalan Menurut Kriteria FC-FS	363
Tabel 14.4	Penjadwalan Berdasarkan Kriteria SOT.....	364
Tabel 14.5	Penjadwalan Menurut Kriteria EDDF	364
Tabel 14.6	Penjadwalan Menurut Kriteria STR.....	365
Tabel 14.7	Penjadwalan Menurut Kriteria STR/OP.....	366
Tabel 14.8	Penjadwalan Menurut Kriteria <i>Critical Ratio</i>	366
Tabel 14.9	Penjadwalan Menurut Kriteria LCFS	367
Tabel 14.10	Penjadwalan Menurut Kriteria <i>Random Order</i>	368
Tabel 14.11	Perbandingan Kinerja Setiap Kriteria Penjadwalan.....	368
Tabel 14.12	Tugas dan Waktu Layanan pada Setiap Stasiun Kerja	370

Tabel 14.13	Tugas dan Waktu Pengerjaan di Tiap Mesin.....	373
Tabel 14.14	Proses Perhitungan Waktu Gabungan untuk Penjadwalan.	373
Tabel 15.1	Perbandingan Biaya Total Sediaan di antara Alternatif Q....	391
Tabel 15.2	Data Penjualan Harian Selama Periode Observasi.....	402
Tabel 15.3	Perhitungan <i>Marginal Profit</i> dari Rencana Persediaan.....	403
Tabel 15.4	Perhitungan Margin untuk Menentukan Sediaan.....	403

DAFTAR ISI

PRAKATA	v
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xvii
BAB 1 RISET OPERASIONAL	1
A. Pengertian Riset Operasional.....	3
B. Proses Pengambilan Keputusan.....	6
C. Model Analisis Riset Operasional (OR).....	13
D. Sifat Sumber Daya dan Lingkungan Keputusan.....	15
BAB 2 PROGRAM LINEAR DAN PENGEMBANGANNYA	26
A. Pengertian Program Linear.....	26
B. Program Linear di Dunia Bisnis.....	33
BAB 3 TEKNIK PEMECAHAN KASUS PROGRAM LINEAR	37
A. Pemecahan dengan Metode Grafik.....	37
B. Pemecahan dengan Metode Simpleks.....	51
BAB 4 PRIMAL DAN DUALITY	83
A. Program <i>Primal</i>	84
B. Program <i>Duality</i>	90
BAB 5 ANALISIS PASCA-OPTIMAL	100
A. Kegunaan Analisis Pasca-Optimal.....	100
B. Menilai Keabsahan Hasil Optimal.....	100
C. Skedul Ekspansi.....	114
BAB 6 PROGRAM BILANGAN BULAT	117
A. Pengertian Bilangan Bulat.....	117
B. Operasi Pemecahan.....	118

BAB 7 PROGRAM TRANSPORTASI DAN TRANSHIPMENT	129
A. Aplikasi untuk Minimisasi Biaya.....	130
B. Aplikasi pada Program Maksimisasi Kontribusi	144
C. Analisis <i>Transhipment</i>	152
BAB 8 PEMAKAIAN PROGRAM LINEAR DALAM PERENCANAAN AGREGAT	159
A. Pengertian Perencanaan Agregat.....	159
B. Tahapan Perencanaan Agregat.....	161
C. Aplikasi <i>Trial and Error</i> dalam Perencanaan Agregat.....	165
D. Aplikasi Metode Transportasi dalam Perencanaan Agregat..	171
BAB 9 PROGRAM TUJUAN GANDA (GOAL PROGRAMMING)	194
A. Pengertian Program Tujuan Ganda (<i>Goal Programming</i>).....	194
B. Aplikasi Model.....	196
BAB 10 TEORI ANTREAN	222
A. Pengertian Teori Antrean.....	222
B. Tipe Sumber Populasi.....	224
C. Tipe Struktur Antrean.....	226
D. Analisis Pemecahan Kasus Antrean.....	259
BAB 11 SIMULASI	259
A. Pengertian Simulasi.....	259
B. Jenis Simulasi.....	261
C. Pengaplikasian Simulasi.....	263
BAB 12 TEORI PEMBEBANAN	281
A. Pengertian Pembebanan.....	281
B. Aplikasi Pembebanan untuk Minimalisasi Biaya.....	282
C. Aplikasi Pembebanan untuk Maksimisasi Kontribusi.....	297
BAB 13 MANAJEMEN PROYEK	306
A. Pengertian Proyek.....	306
B. Penjadwalan Proyek.....	311
C. Percepatan dan Pembiayaan Proyek.....	330

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1	Proses Pengambilan Keputusan Pemecahan Masalah ...	8
Gambar 1.2	Proses Pengambilan dan Implementasi Keputusan.....	9
Gambar 1.3	Kerangka Proses Pemecahan Masalah dengan Metode OR.....	10
Gambar 1.4	Teknik dan Prosedur Pemecahan Masalah dengan OR..	11
Gambar 2.1	Kerangka Model Program Linear (Diadaptasi dari Guiseppi A. Forgionne (1990:277)).....	32
Gambar 2.2	Tampilan Awal POM-QM untuk Program Linear.....	35
Gambar 2.3	Tampilan Awal Excel-OM untuk Program Linear.....	35
Gambar 3.1	Grafik Kasus Maksimisasi Laba.....	39
Gambar 3.2	Tampilan Pemecahan Menggunakan POM-QM	41
Gambar 3.3	Tampilan Pemecahan dengan Excel OM.....	42
Gambar 3.4	Grafik Isoprofit Kasus Program Maksimisasi	43
Gambar 3.5	Grafik Pemecahan Kasus Minimisasi Biaya.....	45
Gambar 3.6	Tampilan Pemecahan Minimisasi Biaya dengan POM-QM	46
Gambar 3.7	Tampilan Pemecahan dengan Memakai Excel-OM.....	47
Gambar 3.8	Grafik <i>Isocost Line</i> Program Minimisasi Biaya.....	48
Gambar 3.9	Grafik Pemecahan Kasus Minimisasi Biaya.....	49
Gambar 3.10	Pemecahan dengan Menggunakan POM-QM	51
Gambar 3.11	Pemecahan Kasus Maksimisasi Menggunakan POM-QM.	61
Gambar 3.12	Pemecahan dengan Metode Grafik.....	82
Gambar 3.13	Pemecahan dengan Metode Simpleks	82
Gambar 4.1	<i>Input</i> dari Pemecahan Maksimisasi	88
Gambar 4.2	Nilai Optimum Pemecahan Maksimisasi.....	90
Gambar 4.3	Perbandingan Model <i>Primal</i> dan <i>Duality</i>	97
Gambar 6.1	<i>Input</i> Program yang akan Dipecahkan.....	127
Gambar 6.2	Hasil Pemecahan <i>Optimal Integer Programming</i>	128
Gambar 7.1	Pemecahan Kasus Minimisasi dengan Excel	142
Gambar 7.2	Data <i>Input</i> untuk Minimisasi Biaya Distribusi	143
Gambar 7.3	Hasil Pemecahan Optimal dan Biaya per Pasar	144
Gambar 7.4	Pemasukan <i>Input</i> Pemecahan Maksimisasi Kontribusi...	150
Gambar 7.5	Hasil Pemecahan Optimum dan Kontribusi Total Alokasi...	151

Gambar 7.6	Pemecahan Kasus Minimisasi Jarak dengan Excel.....	153
Gambar 7.7	Peta Rute Logistik Perusahaan XYZ.....	156
Gambar 7.8	Rute Distribusi dan Biaya Logistik.....	157
Gambar 8.1	Diagram Tahapan Perencanaan Agregat.....	164
Gambar 8.2	Hasil Pemecahan dengan POM for Windows.....	169
Gambar 8.3	Hasil Distribusi Pemecahan.....	180
Gambar 9.1	Pemecahan SGM dengan Lembar Kerja Excel.....	201
Gambar 9.2	Pemecahan SGM dengan Program POM for Windows..	203
Gambar 9.3	Pemecahan ER-MGM Secara Manual dengan Lembar Kerja Excel Beserta Iterasinya.....	208
Gambar 9.4	Pemecahan ER-MGM dengan Program <i>Excel OM for Windows</i>	213
Gambar 9.5	Pemecahan ER-MGM dengan <i>Excel OM for Windows</i>	215
Gambar 9.6	Pemecahan PR-MGM Secara Manual dengan Lembar Kerja Excel Beserta Iterasinya.....	217
Gambar 9.7	Pemecahan PR-MGM dengan Menggunakan Program <i>Excel OM for Windows</i>	221
Gambar 10.1	Asal Kendaraan yang Tiba di SPBU Bersifat Tidak Tertentu	225
Gambar 10.2	Hanggar untuk Perawatan Pesawat Udara.....	226
Gambar 10.3	Model Struktur Antrean.....	228
Gambar 10.4	Cara Menyelesaikan Distribusi Poisson dengan Excel....	231
Gambar 10.5	Grafik Distribusi Poisson dengan $\lambda = 3$	232
Gambar 10.6	Cara Menyelesaikan Distribusi Eksponensial dengan Excel	233
Gambar 10.7	Grafik Distribusi Eksponensial dengan $\mu = 4$	234
Gambar 10.8	Pemecahan Kasus SC-SP dengan Excel.....	235
Gambar 10.9	Penyelesaian Antrean SC-SP dengan Excel OM.....	237
Gambar 10.10	Perbandingan untuk 1 dan 2 Orang Mekanik.....	240
Gambar 10.11	Pemecahan $M = 1$ dengan Excel OM for Windows.....	242
Gambar 10.12	Pemecahan $M = 2$ dengan Excel OM for Windows.....	243
Gambar 10.13	Penyelesaian Antrean pada Sistem dengan Kapasitas Terbatas.....	246
Gambar 10.14	Perhitungan STDEVP dengan Memakai Excel.....	248
Gambar 10.15	Perhitungan Antrean Saluran Tunggal Memakai Excel...	249
Gambar 10.16	Pemecahan Kasus Dengan Excel OM for Windows, $M = 2$	253
Gambar 10.17	Pemecahan Kasus dengan Excel OM for Windows, $M = 3$	253
Gambar 10.18	Pemecahan Kasus dengan Excel OM for Windows, $M = 1$	255
Gambar 10.19	Pemecahan Kasus dengan Excel OM for Windows, $M = 2$	255
Gambar 11.1	Daftar Bilangan Dua Digit Acak.....	262
Gambar 11.2	Bilangan Dua Digit Acak, 00 - 99.....	276

Gambar 12.1	Pemecahan Mesin-Lokasi dengan Excel OM for Windows	287
Gambar 12.2	Pemecahan Posisi dengan Excel OM for Windows.....	292
Gambar 12.3	Pemecahan dengan Excel OM for Windows.....	297
Gambar 12.4	Pemecahan Maksimisasi Kontribusi dengan Excel OM for Windows.....	305
Gambar 13.1a	Diagram PERT Proyek Pengenalan Produk Baru.....	317
Gambar 13.1b	Perhitungan Waktu Penyelesaian Kegiatan dan Proyek Secara Keseluruhan.....	317
Gambar 13.2	Contoh Penulisan Waktu	318
Gambar 13.3	Perhitungan T_e dan T_l	319
Gambar 13.4	Pencarian TL dari B.....	319
Gambar 13.5	Pemecahan PERT dengan POM for Windows	322
Gambar 13.6	Kegiatan <i>Dummy</i> pada Diagram Kerja Fotokopi.....	323
Gambar 13.7	<i>Gantt Chart</i> Proyek Diselesaikan dengan POM for Windows.....	323
Gambar 13.8	Model Sederhana Jaringan CPM	327
Gambar 13.9a	Diagram CPM Proyek Pembuatan Jalan Kabupaten	327
Gambar 13.9b	Perhitungan Waktu Jaringan dan Jalur Kritis Proyek.....	327
Gambar 13.10	Perhitungan Waktu	328
Gambar 13.11	Metode Perhitungan LS dan LF.....	329
Gambar 13.12	Diagram Pelaksanaan Rehabilitasi Gedung Pabrik.....	333
Gambar 13.13	Waktu Penyelesaian dan Jalur Kritis Sesudah Percepatan..	334
Gambar 13.14	Kurva Percepatan Pekerjaan.....	335
Gambar 13.15	Diagram Kerja Penyelesaian Proyek Pengenalan Produk Baru.....	338
Gambar 13.16	Evaluasi Bobot Penyelesaian Fisik per <i>Termijn</i>	342
Gambar 13.17	<i>Gantt Chart</i> Proyek Pemasaran Produk Baru X (Jadwal Menurut EF).....	344
Gambar 13.18	Pemecahan CPM Proyek dengan POM for Windows.....	347
Gambar 13.19	<i>Gantt Chart</i> Proyek dengan POM for Windows	347
Gambar 13.20	Pemecahan Jadwal CPM dengan POM for Windows.....	348
Gambar 13.21	<i>Gantt Chart</i> Proyek Dibuat dengan POM for Windows .	348
Gambar 14.1	Keterkaitan Penjadwalan dan Keputusan Strategis Operasi	351
Gambar 14.2	Model Umum Sistem Penjadwalan Operasi.....	352
Gambar 14.3	Visualisasi <i>Forward</i> dan <i>Backward Scheduling</i> (Fajar Hidayat, 2011)	356
Gambar 14.4	<i>Visualisasi Infinite</i> dan <i>Finite Scheduling</i> (Fajar Hidayat, 2011) .	357
Gambar 14.5	Diagram Batang Penjadwalan untuk N/2.....	371

Gambar 14.6	Diagram Batang Penjadwalan untuk $N/3$	374
Gambar 15.1	Model Pengendalian Persediaan.....	380
Gambar 15.2	Pemecahan Q_{opt} Menggunakan POM for Windows.....	383
Gambar 15.3	Diagram Biaya Persediaan.....	384
Gambar 15.4	Pemecahan Q_{opt} Menggunakan Lembar Kerja Excel.....	384
Gambar 15.5	Pemecahan Q_{opt} dari POQ Menggunakan POM for Windows.....	387
Gambar 15.6	Pemecahan POQ Menggunakan Lembar Kerja Excel.....	388
Gambar 15.7	Pemecahan <i>Price Break</i> dengan POM for Windows.....	391
Gambar 15.8	Diagram Biaya Persediaan <i>Price Break Model</i>	392
Gambar 15.9	Proses Pemecahan dengan Lembar Kerja Excel.....	393
Gambar 15.10	Model EOQ <i>Back Order</i>	395
Gambar 15.11	Pemecahan dengan Memakai Lembar Kerja Excel.....	396
Gambar 15.12	Pemecahan dengan Memakai Lembar Kerja Excel.....	399
Gambar 15.13	Pemecahan <i>Discrete Demand</i> dengan Lembar Kerja Excel	406
Gambar 15.14	Pemecahan <i>Shortage Model</i> dengan Lembar Kerja Excel.	407
Gambar 15.15	Pemecahan <i>Demand</i> yang Bervariasi dengan <i>Lead Time</i> yang Konstan.....	409
Gambar 15.16	Pemecahan <i>Probabilistic Inventory</i> dengan POM for Windows.....	412
Gambar 15.17	Pemecahan <i>Probabilistic Inventory</i> dengan Lembar Kerja Excel.....	413
Gambar 15.18	Pemecahan <i>Periodic Review of Inventory</i> dengan Lembar Kerja Excel.....	415
Gambar 15.19	BOM dari Produk Boneka X.....	417

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1	Distribusikan Probabilita untuk Tiga Alternatif Investasi ...	19
Tabel 1.2	<i>Payoff Matrix</i> dari Lima Alternatif Investasi untuk Empat Tipe Keadaan yang Dihadapi.....	22
Tabel 1.3	<i>Payoff Matrix</i> pada Kriteria <i>Minimax</i> dan <i>Maximax</i>	22
Tabel 1.4	Analisis Keputusan Menurut Kriteria Hurwicz	23
Tabel 1.5	Analisis Keputusan Menurut Kriteria Savage	23
Tabel 1.6	Perbandingan Hasil Keputusan Setiap Kriteria.....	25
Tabel 2.1	Area Aplikasi Metode Program Linear di Dunia Nyata	34
Tabel 3.1	Pemakaian dan Sediaan Sumber Daya	38
Tabel 3.2	Pemakaian dan Sediaan Sumber Daya untuk Minimisasi... ..	44
Tabel 3.3	Bentuk Umum Tabel Analisis Program Maksimisasi.....	51
Tabel 3.4	Bentuk Umum Tabel Analisis Minimisasi Biaya.....	53
Tabel 3.5a	Tabel Pertama Pemecahan Maksimisasi Kontribusi	54
Tabel 3.5b	Tabel Kedua Pemecahan Maksimisasi Kontribusi.....	57
Tabel 3.5c	Tabel Ketiga Pemecahan Maksimisasi Kontribusi.....	59
Tabel 3.5d	Tabel Keempat Pemecahan Maksimisasi Kontribusi	60
Tabel 3.6a	Tabel Pertama Pemecahan Maksimisasi Melalui Iterasi Baris	62
Tabel 3.6b	Tabel Kedua Pemecahan Maksimisasi Melalui Iterasi Baris	63
Tabel 3.6c	Tabel Ketiga Pemecahan Maksimisasi Melalui Iterasi Baris	65
Tabel 3.6d	Tabel Keempat Pemecahan Maksimisasi Melalui Iterasi Baris	66
Tabel 3.7	Proses Iterasi pada Pemecahan POM for Windows dari Kasus Maksimisasi.....	67
Tabel 3.8a	Tabel Analisis Pertama Program Minimisasi Biaya.....	70
Tabel 3.8b	Tabel Analisis Kedua Program Minimisasi Biaya	71
Tabel 3.8c	Tabel Analisis Ketiga Program Minimisasi Biaya	72
Tabel 3.8d	Tabel Analisis Keempat Program Minimisasi Biaya.....	73
Tabel 3.9a	Tabel Analisis Pertama Pemecahan Minimisasi dengan Iterasi Baris.....	75
Tabel 3.9b	Tabel Analisis Kedua Pemecahan Minimisasi dengan Iterasi Baris.....	76
Tabel 3.9c	Tabel Analisis Ketiga Pemecahan Minimisasi dengan Iterasi Baris.....	78

Tabel 3.9d	Tabel Analisis Keempat Program Minimisasi dengan Iterasi Baris.....	79
Tabel 3.10	Proses Iterasi pada Pemecahan POM for Windows dari Kasus Minimisasi.....	80
Tabel 4.1a	Tabel Pertama Pemecahan Maksimisasi Kontribusi	86
Tabel 4.1b	Tabel Kedua Pemecahan Maksimisasi Kontribusi.....	87
Tabel 4.1c	Tabel Ketiga Pemecahan Maksimisasi Kontribusi.....	87
Tabel 4.1d	Tabel Keempat Pemecahan Maksimisasi Kontribusi	87
Tabel 4.2	Nilai-Nilai Sesuai Proses Iterasi.....	89
Tabel 4.3	Tabel Analisis Tahap Awal (Inisial).....	91
Tabel 4.4a	Tabel Analisis Pertama Pemecahan <i>Duality</i>	92
Tabel 4.4b	Tabel Analisis Kedua Pemecahan <i>Duality</i>	93
Tabel 4.4c	Tabel Analisis Ketiga Pemecahan <i>Duality</i>	94
Tabel 4.5	Pemecahan Program Minimisasi dengan Metode <i>Primal</i> ..	96
Tabel 4.6	Pemecahan Kasus dengan Metode <i>Duality</i>	98
Tabel 5.1	Pemecahan untuk Kontribusi Unit X_1 dan X_2 Masing-Masing Rp15.000	108
Tabel 5.2	Pemecahan untuk Kontribusi Unit X_1 dan X_2 Masing-Masing Rp40.000.....	109
Tabel 5.3	Pemecahan untuk Kontribusi Unit X_1 dan X_2 Masing-Masing Rp30.000 dan Rp25.000.....	110
Tabel 5.4	Perhitungan untuk Mendapatkan Jangkauan NSK Kendala Simpleks	113
Tabel 6.1	Tabel Pertama Program Simpleks Maksimisasi Kontribusi	118
Tabel 6.2	Tabel Kedua Program Simpleks Maksimisasi Kontribusi	119
Tabel 6.3	Tabel Ketiga Program Simpleks Maksimisasi Kontribusi	120
Tabel 6.4	Pemecahan Program Bilangan Bulat Maksimisasi Kontribusi	124
Tabel 6.5	Pemecahan Program Bilangan Bulat Maksimisasi Kontribusi	125
Tabel 7.1	Biaya Angkutan Produk Gula (Rp/Kg)	131
Tabel 7.2	Aplikasi Metode ABL dalam Minimisasi Biaya Transportasi	132
Tabel 7.3	Pergeseran Alokasi dengan Cara <i>Stepping Stone I</i>	134
Tabel 7.4	Hasil Modifikasi Alokasi Awal dengan <i>Stepping Stone I</i>	135
Tabel 7.5	Hasil Modifikasi Alokasi Awal dengan <i>Stepping Stone II</i>	136
Tabel 7.6	Hasil Modifikasi Alokasi Awal dengan <i>Stepping Stone III</i> ...	137
Tabel 7.7	Hasil Modifikasi Alokasi Awal dengan <i>Stepping Stone IV</i> ...	137
Tabel 7.8	Aplikasi Metode VAM dalam Minimisasi Biaya Transportasi	140
Tabel 7.9	Matriks Biaya Distribusi Pemasaran per Kg	145
Tabel 7.10	Kalkulasi Mendapatkan Kontribusi Netto per Kg	145

Tabel 7.11	Aplikasi VAM dalam Maksimisasi Kontribusi Alokasi.....	147
Tabel 8.1	Pendekatan Perumusan Perencanaan Agregat.....	163
Tabel 8.2	Lembar Kerja Penyelesaian Rencana Agregat.....	167
Tabel 8.3	Alokasi Permintaan Pasar pada Kapasitas Produksi Alternatif yang Layak, Biaya Produksi, dan Sediaannya.....	168
Tabel 8.4	Alokasi Permintaan Pasar pada Kapasitas Produksi Alternatif dan Biaya Produksinya Menurut <i>POM for Windows</i>	170
Tabel 8.5	Alokasi Permintaan Pasar pada Kapasitas Produksi Alternatif, Biaya Produksi, dan Sediaan Menurut <i>POM for Windows</i>	171
Tabel 8.6	Kapasitas Pabrik dan Pasar dari Perusahaan <i>Cold Storage X</i>	173
Tabel 8.7	Kontribusi Satuan Pendistribusian Produk ke Pasar.....	174
Tabel 8.8	Matriks Distribusi Produk pada Kapasitas Reguler dan Lembur.....	176
Tabel 8.9	Rencana produksi Agregat dan Distribusi pada Kontribusi Maksimum.....	179
Tabel 8.10	Distribusi Hasil Pemecahan dengan <i>POM-QM for Windows</i>	181
Tabel 8.11	Rencana Produksi Agregat dan Distribusi pada Kontribusi Maksimum pada Pemecahan <i>POM-QM for Windows</i>	182
Tabel 8.12	Analisis Distribusi pada Sumber yang Terpadu.....	183
Tabel 8.13	Matriks Distribusi Produk ke Pasar untuk Sumber Disatukan.....	185
Tabel 8.14	Rencana Agregat untuk Sumber yang Disatukan.....	186
Tabel 8.15	Matriks Transportasi Tiga Periode.....	188
Tabel 8.16	Matriks Penyusunan Rencana Agregat Menggunakan Metode Transportasi.....	190
Tabel 8.17	Rencana Produksi Agregat Triwulan.....	192
Tabel 9.1	Data Pabrikasi.....	197
Tabel 9.2	Pemecahan SGM dengan Program <i>POM for Windows</i> Beserta Iterasinya.....	204
Tabel 9.3	Data Proses Bisnis Perusahaan.....	207
Tabel 10.1	Pelayanan Pesanan <i>Fast Food</i> di Kedai X Selama Satu Jam.....	247
Tabel 10.2	Berbagai Nilai Parameter <i>Finite Waiting Line</i>	251
Tabel 10.3	Perbandingan Biaya untuk $M = 1$ dan $M = 2$	254
Tabel 11.1	Realisasi Permintaan Selama Lima Puluh Hari Pengamatan.....	263
Tabel 11.2	Distribusi Bilangan Acak Per Kelas Persediaan.....	264
Tabel 11.3	Hasil Simulasi Pengadaan Persediaan Optimal.....	268
Tabel 11.4	Distribusi Probabilita Menjual Sediaan yang Ada.....	269
Tabel 11.5	Data Usia dan Keadaan Bus yang Dioperasikan.....	270
Tabel 11.6	Alokasi Bilangan Acak untuk Tiap Golongan Usia Bus.....	271
Tabel 11.7	Hasil Pelaksanaan Simulasi.....	271

Tabel 11.8	Kedatangan Kapal di Pelabuhan Makassar.....	274
Tabel 11.9	Kapal yang Melakukan Bongkar Muatan di Pelabuhan Makassar.....	274
Tabel 11.10	Distribusi Kedatangan Kapal di Pelabuhan Makassar.....	275
Tabel 11.11	Distribusi Kapal Bongkar Muatan di Pelabuhan Makassar.....	275
Tabel 11.12	Simulasi Kapal Tiba, Terlayani, dan Antre Menunggu Layanan.....	277
Tabel 11.13	Distribusi Panggilan dan Layanan Ambulans.....	279
Tabel 11.14	Simulasi Pengoperasian Ambulans dari Unit Gawat Darurat.....	279
Tabel 12.1	Daftar Mesin dan Biaya Pengerjaan pada Setiap Mesin di Lokasi yang Dipertimbangkan.....	284
Tabel 12.2	Operasi Pertama: Mengurangkan Biaya Minimum Menurut Baris Masing-Masing Alternatif Mesin-Lokasi.....	284
Tabel 12.3	Operasi Kedua: Mencari Sel Nol pada Kolom B.....	285
Tabel 12.4	Operasi Menetapkan Lokasi Mesin pada Biaya yang Minimum.....	286
Tabel 12.5	Daftar Keterangan Mesin Pabrik.....	286
Tabel 12.6	Daftar Pejabat dan Lama Pengerjaan pada Setiap Jabatan yang dipertimbangkan.....	288
Tabel 12.7	Operasi Pertama: Nilai Baris Dikurangi Minimumnya.....	288
Tabel 12.8	Operasi Kedua: Pemindahan Menurut Kolom, Kolom D Dikurangi dengan Minimumnya.....	289
Tabel 12.9	Operasi Penentuan Jabatan dari Calon Pejabat pada Waktu Penyelesaian Tugas yang Tercepat.....	289
Tabel 12.10a	Modifikasi Operasi Penentuan Jabatan dari Calon Pejabat pada Waktu Penyelesaian Tugas yang Tercepat.....	290
Tabel 12.10b	Modifikasi Operasi Penentuan Jabatan dari Calon Pejabat pada Waktu Penyelesaian Tugas yang Tercepat.....	291
Tabel 12.11	Lama Pengerjaan Tugas.....	292
Tabel 12.12	Matriks Biaya Pemberian Layanan Nasabah oleh <i>Frontliner</i> Bank XYZ.....	293
Tabel 12.13	Matriks <i>Opportunity Cost</i> Pemberian Layanan Nasabah oleh <i>Frontliner</i> Bank XYZ.....	294
Tabel 12.14	Matriks <i>Opportunity Cost</i> Pemberian Layanan Nasabah oleh <i>Frontliner</i> di Bank XYZ.....	294
Tabel 12.15a	Operasi Pemecahan Penunjukan Tugas <i>Frontliner</i>	295
Tabel 12.15b	Operasi Pemecahan Penunjukan Tugas <i>Frontliner</i> dan Memenuhi Postulat yang Ada.....	296

BAB 14 PENJADWALAN OPERASI	349
A. Tipe Penjadwalan.....	349
B. Penjadwalan Produksi (<i>Operating Scheduling</i>).....	352
C. Menjadwalkan Pengerjaan.....	360
BAB 15 PENGENDALIAN PERSEDIAAN	375
A. Berbagai Istilah dalam Pengendalian Persediaan	375
B. Karakteristik Model Persediaan.....	380
DAFTAR PUSTAKA	423
PROFIL PENULIS	425

Riset operasional merupakan terjemahan dari *operations research* (penamaan di Amerika Serikat) dan *operational research* (penamaan di Inggris). *Operations research* ini lazim pula disebut *management science* (manajemen ilmiah). Riset operasional ini mulai dikenal sejak Perang Dunia II. Menurut Winston (2004), pimpinan militer Inggris pada waktu Perang Dunia II meminta pendapat dari para ilmuwan dan ahli rekayasa tentang bagaimana memecahkan masalah yang dihadapi oleh militer atau tentara sekutu.

Masalah yang dihadapi waktu itu, misalnya bagaimana mengalokasikan peralatan radar yang terbatas, mengatur konvoi perbekalan dan logistik militer, alokasi pesawat pembom, dan helikopter anti kapal selam yang juga terbatas jumlahnya. Kenyataan yang dihadapi tentara sekutu waktu itu adalah adanya kebutuhan strategis untuk menghadapi tentara Jepang di kawasan Asia Timur dan Samudera Pasifik, serta Jerman dan sekutunya di Eropa. Mereka berhadapan dengan ekspansi tentara Jerman di semua medan. Kejadian yang dialami tentara sekutu antara lain, apabila kapal logistik dari Amerika Serikat ke Eropa diberangkatkan dalam jumlah yang terbatas maka kapal-kapal logistik dimaksud menjadi sasaran empuk, baik oleh kapal selam Jerman maupun kapal selam Jepang atau oleh angkatan udara Jerman dan Jepang. Jika armada logistik perang diberangkatkan dalam jumlah yang besar, persoalan yang dihadapi ialah jumlah armada logistik yang terbatas jumlahnya. Kondisi mendesak itulah yang mendorong pimpinan militer sekutu, dalam hal ini pimpinan militer Amerika Serikat dan Inggris untuk mengundang para pakar lintas keilmuan dan ahli rekayasa guna membicarakan dan mencari pemecahan yang optimal atas masalah yang dihadapi. Akhirnya, para ilmuwan

tersebut menemukan teknik dan metode, bagaimana mengalokasikan sumber daya terbatas yang dimiliki untuk memperoleh hasil yang optimal. Teknik dan metode pemecahan optimal ini kemudian diberi nama oleh mereka dengan sebutan *operations research* (sebutan di Amerika Serikat) dan *operational research* (sebutan di Inggris).

Berdasarkan pada uraian di atas maka dapat dikatakan bahwa riset operasional merupakan suatu metode dan teknik optimisasi yang disumbangkan oleh militer. Dengan memerhatikan manfaat yang disumbangkan itu maka setelah Perang Dunia II selesai, metode dan teknik riset operasional ini diadopsi dan diterapkan pula oleh dunia usaha dalam memecahkan permasalahan bisnis yang dihadapinya.

Penggunaan metode dan teknik riset operasional yang dimaksud menjadi semakin luas, sejak teknik komputerisasi dipakai secara luas di dunia bisnis. Terlebih setelah berbagai perangkat lunak pemecahan optimal sistem operasi ditemukan dan dipergunakan di dunia bisnis. Perangkat lunak yang banyak digunakan itu misalnya QSB (*Quantitative System for Business*), LINDO (*Linear, Interactive, and Discrete Optimizer*), *POM for Windows*, *Excel OM* dan sebagainya. Dengan dukungan peralatan komputer dan berbagai perangkat lunak tersebut maka riset operasional semakin mudah diimplementasikan.

Dunia usaha dewasa ini mengalami persaingan yang semakin ketat dan menghadapi kondisi lingkungan yang sangat dinamis. Tekanan kondisi lingkungan yang dinamis dan berhadapan dengan gejala keterbatasan sumber daya ekonomi yang dimiliki atau dikuasai, membuat manajemen perusahaan memerlukan alat yang dapat membantu pembuatan keputusan dengan tepat dan cepat. Sejalan dengan kebutuhan itu maka metode dan teknik riset operasional memberi jawaban terhadap tuntutan tersebut.

Setelah memasuki milenium ketiga, dunia usaha dihadapkan pada tantangan globalisasi ekonomi. Perusahaan kelas dunia bertumbuh dan ukuran perusahaan pun mengalami perubahan ke skala yang lebih besar. Perubahan ukuran perusahaan ini juga berdampak pada kompleksitas yang dihadapi oleh organisasi perusahaan. Menjawab perubahan tersebut maka manajemen perusahaan melakukan perubahan dalam pembagian kerja, penataan hierarki organisasi, dan segmentasi tanggung jawab manajemen dalam aktivitas pengambilan keputusan pada perusahaan kelas dunia tersebut.

Pada saat yang sama, perusahaan harus beroperasi dalam situasi dan kondisi lingkungan bisnis yang dinamis, tuntutan pasar untuk dapat melakukan penyerahan dengan segera, dan perubahan selera konsumen yang cepat. Hal itu berdampak pada siklus hidup produk menjadi lebih pendek. Persoalan itu semakin mendorong manajemen perusahaan untuk dapat membuat keputusan strategis yang cepat dan tepat. Kebutuhan manajemen itulah yang membuat teknik dan metode riset operasional memiliki arti yang penting.

Perubahan lingkungan yang diikuti oleh kemajuan teknologi, terutama teknologi informasi dan komputer semakin meningkatkan peranan riset operasional sebagai peralatan, teknik, dan metode optimisasi. Riset operasional mampu menjawab kebutuhan manajemen akan peralatan manajemen ilmiah yang mampu mendukung pengambilan keputusan yang cepat dan tepat. Pemanfaatan teknik dan metode riset operasional untuk mengambil keputusan optimal semakin mudah, sebagai akibat dari kemajuan teknologi informasi dan komputer yang pesat.

Teknik dan metode riset operasional dapat mengantisipasi dampak dari dinamika berbagai faktor lingkungan lainnya, seperti lingkungan ekonomi, politik, sosial, dan budaya ke dalam model. Perkembangan dan kemajuan teknologi tersebut telah memudahkan manajemen perusahaan untuk membuat keputusan yang optimal. Berdasarkan uraian yang telah dikemukakan di atas, tergambar bahwa pengambilan keputusan berdasarkan metode dan teknik riset operasional adalah pengambilan keputusan yang menggunakan pendekatan ilmiah, serta mengganti proses pengambilan keputusan yang intuitif dengan metode pengambilan keputusan yang objektif.

A. PENGERTIAN RISET OPERASIONAL

Operations research (OR) memiliki berbagai penamaan, yaitu *management science* dan *quantitative methods*. *Operations research* merupakan sebutan yang dijumpai dalam literatur Amerika, sedangkan di Eropa pada umumnya dan Inggris pada khususnya menyebutnya dengan *operational research*. Sehubungan dengan hal itu, diberbagai literatur berbahasa Indonesia dijumpai penamaan riset operasi (terjemahan dari *operations research*) dan riset operasional (terjemahan dari *operational research*). Berikut akan dikemukakan pengertian riset operasional (selanjutnya disingkat OR) dari beberapa orang pakar.

1. Menurut Levin dan Kirkpatrick (1978:19), OR adalah suatu teknik pengkajian atas masalah sebuah sistem secara sistematis, berdasarkan data yang telah dikumpulkan dengan menggunakan suatu model matematika yang sesuai, dengan tujuan memberikan informasi kepada manajemen untuk dipakai membuat suatu keputusan yang optimum.
2. Hamdy A. Taha (2003:1) mengemukakan bahwa OR adalah suatu metode yang menggunakan model matematik untuk menyediakan basis bagi pembuatan keputusan yang terbaik atau optimum, yang berhubungan dengan suatu problematika keputusan yang dibatasi oleh kendala sumber daya yang terbatas. Sehubungan dengan hal itu, apabila permasalahan yang dihadapi adalah suatu yang bersifat *intangibile* (sesuatu yang tidak bersifat kuantitatif) maka perlu lebih dahulu melakukan proses kuantifikasi agar diperoleh solusi yang tepat.
3. B.D. Nasendi dan Affendi Anwar (1985:1) menyatakan OR adalah suatu pola berpikir, analisis dan pemecahan masalah, pola pengambilan langkah-langkah, serta pola penyusunan strategi dan target secara sistematis di sebuah sistem atau badan usaha.
4. D. Hartanto (1977:37) menyatakan bahwa OR adalah penerapan dari metode-metode ilmiah, teknik-teknik dan alat-alat analisis lain atas persoalan yang terdapat dalam suatu sistem (organisasi atau perusahaan), dengan tujuan untuk mencapai pemecahan yang optimum.
5. Masyarakat Amerika dalam Sri Mulyono (2004) mendefinisikan bahwa OR adalah suatu metode untuk melakukan pilihan secara ilmiah, bagaimana menjalankan sistem manusia dan mesin dengan cara terbaik yang membutuhkan alokasi sumber daya yang langka.
6. Churchman, Ackoff, dan Arnoff dalam Sri Mulyono (2004) menyatakan bahwa OR dalam arti luas adalah penerapan metode-metode, teknik-teknik, dan alat-alat analisis terhadap masalah-masalah yang berkaitan dengan operasi, atau operasi dari sistem dengan cara sedemikian rupa sehingga memberikan pemecahan yang optimum.
7. Winston (2004) menyatakan OR dengan sederhana dapat didefinisikan sebagai suatu pendekatan sistematis untuk membuat keputusan guna mendapatkan desain terbaik dan mengoperasikan suatu sistem, biasanya di bawah kondisi yang menuntut pengalokasian sumber daya yang bersifat langka.

8. Guiseppi A. Forgionne (1990:15) menyatakan *operations research* atau *management science* adalah suatu pendekatan rasional dan sistematis terhadap pengambilan keputusan berdasarkan atas informasi dan analisis secara ilmiah.

Dari beberapa pengertian yang telah dikemukakan di atas maka dapat disimpulkan bahwa OR (*operations research*) adalah metode ilmiah yang dipergunakan untuk melakukan pengkajian secara sistematis terhadap permasalahan sebuah sistem (organisasi atau perusahaan), dengan menggunakan model matematik yang relevan guna memecahkan suatu problematika operasi atau kegiatan produktif secara optimal.

Dalam usaha memecahkan berbagai permasalahan operasi, OR menjadi semakin populer sebagai metode analisis jika digabungkan dengan berbagai perangkat lunak komputer. Kasus yang dapat dipecahkan dengan menggunakan metode OR adalah alokasi sumber daya, pengendalian sediaan, penjadwalan operasi, perawatan peralatan produksi, keefektifan layanan jasa dan sebagainya. Saat ini, intensitas penggunaan komputer dibidang operasi dan produksi melahirkan suatu era yang lazim disebut sebagai revolusi industri kedua. Ciri utama revolusi industri kedua ini ialah otomatisasi sistem operasi. Peran manusia tidak hanya disubstitusi dengan mesin untuk membuat produk atau menyediakan jasa, tetapi juga peranan pengendalian atas sistem sudah dialihkan ke komputer. Manusia hanya menyusun perencanaan, jadwal, melakukan pengawasan, serta pengendalian atas kerja sistem komputer.

Pada mulanya, aplikasi OR di bidang produksi ialah pada golongan keputusan yang disebut keputusan taktis (***tactical decision***). Masalah yang diperhatikan cakupannya terbatas, berkaitan dengan sumber daya yang terbatas, dan memiliki dampak yang terbatas terhadap keefektifan organisasi perusahaan secara keseluruhan, seperti keputusan tentang penjadwalan, kebijaksanaan, dan persediaan. Pada era awal tersebut, golongan keputusan lainnya, yaitu keputusan strategis (***strategic decision***). Model OR ini belum diaplikasikan. Keputusan strategis adalah keputusan yang memiliki dampak yang luas terhadap keefektifan organisasi, memerlukan sumber daya yang banyak, dan memiliki pengaruh terhadap organisasi dalam jangka waktu yang panjang. Keputusan strategis ini meliputi keputusan mengenai produk baru, pasar yang baru, lokasi pabrik yang baru, adopsi teknologi produksi baru, dan berbagai investasi strategis lainnya. Namun demikian, dalam kurun

waktu 15 sampai 20 tahun kemudian, masalah yang dihadapi dikelompokkan menjadi masalah terstruktur di level taktis dan kurang serta tidak terstruktur di level strategis. Dengan tersedianya perangkat lunak komputer maka kondisi terstruktur dan kurang serta tidak terstruktur tersebut sudah dapat dipecahkan secara kuantitatif, dan karena itu dapat menggunakan model OR. Dapat disimpulkan bahwa pada saat ini, OR sudah dapat diterapkan untuk memecahkan masalah taktis dan strategis, atau masalah terstruktur dan kurang serta tidak terstruktur.

Secara harfiah, *operation research* atau riset operasional terbangun dari dua kata, yaitu kata operasi dan riset. Menurut Rosenberg (1993), *operation* yang kemudian diterjemahkan sebagai operasi atau operasional merupakan suatu proses atau tindakan tertentu, yang menjadi unsur dari sejumlah kegiatan untuk membuat suatu produk atau menyediakan suatu jasa. *Operations* (jamak dari *operation*) menunjukkan jumlah semua kegiatan atau proses yang diperlukan untuk memproduksi suatu barang atau menghasilkan jasa tertentu. Russel dan Taylor (2000) menyamakan makna *operations* dengan proses perubahan (*transformation process*), dan diartikan sebagai fungsi atau sistem yang melakukan kegiatan proses pengolahan masukan menjadi keluaran dengan nilai tambah yang lebih besar. Pada dasarnya, kata operasi dapat didefinisikan sebagai tindakan-tindakan yang diterapkan pada beberapa masalah atau hipotesis. Sedangkan riset dapat didefinisikan sebagai suatu proses yang terorganisir dalam usaha mencari kebenaran atas suatu masalah atau hipotesis.

B. PROSES PENGAMBILAN KEPUTUSAN

Secara sederhana, pengambil keputusan lazim didefinisikan sebagai rangkaian proses pemilihan alternatif dari sejumlah alternatif yang mungkin dapat memberikan hasil terbaik. Sebagai proses maka pengambilan keputusan tersebut melalui berbagai tahapan. Menurut Buffa dan Dyer (1978:151) tahapan pengambilan keputusan objektif setidaknya-tidaknya melalui tahapan berikut ini.

1. Penelitian realitas.
2. Identifikasi masalah.
3. Merumuskan model analisis yang relevan.

4. Pengujian model.
5. Pelaksanaan proses pemilihan alternatif.
6. Memantau penerapan keputusan.
7. Evaluasi hasil.

Pada tahapan penelitian realitas maka kegiatan diarahkan untuk mengoleksi fakta, data, dan informasi selengkap-lengkapny mengenai sesuatu yang akan diputuskan. Hal itu dimaksudkan agar pengambil keputusan memiliki gambaran yang jelas dan menyeluruh mengenai sesuatu yang akan diputuskan. Pada saat yang sama, pembuat keputusan akan menjadikannya sebagai landasan untuk merumuskan masalah, memiliki bahan pertimbangan yang lengkap dan sangat berguna dalam proses pengambilan keputusan yang objektif.

Dalam tahapan identifikasi masalah selanjutnya, pengambil keputusan melakukan penyelidikan atas realitas sistem untuk merumuskan masalah yang dihadapi dengan akurat. Kemudian melengkapinya dengan rumusan tujuan yang akan dicapai, kendala yang membatasi, serta peubah keputusan yang harus diperhatikan.

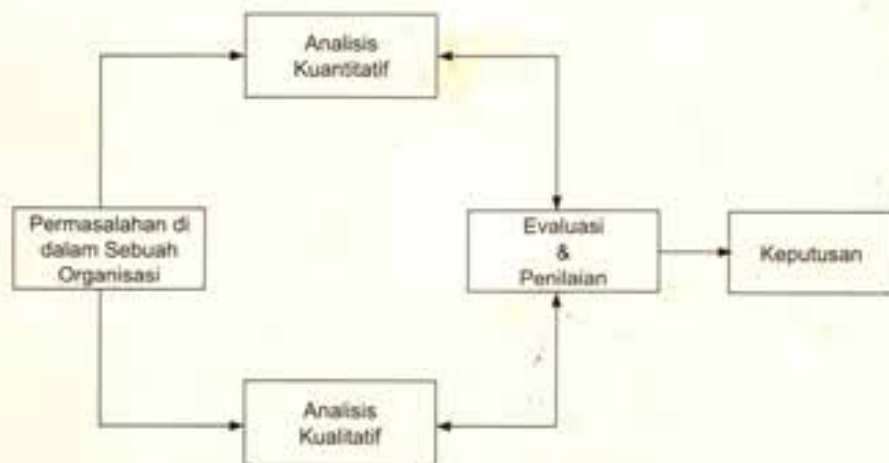
Tahapan berikutnya adalah tahapan perumusan model analisis. Pada tahapan ini dirumuskan atau dipilih model analisis yang sesuai dengan permasalahan yang telah disusun, berdasarkan realitas sistem dan tujuan analisis. Jika dihubungkan dengan metode analisis OR, misalnya metode program linear maka dalam rumusan model harus terdefinisikan peubah keputusan, fungsi tujuan, fungsi kendala, syarat ikatan, serta kriteria keputusan. Sebelum menggunakan model dalam kegiatan analisis masalah maka model perlu diuji validitasnya dan kecocokannya dengan fungsi tujuan dan fungsi kendala analisis. Apabila dari pengujian tersebut didapati kecocokan maka proses melangkah ke tahap pelaksanaan analisis.

Melalui analisis yang dilakukan maka harus dapat diperoleh berbagai alternatif. Kemudian dari beberapa alternatif, dipilih satu alternatif yang memberikan hasil terbaik (kontribusi maksimum atau biaya minimum). Pemilihan alternatif dengan hasil terbaik inilah yang disebut pengambilan keputusan. Pada proses pemilihan alternatif yang dimaksud, pengambil keputusan harus tetap berpedoman kepada kriteria keputusan yang telah disusun. Keputusan dengan hasil terbaik tersebut lazim disebut keputusan

optimal (*optimal decision*). Pada umumnya, untuk memperoleh kepuasan atas hasil optimal tersebut, evaluator biasanya masih melakukan uji pasca-optimal (*post optimal-test*). Selanjutnya, hasil keputusan tersebut dioperasionalkan.

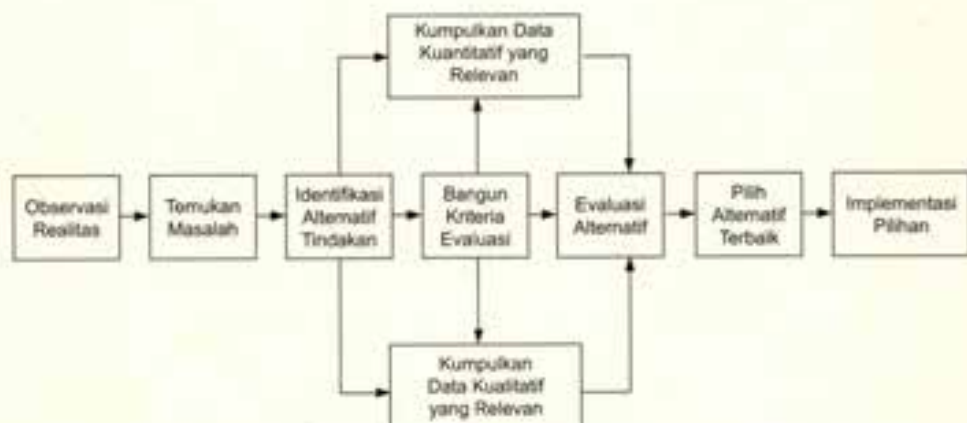
Pada operasionalisasi hasil keputusan, manajer harus melakukan pemantauan secara terus-menerus. Pemantauan ini dimaksudkan untuk mengumpulkan informasi atau fakta dari realitas setelah keputusan itu dilaksanakan. Hasil *monitoring* akan berguna sebagai umpan balik, atau suatu masukan yang dimanfaatkan untuk memodifikasi langkah dan kebijakan untuk mengurangi atau meniadakan efek kontradiktif operasi dalam fase pascapengambilan keputusan. Umpan balik tersebut adalah sekumpulan informasi yang diperoleh dari hasil evaluasi realitas pascapelaksanaan keputusan yang dipakai sebagai rujukan, atau masukan penyempurnaan rencana kegiatan berikutnya. Dengan demikian, evaluasi ini berguna untuk menyediakan umpan balik dan langkah koreksi, untuk mengarahkan operasi agar selalu sesuai dengan rencana dan hasil yang diperoleh selalu sesuai dengan target atau melebihi target yang telah ditetapkan.

Pendekatan pemecahan masalah sistem (organisasi atau perusahaan) yang dihadapi dapat dilakukan dengan menggunakan metode kualitatif dan dapat pula dengan metode kuantitatif. Secara skematis, Donald Waters (1994:4) mengemukakan kerangka pengambilan keputusan seperti dalam Gambar 1.1.



Gambar 1.1 Proses Pengambilan Keputusan Pemecahan Masalah

Tiap manajer tentu berkepentingan untuk mengefektifkan dan mengefisienkan proses bisnis yang dikelolanya. Untuk mewujudkan hal itu maka para manajer perlu memahami masalah yang dihadapinya. Proses tersebut diikuti dengan mengumpulkan data yang relevan. Data yang berhasil dikumpulkan dianalisis dengan menggunakan metode kuantitatif dan metode kualitatif. Hasil analisis dievaluasi dan dinilai, serta kemudian mengembangkan beberapa alternatif pemecahan. Alternatif tersebut diserahkan kepada manajer, dan manajer memilih alternatif untuk memberikan hasil yang terbaik. Memilih alternatif yang terbaik dalam memecahkan masalah yang dihadapi itulah yang disebut membuat keputusan. Pada pihak lain, Guiseppi A. Forgionne (1990:25) mengetengahkan proses pembuatan keputusan seperti dalam Gambar 1.2.

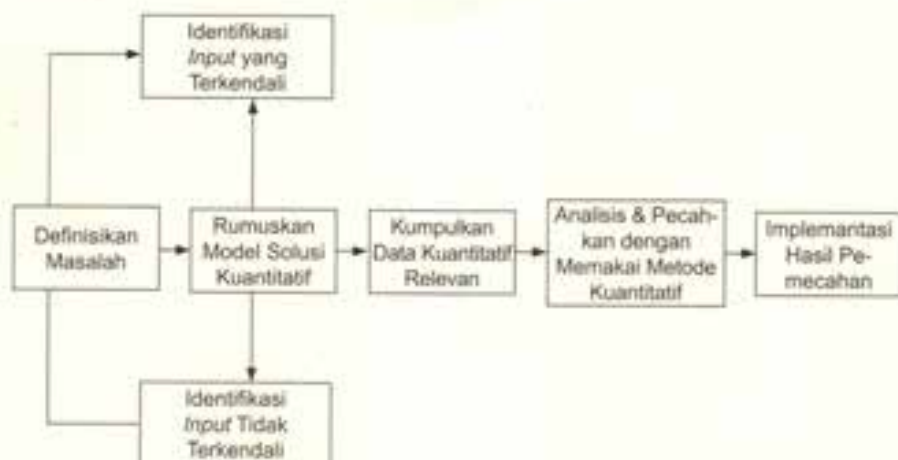


Gambar 1.2 Proses Pengambilan dan Implementasi Keputusan

Langkah awal dari usaha memecahkan masalah ialah melakukan observasi atas suatu realitas atau objek. Observasi dimaksudkan untuk dapat menemukan masalah yang ada pada realitas tersebut. Setelah menemukan masalah yang ada maka langkah berikutnya ialah merancang usaha pemecahan atas masalah yang dimaksud. Untuk melakukan pemecahan masalah, diperlukan penetapan kriteria evaluasi termasuk kriteria dari data yang akan dikumpulkan. Data yang dikumpul meliputi data kuantitatif dan data kualitatif. Data yang telah dikumpul kemudian dianalisis dan dievaluasi dengan menggunakan metode dan teknik analisis yang sesuai. Pada saat yang sama perlu pula memerhatikan kriteria evaluasi yang telah dirumuskan.

Selanjutnya, dilakukan pemilihan dari alternatif pemecahan yang mungkin memberikan hasil terbaik. Tahapan ini sebenarnya sudah merupakan kegiatan pengambilan keputusan, yaitu memilih alternatif pemecahan yang mungkin dapat memberikan hasil terbaik (optimal). Setelah keputusan ditetapkan maka tahap berikutnya ialah mengimplementasikan keputusan tersebut, untuk memecahkan masalah yang dihadapi realitas atau obyek.

Kerangka proses yang dikemukakan di atas ialah kerangka pemecahan masalah pada umumnya. Secara khusus, pemecahan dengan menggunakan metode OR dapat dilihat prosesnya dalam Gambar 1.3 (Guisseppi A. Forgionne, 1990:26).

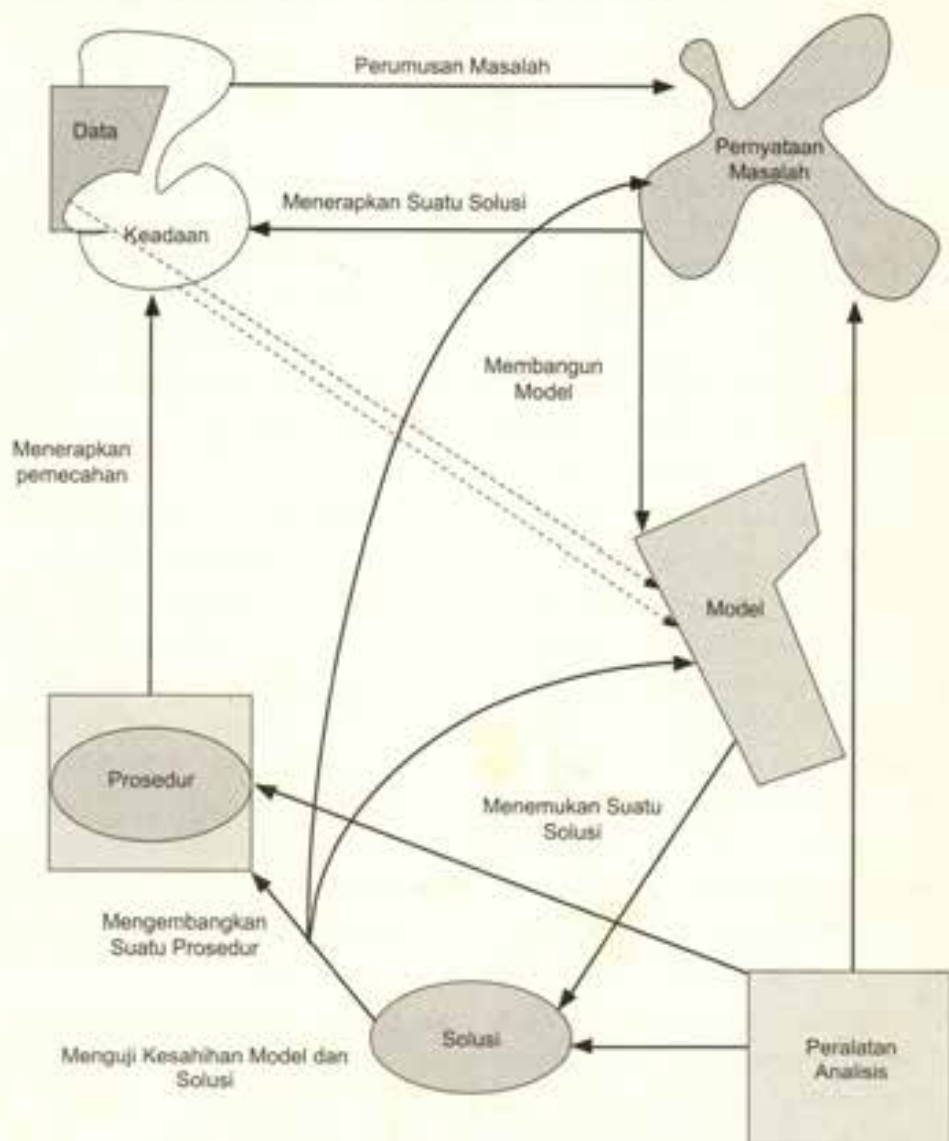


Gambar 1.3 Kerangka Proses Pemecahan Masalah dengan Metode OR

Pada dasarnya, proses pemecahan masalah dengan metode OR menurut Gambar 1.3 tidak jauh berbeda dengan model pemecahan masalah pada umumnya menurut Gambar 1.2 (lihat halaman 9). Secara khusus dalam Gambar 1.3 dinyatakan bahwa model pemecahan yang harus dirumuskan adalah model kuantitatif (metode OR yang relevan). Bersamaan dengan perumusan model analisis yang relevan maka sekaligus diidentifikasi *input* (masukan) yang berada dalam kendali manajemen, serta yang berada di luar kendali manajemen. Hasil identifikasi akan menjadi pembatas atau kendala pemecahan masalah. Data kuantitatif yang telah dikumpulkan kemudian dianalisis dengan menggunakan metode analisis OR yang telah dipilih dan memerhatikan sumber daya yang menjadi pembatas usaha pemecahan

masalah. Pemecahan yang dicapai ini lazim disebut hasil pemecahan yang optimal, yaitu pemecahan yang menghasilkan keluaran yang maksimal atau memanfaatkan biaya yang minimal.

Poul O. Jensen dalam naskah *Operations Research, Models and Methods: Internet* dikemukakan model pemecahan masalah dengan OR yang lebih komprehensif. Kerangka prosesnya disajikan dalam Gambar 1.4.



Gambar 1.4 Teknik dan Prosedur Pemecahan Masalah dengan OR

Situasi sebuah realitas atau obyek diobservasi, diikuti dengan kegiatan pengumpulan data yang relevan. Berdasarkan hasil observasi, kemudian dirumuskan pernyataan masalah yang konsisten dengan sistem (realitas). Lebih lanjut, disusun model analisis yang sesuai. Bersamaan dengan langkah itu, juga dipilih peralatan analisis (*tools*) yang tepat dan sesuai dengan pernyataan masalah. Berdasarkan model dan *tools* yang dipilih, dilakukanlah proses pemecahan masalah. Untuk menjamin proses pengambilan keputusan yang akurat maka disusun kriteria dan prosedur pengambilan keputusan. Keputusan yang diambil lalu diimplementasikan untuk memecahkan masalah yang dihadapi.

Sebagian besar kajian OR berhubungan dengan usaha membangun model matematika. Model merupakan koleksi dari logika dan hubungan matematis yang menyatakan situasi dari obyek yang ditelaah. Model menggambarkan hubungan penting di antara variabel, mencakup fungsi tujuan dengan alternatif mana keputusan akan dinilai, dan fungsi kendala yang membatasi pemecahan untuk mencapai nilai yang optimal. Meskipun demikian, analis berharap dapat mempelajari implikasi luas dari masalah dengan menggunakan pendekatan sistem.

Sebuah model tidak mungkin mencakup setiap aspek dari situasi (realitas). Oleh karena itu, model selalu merupakan abstraksi yang lebih sederhana dari situasi nyata yang lebih rumit. Unsur yang tidak relevan atau tidak penting bagi masalah yang bersangkutan akan diabaikan. Namun demikian, unsur-unsur yang dimasukkan ke dalam model cukup rinci sehingga diharapkan mampu menghasilkan pemecahan yang mempunyai nilai sesuai dengan realitas seutuhnya. Model harus memenuhi kedua hal, yaitu tertelusuri dan sesuai dengan masalah yang sedang dipecahkan, sah, serta representatif dengan situasi sebenarnya. Tujuan rangkap ini sering berlawanan dan tidak selalu dapat sejalan. Pada umumnya, disepakati bahwa metode pemecahan yang paling handal ialah yang dapat diterapkan kepada model yang paling sederhana atau paling abstrak.

Analisis riset operasional (OR) mempunyai aneka ragam metode yang tersedia untuk memecahkan masalah. Untuk model pemrograman matematika, ada teknik optimisasi yang sesuai dengan hampir setiap jenis masalah, walaupun beberapa masalah mungkin sulit dipecahkan. Untuk model yang memadukan variabilitas statistik tersedia berbagai metode, seperti

misalnya analisis kemungkinan dan simulasi yang mampu memperkirakan nilai statistika dari parameter hasil. Pada umumnya, metode diimplementasikan dengan suatu program komputer. Hal yang penting bahwa paling sedikit ada anggota tim atau tim OR yang memahami alat-alat yang tersedia, serta banyak mengetahui kemampuan dan keterbatasan peralatan dimaksud.

C. MODEL ANALISIS RISET OPERASIONAL (OR)

Metode OR dibedakan atas dua kategori utama, yaitu model stokastik dan model deterministik. Model stokastik ini menggunakan data statistik sebagai dasar untuk mendefinisikan probabilitas kejadian dalam data yang ada. Metode OR yang tergolong model stokastik meliputi: (1) metode simulasi, (2) metode analisis statistik (Microstat, SPSS, AMOS, Lisrel, PLS, dan lain-lain), (3) diagram pohon, (4) *games theory* (teori permainan), (5) *Markov chain* (rantai Markov), (6) analisis proses hierarki (*analytical hierarchy process*), (7) analisis antrean, dan (8) analisis realibilitas (keandalan). Model deterministik menggunakan data parameter yang diketahui dan pasti nilainya (terukur) sehingga dipakai kaidah objektif untuk menghitung nilai optimalnya. Metode yang termasuk dalam model deterministik ini meliputi: (1) program linear, (2) program bilangan bulat (*integer*), (3) metode transportasi, (4) metode pengendalian persediaan (EOQ), (5) metode CPM dan PERT, (6) *dynamic programming*, (7) *multiobjectives programming*, dan (8) *nonlinear programming*.

Setiap manajer, baik manajer usaha bisnis ataupun manajer institusi nonbisnis, senantiasa dihadapkan pada keperluan untuk membuat perencanaan dan menetapkan keputusan. Selain membutuhkan koleksi data yang cukup, kegiatan perencanaan juga memerlukan alat analisis untuk menyusun rencana, terutama mengenai rencana yang dapat dikuantifikasi. Demikian pula dalam pengambilan keputusan, manajer pengambil keputusan juga memerlukan alat analisis yang berguna untuk mengukur estimasi hasil setiap alternatif. Dengan mengaplikasikan metode analisis yang sesuai maka pengambil keputusan berkesempatan untuk mengambil keputusan yang objektif dan dengan hasil yang optimal.

Proses manajemen pada dasarnya terletak di antara perencanaan dan pengendalian, dan dalam proses manajemen tersebut setiap manajer akan terlibat dengan kegiatan pengambilan keputusan. Dalam usaha menyusun

rencana yang rasional dan dapat diukur, serta dalam melaksanakan tugas dan fungsi sebagai pengambil keputusan, seorang manajer memerlukan berbagai alat analisis untuk keperluan penyusunan rencana dan pengambil keputusan. Alat-alat analisis dimaksud dapat dikelompokkan ke dalam: (1) metode stokastik, dan (2) metode deterministik.

Metode stokastik terdiri dari alat-alat analisis yang memanfaatkan data statistik dan sifatnya adalah probabilistik. Hasil analisis yang diperoleh biasanya dipandang sebagai estimator atau penaksir terhadap nilai sesungguhnya (*true value*). Sebaliknya, metode deterministik merupakan metode analisis yang menggunakan masukan data yang pasti (nilai tertentu) untuk suatu keadaan yang hasil atau akibatnya diketahui dengan pasti (jelas). Pada umumnya, metode stokastik dipakai untuk lingkup kebutuhan perencanaan dengan waktu jangka panjang, sedangkan metode deterministik untuk lingkup kebutuhan perencanaan pada waktu jangka pendek.

Dalam proses pengambilan keputusan, satuan waktu jangka panjang biasanya dikaitkan dengan tersedianya waktu yang cukup untuk kemungkinan mengubah kombinasi sumber daya suatu sistem, seperti menambah peralatan penunjang administrasi (menambah komputer, menambah ruangan kerja, menambah tenaga administrasi, dan sebagainya) atau menambah sarana peralatan kerja (menambah gedung pabrik, menambah mesin pabrik, dan sebagainya). Sejalan dengan itu maka jangka pendek selalu dikaitkan dengan tidak cukupnya waktu untuk melakukan perubahan kombinasi sumber daya, yang sekarang ini dimiliki dan digunakan oleh sistem dalam rangka mencapai tujuan yang telah ditetapkan sebelumnya. Oleh karena itu, beban biaya yang harus dipikul diketahui dengan pasti dan hasil yang dapat dicapai juga diketahui dengan pasti (yaitu berdasarkan kapasitas yang dimiliki sekarang ini). Pada umumnya, waktu jangka pendek ini dikaitkan dengan kepentingan membuat produksi atau menjalankan kegiatan untuk sekarang ini dengan mendayagunakan alat-alat atau sumber daya yang tersedia. Untuk keperluan itu maka alat analisis yang sesuai adalah metode deterministik.

Untuk jangka panjang biasanya dikaitkan dengan perencanaan, bukan pelaksanaan kegiatan produksi pada waktu sekarang. Seperti telah dikemukakan di atas bahwa untuk waktu jangka panjang maka manajemen dianggap memiliki kesempatan yang cukup, untuk mempertimbangkan berbagai alternatif kombinasi agar menghasilkan keluaran dengan biaya yang

lebih murah dan peluang yang lebih besar untuk mendapatkan hasil yang lebih baik. Pada kondisi tersebut, biaya produksi atau kegiatan dan perkiraan hasil bersifat probabilistik. Sejalan dengan itu maka metode analisis yang sesuai adalah metode stokastik.

D. SIFAT SUMBER DAYA DAN LINGKUNGAN KEPUTUSAN

Sumber daya merupakan kapasitas daya yang terikat pada suatu kekayaan (*resources*) yang dapat dipergunakan untuk menghasilkan suatu kegunaan baru yang bersifat alternatif. Sifat alternatif tersebut mengindikasikan bahwa sumber daya dapat dipakai untuk bermacam penggunaan yang menghasilkan keluaran yang berbeda. Sehubungan dengan itu, pihak pemilik sumber daya dituntut untuk mendayagunakan sumber daya tersebut dengan arif dan bijaksana sehingga pemilik sumber daya akan memperoleh hasil yang terbaik (*optimal*).

Jenis sumber daya biasanya diklasifikasikan berdasarkan keterikatan adanya kapasitas daya itu. Jika ketersediaan kapasitas daya tersebut terikat pada alam maka sumber daya itu disebut sumber daya alam (*natural resources*), dan jika ketersediaan kapasitas daya itu terikat pada manusia (tenaga kerja) maka sumber daya itu dinamakan sumber daya manusia (*human resources*). Selanjutnya, apabila ketersediaan kapasitas daya itu terikat pada barang-barang modal atau sarana produksi maka sumber daya itu disebut sumber daya modal (*capital resources*).

Jenis sumber daya jika dilihat dari sifatnya maka sumber daya alam lazim diklasifikasikan ke dalam sumber daya alam abadi (seperti misalnya udara, iklim, lautan, dan bentangan alam), sumber daya yang dapat dibaharui (*renewable resources*) seperti misalnya hasil pertanian, peternakan, maupun kehutanan, serta sumber daya yang tidak dapat dibaharui (*non-renewable resources*) seperti misalnya batuan, mineral, air, dan tanah.

Jenis sumber daya jika dilihat dari ketersediaannya dapat dibagi menjadi penggolongan ke dalam sumber daya langka (*scarcity resources*) dan sumber daya bebas (*free resources*). Sumber daya langka biasanya dikaitkan dengan sumber daya yang dimiliki atau dikuasai oleh seseorang dan atau oleh sebuah badan usaha yang memiliki jumlah tertentu yang dapat dikuantifikasi. Berapapun banyaknya sumber daya (kekayaan) yang dimiliki, pasti memiliki

batas tertentu dan tidak mungkin selalu dapat dipakai untuk semua penggunaan. Di samping itu, untuk memperolehnya diperlukan pengorbanan tertentu dan tidak dapat diperoleh secara bebas. Dengan sifat seperti itu maka sumber daya tersebut diklasifikasi sebagai sumber daya yang terbatas. Pada umumnya, sumber daya modal dan tenaga ahli diidentifikasi sebagai sumber daya terbatas.

Sumber daya bebas adalah sumber daya yang jumlahnya berlimpah dan untuk memperolehnya tidak memerlukan pengorbanan tertentu. Udara, air, sinar matahari, dan iklim biasanya digolongkan sebagai sumber daya bebas. Akan tetapi, sifat bebas tersebut terasa semakin berkurang intensitasnya, misalnya udara bersih yang berkaitan dengan adanya industrialisasi maka terasa menjadi sumber daya yang langka. Untuk mendapatkan udara bersih dan segar, biasanya orang menggunakan penyaring udara dan penyejuk suhu ruangan. Terlepas dari itu semua, yang pasti adalah sumber daya yang dimiliki dan dikuasai harus dipergunakan sebaik mungkin sehingga pada jenis dan cara penggunaan yang dipilih, akan memberikan hasil terbaik atau memberikan hasil optimal.

Berdasarkan bahasan di atas maka sumber daya yang dimaksud dalam buku ini adalah sumber daya yang dimiliki atau dikuasai oleh seorang individu atau unit bisnis, yang menjalankan kegiatan produksi untuk menghasilkan jenis keluaran tertentu. Oleh karena itu, sumber daya yang dibicarakan ialah yang berada di bawah penguasaan individu atau badan usaha, dan sumber daya yang ada dalam sistem yang bersangkutan dapat dikategorikan sebagai sumber daya langka (*scarcity resources*).

Sumber daya yang memiliki sifat terbatas dan memiliki berbagai kegunaan atau fungsi, serta sumber daya yang dimiliki oleh semua individu dan entitas ekonomi di suatu negara mencerminkan potensi negara yang bersangkutan. Sumber daya itu harus dipergunakan dengan sebaik-baiknya untuk menghindari pemborosan kekayaan nasional negara yang bersangkutan. Pada saat yang sama, penggunaan sumber daya tersebut juga diarahkan untuk kemakmuran rakyat.

Penggunaan sumber daya ekonomi yang tidak tepat dapat menyebabkan pemborosan kekayaan suatu negara. Terlebih jika sumber daya tersebut hanya didominasi oleh segelintir pihak. Sehubungan dengan itu, pemborosan

penggunaan sumber daya merupakan suatu kesalahan yang harus dihindari. Dengan demikian, pengambil keputusan perlu melakukan evaluasi dan analisis dalam melakukan perencanaan terkait penggunaan sumber daya yang dimiliki. Alat analisis yang lazim dipakai untuk sampai pada penggunaan optimal ialah metode OR.

Spencer, Seo, dan Simkin (1975), Petersen dan Lewis (1986), Douglas (1987), serta Pappas dan Horchey (1987) membedakan pengambilan keputusan itu dari dua sudut pandang, yaitu: (1) menurut jumlah orang yang mengambil keputusan, dan (2) kondisi yang mengikat atau lingkungan keputusan.

Berdasarkan jumlah pengambil keputusan maka keputusan dibedakan atas keputusan perorangan (*individual decision*) dan keputusan kelompok (*group or team decision*). Keputusan individual adalah keputusan yang diambil oleh seorang manajer pengambil keputusan. Keputusan tersebut misalnya dijumpai pada perusahaan perorangan. Sedangkan keputusan kelompok adalah keputusan yang diproses dan diambil oleh suatu tim dalam suatu organisasi atau perusahaan.

Lingkungan atau kondisi yang mengikat keputusan dibedakan menjadi: (1) kondisi pasti (*certainty condition*), (2) kondisi berisiko (*risk condition*), dan (3) kondisi tidak pasti (*uncertainty condition*), berikut penjelasannya.

1. Kondisi Pasti

Kondisi pasti (*certainty condition*) merupakan suatu keadaan ketika pengambil keputusan memiliki informasi yang lengkap mengenai sistem sehingga hasil dari keputusan dapat diketahui dengan pasti. Hasil dari keputusan adalah unik dan tunggal. Pada situasi pasti tersebut, keputusan dengan hasil optimal dicapai dengan memilih alternatif dengan konsekuensi biaya minimum, dan kontribusi yang maksimum pada kasus maksimisasi kontribusi.

Sulit untuk mendapatkan situasi ketika pembuat keputusan memiliki informasi yang lengkap, dan mengetahui dengan pasti hasil keputusan untuk masa yang akan datang. Masa yang akan datang adalah masa yang penuh perubahan dan ketidakpastian. Semakin panjang rentang waktu keputusan maka akan semakin banyak perubahan yang mungkin terjadi. Oleh karena itu, hasil pasti dari keputusan semakin sulit diketahui. Namun demikian, dihubungkan dengan konsep kondisi pasti ini maka pembuat keputusan yang

menghadapi masalah optimisasi penggunaan sumber daya organisasi atau perusahaan, dalam usaha mewujudkan sasaran laba maksimum atau biaya minimum memakai anggapan berikut.

- a. Kapasitas sistem adalah tertentu (pasti), artinya tidak mengalami perubahan, baik berupa penambahan maupun pengurangan dalam skala waktu jangka pendek.
- b. Harga masukan dan harga keluaran berada di bawah kontrol manajemen, sedangkan harga produk lain, tingkat pendapatan pelanggan, dan cita rasa pelanggan dianggap tetap tidak berubah.

Dengan demikian, pembuat keputusan akan memiliki informasi yang lengkap dan akurat mengenai sistem sehingga masalah yang dihadapi adalah berikut ini.

- a. Bagaimana dengan sumber daya tertentu yang tersedia sekarang ini, dapat dipergunakan sedemikian rupa sehingga mampu memberikan hasil yang optimal (maksimisasi kontribusi atau keluaran).
- b. Bagaimana hasil tertentu yang direncanakan dapat dicapai melalui pendayagunaan sumber daya dengan konsekuensi biaya minimum (minimisasi biaya).

2. Kondisi Berisiko

Kondisi berisiko terjadi apabila pembuat keputusan berhadapan dengan hasil keputusan yang memiliki beberapa kemungkinan. Untuk mengetahui hasil optimal keputusan maka ada tiga variabel penting yang harus diketahui dahulu, yaitu strategi (*strategy*), kondisi mungkin yang dihadapi (*state of nature*), dan hasil yang mungkin (*outcome*).

Strategi merupakan rencana atau arah dari tindakan yang telah dirancang untuk mencapai tujuan yang telah ditetapkan oleh manajemen. **Kondisi yang mungkin** merupakan pernyataan mengenai kondisi yang mungkin terjadi di masa mendatang yang akan memiliki pengaruh nyata (*significant*) terhadap keberhasilan strategi. **Hasil yang mungkin** merupakan keuntungan atau kerugian yang mungkin diterima pada kombinasi tertentu dari strategi dan keadaan yang mungkin.

Daftar yang memperlihatkan hasil yang diperoleh berdasarkan kombinasi antara strategi dan kejadian yang mungkin disebut *payoff matrix* (matriks

hasil). Keputusan optimal atas kondisi berisiko ini dicapai melalui program maksimisasi nilai pengharapan (*expected-value maximization*).

Tabel 1.1 Distribusikan Probabilita untuk Tiga Alternatif Investasi

Keadaan yang Mungkin	Probabilita (p _j)	Hasil yang Mungkin (X _j)
Alternatif Investasi A		
Tidak ada inflasi (X ₁)	0.25	Rp10.000.000
Inflasi moderat (X ₂)	0.50	Rp25.000.000
Inflasi tinggi (X ₃)	0.25	Rp40.000.000
Alternatif Investasi B		
Tidak ada inflasi (X ₁)	0.20	Rp15.000.000
Inflasi moderat (X ₂)	0.55	Rp20.000.000
Inflasi tinggi (X ₃)	0.25	Rp50.000.000
Alternatif Investasi C		
Tidak ada inflasi (X ₁)	0.20	Rp20.000.000
Inflasi moderat (X ₂)	0.50	Rp30.000.000
Inflasi tinggi (X ₃)	0.30	Rp40.000.000

Nilai pengharapan diperoleh dengan menjumlahkan hasil perkalian antara probabilita. Jika hasil yang mungkin adalah X₁, X₂, dan X₃ dan probabilita setiap hasil yang mungkin tersebut adalah P₁, P₂, dan P₃, maka nilai pengharapan alternatif sebagai berikut.

$$E(V) = \sum_{i=1}^n p_i X_i$$

Untuk contoh di atas :

$$E(V) = p_1 X_1 + p_2 X_2 + p_3 X_3$$

Misalnya, seorang investor memiliki tiga pilihan investasi, yaitu A, B, dan C. Distribusikan probabilita dari alternatif investasi tersebut.

$$\begin{aligned} E(V_A) &= 0.25 (10.000.000) + 0.50 (25.000.000) + 0.25 (40.000.000) \\ &= \text{Rp}25.000.000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(V_B) &= 0.20 (15.000.000) + 0.55 (20.000.000) + 0.25 (50.000.000) \\ &= \text{Rp}26.500.000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(V_C) &= 0.20 (20.000.000) + 0.50 (30.000.000) + 0.30 (40.000.000) \\ &= \text{Rp}31.000.000 \end{aligned}$$

Perhitungan di atas menunjukkan bahwa hasil terbaik diperoleh pada rencana investasi C. Oleh karena itu, dalam maksimisasi nilai pengharapan, pilihan harus dilakukan pada alternatif C.

3. Kondisi Tidak Pasti

Kondisi tidak pasti terjadi apabila pembuat keputusan berhadapan dengan keadaan, yang hasil dan peluangnya memiliki kemungkinan yang tidak diketahui. Tidak diketahuinya peluang kejadian antara lain karena pembuat keputusan memiliki data mengenai sistem yang tidak cukup untuk melakukan prediksi mengenai probabilitas dimaksud. Sehubungan dengan itu, dalam usaha mengoptimalkan hasil keputusan, aspek pribadi (subjektivitas) pembuat keputusan turut berperan dalam proses pengambilan keputusan. Aspek subjektivitas tersebut antara lain dilatarbelakangi oleh pengalaman pembuat keputusan.

Menurut Spencer, Seo, dan Simkin (1975) ada beberapa metode untuk mengoptimalkan keputusan pada kondisi tidak pasti, yaitu : (a) *Wald decision criterion (maximin criterion)*, (b) *Hurwicz alpha decision criterion*, (c) *The savage decision criterion (minimax criterion)*, dan (d) *Laplace decision criterion*.

Pada kriteria Wald (maximin), pembuat keputusan dianggap memiliki tipe pesimistik sehingga selalu berharap atau beranggapan bahwa kejadian yang akan berlangsung ialah keadaan yang jelek. Sehubungan dengan itu, dalam usaha mengoptimalkan hasil, pembuat keputusan akan menghindari memilih strategi yang akan memberikan kerugian yang besar. Untuk keperluan itu, pembuat keputusan akan memilih terlebih dahulu hasil yang minimum (kerugian yang paling kecil) dan setiap strategi, kemudian memilih hasil yang maksimum dari yang minimum tersebut. Kebalikan dari kriteria itu adalah *maximax criterion*.

Pada kriteria *maximax*, pengambil keputusan dianggap memiliki tipe optimistik, artinya pembuat keputusan selalu beranggapan bahwa yang akan terjadi ialah keadaan yang baik (keadaan yang menguntungkan) sehingga hasil optimum dicapai dengan memilih strategi yang akan memberikan laba paling besar (laba maksimum).

Pada kriteria Hurwicz, posisinya merupakan sintesis dari *maximin* dan *maximax*. Untuk merumuskan keputusan optimal yang dimaksud maka digunakan model analisis berikut.

$$D_i = aM_i + (1 - a)m_i$$

Dimana :

d_i = *decision index*, indeks keputusan.

M_i = hasil maksimum dari strategi yang ada.

m_i = hasil minimum dari strategi yang ada.

a = koefisien optimistik.

Untuk mengaplikasikan model maka yang harus ditentukan terlebih dahulu adalah koefisien optimistik tersebut. Koefisien optimistik ini merupakan estimasi probabilitas terjadinya hasil yang paling baik untuk masa yang akan datang. Misalnya, dalam keadaan ekonomi stabil diperkirakan keadaan terbaik masa mendatang memiliki peluang untuk terjadi sebesar 60 persen maka $a = 0.60$. Tetapi, pada masa ekonomi tidak stabil (krisis), keadaan terbaik hanya diperkirakan memiliki peluang untuk terjadi sekitar 25 persen maka $a = 0.25$.

Setelah itu, pembuat keputusan memilih hasil maksimum (M_i) dan hasil minimum (m_i) setiap strategi. Kriteria Savage, lazim disebut *minimax regret criterion*, berusaha untuk meminimumkan *regret (opportunity cost)* setiap strategi sehingga apabila terjadi kebalikan dari kejadian yang diharapkan maka kerugian yang diderita adalah minimum.

Pada kriteria Laplace, digunakan teladan (*postulate*) untuk menghitung nilai penghargaan setiap strategi dan hasil optimum ditunjukkan oleh strategi dengan nilai pengharapan terbesar. Sehubungan dengan itulah sehingga kriteria Laplace ini disebut pula *Bayesian Postulate*.

Jika investor memiliki lima peluang investasi (S_j) yang berhadapan dengan empat kemungkinan, yaitu: kondisi ekonomi sangat baik (N_1), kondisi ekonomi baik (N_2), kondisi ekonomi jelek (N_3), dan kondisi ekonomi sangat jelek (N_4). Pengharapan penghasilan tiap strategi untuk tiap keadaan disajikan dalam *payoff matrix* pada Tabel 1.2.

Tabel 1.2 *Payoff Matrix* dari Lima Alternatif Investasi untuk Empat Tipe Keadaan yang Dihadapi

Strategi (S _i)	Hasil Keadaan yang Mungkin (<i>State of Nature</i>) (Rp'000)			
	N ₁	N ₂	N ₃	N ₄
S ₁	21.000	25.000	19.000	16.000
S ₂	23.000	14.000	24.000	17.000
S ₃	20.000	20.000	20.000	20.000
S ₄	19.000	21.000	25.000	23.000
S ₅	18.000	13.000	17.000	15.000

Keputusan optimum menurut setiap kriteria yang dikemukakan di atas disajikan dalam analisis di bawah ini.

Kriteria *minimax* (*Wald*) dan *maximax*, sebagai berikut.

Tabel 1.3 *Payoff Matrix* pada Kriteria *Minimax* dan *Maximax*

Strategi (S _i)	<i>State of Nature</i> (Rp'000)				<i>Criterion</i>	
	N ₁	N ₂	N ₃	N ₄	<i>Minimax</i>	<i>Maximax</i>
S ₁	1.000	25.000	19.000	16.000	16.000	25.000 ¹
S ₂	23.000	14.000	24.000	17.000	14.000	24.000
S ₃	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000
S ₄	19.000	21.000	25.000	23.000	19.000	25.000 ²
S ₅	18.000	13.000	17.000	15.000	13.000	18.000

1. Kriteria Wald

Berdasarkan kriteria Wald, minimum hasil setiap strategi adalah seperti pada kolom *minimax criterion* di Tabel 1.3. Keputusan optimum adalah memilih strategi dengan melalui maksimisasi hasil minimum dimaksud, dan dalam hal ini adalah strategi ke-3 (S₃) dengan penghasilan investasi yang diharapkan Rp20.000.000. Dengan pilihan itu, jika keadaan yang terbaik atau terjelek yang terjadi, pengharapan hasil tetap sama (Rp20.000.000), karena tiap keadaan hasilnya sama untuk strategi ke-3 tersebut.

Jika dipakai pendekatan *maximax*, keputusan optimum adalah dengan memilih strategi ke-1 (S₁) atau strategi ke-4 (S₄) dengan pengharapan hasil Rp25.000.000. Jika dipilih S₁ dan kejadian terjelek yang terjadi maka pengharapan hasil adalah Rp16.000.000 sehingga terdapat perbedaan dari yang diharapkan sebesar Rp9.000.000). Apabila dipilih S₄ dan keadaan terjelek

yang terjadi maka pengharapan hasil sebesar Rp19.000.000 (penyimpangan hanya sebesar Rp6.000.000). Dengan demikian, sebaiknya memilih strategi ke-4.

2. Kriteria Alpha Hurwicz

Untuk kriteria Alpha Hurwicz, misalkan probabilita terjadinya keadaan yang paling baik adalah 60 persen sehingga $\alpha = 0.60$. Hasil yang diperoleh disajikan dalam Tabel 1.4.

Tabel 1.4 Analisis Keputusan Menurut Kriteria Hurwicz

S_i	M_i	α	αM_i	m_i	$(1-\alpha)$	$(1-\alpha) m_i$	d_i
S_1	25.000 ¹	0.60	15.000	16.000	0.40	6.400	21.400
S_2	24.000	0.60	14.400	14.000	0.40	5.600	20.000
S_3	20.000	0.60	12.000	20.000 ¹	0.40	8.000	20.000
S_4	25.000 ²	0.60	15.000	19.000	0.40	7.600	22.600
S_5	18.000	0.60	10.800	13.000	0.40	5.200	16.000

Sehubungan dengan hasil di atas maka keputusan optimal ialah dengan memilih S_4 , hasil yang paling besar yaitu Rp22.600.000.

3. Kriteria Savage

Pada aplikasi kriteria Savage ini, terlebih dahulu dilakukan identifikasi hasil terbaik pada setiap kemungkinan (*state of nature*), kemudian hasil maksimum tersebut dikurangkan dengan unsur sel lainnya pada setiap *state of nature* yang bersangkutan. Matriks yang diperoleh disebut *regret matrix* atau matriks penyesalan. Dari setiap strategi kemudian dipilih alternatif berkonsekuensi penyesalan yang maksimum. Keputusan diambil dengan memilih strategi yang memberikan *opportunity cost* atau penyesalan paling kecil di antara yang maksimum.

Tabel 1.5 Analisis Keputusan Menurut Kriteria Savage

Strategi (S_j)	State of Nature				Regret Matrix				Maximum Regret
	N_1	N_2	N_3	N_4	N_1	N_2	N_3	N_4	
S_1	21.000	25.000	19.000	16.000	2.000	0	6.000	7.000	7.000
S_2	23.000	14.000	24.000	17.000	0	11.000	1.000	6.000	11.000
S_3	20.000	20.000	20.000	20.000	3.000	5.000	5.000	3.000	5.000
S_4	19.000	21.000	25.000	23.000	4.000	4.000	0	0	4.000
S_5	18.000	13.000	17.000	15.000	5.000	12.000	8.000	8.000	8.000

Berdasarkan Tabel 1.5, elemen maksimum tiap keadaan (N_i) adalah: (a) untuk kolom N_1 sama dengan Rp23,000, (b) kolom N_2 sama dengan Rp25,000, (c) kolom N_3 sama dengan Rp25,000, dan (d) kolom N_4 sama dengan Rp23,000. Nilai maksimum setiap keadaan dikurangkan dengan angka-angka lainnya dalam kolom keadaan yang bersangkutan. Untuk Kolom N_1 diperoleh: $S_1N_1 = \text{Rp}23,000 - \text{Rp}21,000 = \text{Rp}2,000$. Untuk $S_2N_1 = \text{Rp}23,000 - \text{Rp}23,000 = \text{Rp}0,00$. Untuk $S_3N_1 = \text{Rp}23,000 - \text{Rp}20,000 = \text{Rp}3,000$. Untuk $S_4N_1 = \text{Rp}23,000 - \text{Rp}10,000 = \text{Rp}13,000$. Untuk $S_5N_1 = \text{Rp}23,000 - \text{Rp}18,000 = \text{Rp}5,000$. Nilai-nilai yang diperoleh dicatat di Kolom N_1 pada Regret Matrix. Untuk state of nature lainnya ($N_2, 3, 4$) dihitung dengan cara yang sama. Selanjutnya, sesudah nilai regret diperoleh, maka dipilih regret maksimum pada setiap strategi. Untuk S_1 adalah Rp7,000, S_2 adalah Rp11,000, S_3 adalah Rp5,000, S_4 adalah Rp4,000 dan S_5 adalah Rp8,000. Dari kolom terakhir (maximum regret), opportunity cost terkecil (minimum regret) adalah Rp4,000 atau tepatnya Rp.4.000.000. Oleh karena itu keputusan optimal ialah Strategi ke-4 (S_4).

Dari kolom terakhir (maximum regret), opportunity cost terkecil adalah Rp4.000.000. Oleh karena itu, keputusan optimal ialah strategi ke-4 (S_4)

4. Kriteria Laplace

Pada kriteria Laplace harus dihitung nilai pengharapan setiap strategi dengan probabilita setiap strategi ialah $1/n$. Pada contoh di atas $n = \text{state of nature} = 4$ sehingga probabilita kejadian = $1/4$ atau 0,25.

$$E(S_1) = 0.25(21.000) + 0.25(25.000) + 0.25(19.000) + 0.25(16.000) \\ = \text{Rp}20.250 \text{ atau tepatnya } \text{Rp}20.250.000$$

$$E(S_2) = 0.25(23.000) + 0.25(14.000) + 0.25(24.000) + 0.25(17.000) \\ = \text{Rp}19.500 \text{ atau tepatnya } \text{Rp}19.500.000$$

$$E(S_3) = 0.25(20.000) + 0.25(20.000) + 0.25(20.000) + 0.25(20.000) \\ = \text{Rp}20.000 \text{ atau tepatnya } \text{Rp}20.000.000$$

$$E(S_4) = 0.25(19.000) + 0.25(21.000) + 0.25(25.000) + 0.25(23.000) \\ = \text{Rp}22.000 \text{ atau tepatnya } \text{Rp}22.000.000$$

$$E(S_5) = 0.25(18.000) + 0.25(13.000) + 0.25(17.000) + 0.25(15.000) \\ = \text{Rp}15.750 \text{ atau tepatnya } \text{Rp}15.750.000$$

Dari perhitungan nilai pengharapan di atas maka strategi dengan hasil optimum ialah strategi ke-4 (S_4) dengan nilai pengharapan sebesar Rp22.000.000.

Tabel 1.6 Perbandingan Hasil Keputusan Setiap Kriteria

Kriteria	Strategi Terpilih	Hasil Terbaik	Hasil Terjelek
Wald (Minimax)	S_4	20.000.000	20.000.000
Hurwicz	S_4	25.000.000	19.000.000
Savage	S_4	25.000.000	19.000.000
Laplace	S_4	25.000.000	19.000.000

Tabel 1.6 di atas menunjukkan bahwa hanya kriteria Wald yang memberikan hasil yang berbeda, sedangkan semua kriteria lainnya memilih S_4 .

A. PENGERTIAN PROGRAM LINEAR

Menurut Levin, McLaughlin, Lamone, dan Kottas (1978) menyatakan bahwa program linear adalah teknik perhitungan matematik untuk mendapatkan cara penggunaan terbaik dari sumber daya yang dimiliki sebuah organisasi atau perusahaan. Selanjutnya, menurut G.A. Silver, J.B. Silver (1977), program linear dalam riset operasional didefinisikan sebagai suatu prosedur untuk mendapatkan nilai maksimum atau suatu fungsi tujuan linear yang dibatasi oleh fungsi kendala yang juga linear. Lebih lanjut, E.S. Buffa dan R.K. Sarin (1987) menyatakan bahwa program linear merupakan model analisis yang dipakai untuk mengalokasikan sumber daya yang terbatas atau langka pada jenis penggunaan yang bersaing dengan cara sedemikian rupa, guna mendapatkan pemecahan yang optimum (maksimisasi kontribusi biaya).

Chase dan Aquilano (1990), serta Chase dan Aquilano (1995) menyatakan program linear merupakan suatu metode pemecahan optimisasi secara matematik melalui pengalokasian sumber daya yang terbatas atau langka di antara tipe penggunaan yang bersaing. Optimisasi tersebut dapat berupa maksimisasi kontribusi dan dapat pula merupakan minimisasi biaya.

Guisseppi A. Forgionne (1990) menyatakan program linear adalah metodologi untuk memecahkan permasalahan yang fungsi tujuan dan fungsi kendalanya merupakan program linear. Sejalan dengan pengertian itu, Hamdy A. Taha (2003) menyatakan program linear adalah metode analisis yang berguna untuk menemukan pemecahan optimal dari suatu permasalahan, yang memiliki fungsi tujuan dan fungsi kendala yang juga linear. Donald

Water (1994) memberikan pengertian bahwa program linear adalah metode yang dipakai untuk memecahkan masalah yang memiliki fungsi tujuan dan fungsi kendala yang berbentuk linear.

Jika pendapat ahli tersebut di atas dipertemukan maka kita dapat merumuskan pengertian program linear sebagai sebuah metode matematik, yang dipergunakan untuk mencapai pemecahan optimum sebuah fungsi tujuan linear melalui pengalokasian sumber daya terbatas yang dimiliki sebuah organisasi atau perusahaan, serta telah disusun menjadi fungsi kendala yang juga linear.

Berdasarkan pengertian yang dikemukakan di atas maka dijumpai beberapa konsep kunci yang memiliki makna yang penting, yaitu fungsi tujuan, fungsi kendala, variabel keputusan, dan pemecahan optimum. Tiap konsep memiliki makna berikut.

1. Fungsi kendala (*constraint function*) merupakan rumusan dari ketersediaan sumber daya yang membatasi proses optimisasi.
2. Fungsi tujuan (*objective function*) adalah rumusan fungsi yang menjadi sasaran atau landasan untuk mencapai pemecahan optimum (maksimisasi atau minimisasi).

Dalam fungsi tujuan, yang menjadi variabel dependen (terikat) ialah sasaran aktivitas yang akan dioptimisasi. Dalam maksimisasi *dependent variable* tersebut dapat berupa kontribusi (*contribution margin*), keluaran (*output*), dan penjualan (*revenue*). Sedangkan dalam minimisasi adalah biaya (*cost*) atau kerugian (*loss*).

Fungsi tujuan tersebut umumnya disajikan dengan mempergunakan huruf Z, dengan rumusan; Maksimumkan $Z = \dots\dots\dots$ Sebaliknya, pada program minimisasi, *dependent variable* biasanya mempergunakan huruf C, dengan rumusan; Minimumkan $C = \dots\dots\dots$

Variabel keputusan (*decision variables*) merupakan peubah yang akan dicari nilainya melalui optimisasi, maksimisasi, atau minimisasi. Peubah keputusan yang dimaksud dalam maksimisasi terdiri dari produk yang akan dihasilkan atau dijual oleh perusahaan. Produk tersebut biasanya menggunakan lambang variabel X_i , dengan "i" menunjukkan ragam produk yang dihasilkan atau dijual. Jika produk yang dihasilkan adalah empat macam maka fungsi tujuannya adalah berikut ini.

$$\text{Maksimumkan } Z = a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3 + a_4X_4$$

Dimana:

$X_{1,2,3,4}$ = Jenis keluaran ke-1, ke-2, ke-3 dan ke-4.

$a_{1,2,3,4}$ = Kontribusi satuan dari keluaran ke-1, ke-2, ke-3 dan ke-4.

Pada program minimisasi, koefisien fungsi adalah biaya variabel satuan atau harga pembelian dari sumber daya yang bersangkutan. Rumusan fungsionalnya adalah berikut ini.

$$\text{Minimumkan } C = a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3 + a_4X_4$$

Dimana :

$X_{1,2,3,4}$ = Sumber daya yang dimanfaatkan, jenis ke-1, ke-2, ke-3, ke-4.

$a_{1,2,3,4}$ = Biaya variabel satuan ke-1, ke-2, ke-3 dan ke-4.

1. Anggapan yang Terpakai

Pada metode analisis program linear ini dipakai beberapa anggapan, yaitu sebagai berikut.

a. *Kelinearan (Linearity)*

Linearitas ini mempunyai implikasi bahwa terdapat hubungan garis lurus atau proporsional di antara variabel yang relevan. Berdasarkan asumsi kelinearan ini maka dalam program linear didefinisikan sifat hubungan berikut.

- 1) Kombinasi masukan untuk berbagai skala produksi adalah tetap tidak berubah (konstan).
- 2) Antara masukan dan keluaran pada berbagai skala produksi, terdapat hubungan yang bersifat tetap (konstan).

Sehubungan dengan anggapan tersebut di atas maka dalam program linear segala sesuatu diikat oleh relasi atau hubungan perubahan yang bersifat garis lurus (linear) atau perubahan proporsional. Apabila salah satu atau seluruh fungsi yang ada tidak memenuhi syarat linearitas maka tidak memenuhi syarat untuk menggunakan peralatan program linear.

Sejalan dengan sifat kelinearan yang dimaksud, jika sebuah mesin dilayani oleh dua tenaga kerja dapat menghasilkan keluaran 10 unit per jam maka apabila digandakan menjadi 2 mesin dan 4 tenaga kerja, keluaran juga akan meningkat menjadi 20 unit per jam.

b. Penjumlahan (Additivity)

Semua fungsi, baik fungsi tujuan maupun fungsi kendala tersusun sedemikian rupa sehingga menunjukkan sifat penjumlahan. Nilai akhir fungsi, khususnya fungsi tujuan adalah jumlah dari setiap unsurnya.

c. Proporsionalitas (Proportionality)

Sifat keselarasan atau proporsionalitas itu muncul sehubungan dengan adanya sifat kelinearan tersebut di atas. Dengan menambah atau mengurangi jumlah masukan secara selaras maka jumlah keluaran juga akan bertambah atau berkurang dengan nisbah yang selaras dengan itu. Dengan kata lain, fungsi program linear tergolong pula dalam fungsi yang homogen linear. Oleh karena itu, jalur ekspansi dianggap sebagai sebuah garis lurus yang melalui titik pusat *isoproduct curve*.

d. Hasil Akhir Sembarang, tetapi Positif (Non-negativity Condition)

Hasil optimal program linear tidak selalu harus dinyatakan dengan suatu bilangan bulat (*integer*), melainkan dapat pula dinyatakan dengan bilangan yang tidak bulat (*non-integer ends*), asalkan hasil pemecahan dimaksud adalah besaran yang positif atau ≥ 0 . Jika program linear optimal bukan dengan bilangan bulat, sedangkan diharapkan agar hasil optimal tersebut dinyatakan dalam bilangan bulat maka pemecahan masih harus dilanjutkan dengan memakai *integer programming*, suatu pengembangan dari model program linear yang ditujukan untuk mendapatkan hasil optimal dengan bilangan bulat.

e. Pasti (Certainly)

Anggapan ini menjelaskan bahwa metode program linear hanya dapat dipakai sebagai alat pemecahan masalah jika parameter fungsi analisis diketahui dengan pasti.

2. Kerangka Model

Seperti telah dikemukakan di atas bahwa program linear tersebut terbangun dari fungsi tujuan dan fungsi kendala, serta variabel keputusan dengan sifat umum sebagai berikut.

Non negativity ini menyebabkan nilai optimal peubah keputusan (*decision variable*) harus memenuhi syarat ikatan berikut

$$X_j > 0, \text{ dimana } j = 1, 2, 3, \dots, n$$

maksimumkan:

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j X_j ; \text{ dimana } j=1, 2, 3, \dots, n$$

Dan c_j = *unit contribution margin*

atau:

minimumkan:

$$C = \sum_{j=1}^n c_j X_j ; \text{ dimana } j=1, 2, 3, \dots, n$$

dan c_j = *unit variable cost*

dengan kendala:

untuk maksimisasi:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq b_i ; \text{ dimana } i=1, 2, 3, \dots, m$$

dan b_i = nilai sisi kanan (sediaan sumber daya)

untuk minimisasi:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \geq b_i ; \text{ dimana } i=1, 2, 3, \dots, m$$

dan b_i = nilai sisi kanan (target keluaran)

Tanda \leq pada fungsi kendala program maksimisasi memiliki indikasi bahwa program maksimisasi harus mempergunakan sumber daya yang lebih kecil atau paling banyak sama dengan yang disediakan atau dianggarkan. Dalam hal ini berlaku prinsip, bagaimana hasil tertentu dapat dicapai dengan korban biaya yang minimum. Sebaliknya, tanda \geq pada fungsi kendala program minimisasi memiliki indikasi bahwa program minimisasi harus dapat

mendayagunakan ketersediaan sumber daya tertentu untuk mencapai hasil yang maksimum. Setidaknya, sama dengan target atau harus diusahakan lebih besar dari target dimaksud.

Sehubungan dengan adanya ketidaksamaan pada fungsi kendala maka untuk mengubahnya menjadi sebuah persamaan, diisyaratkan pada berikut ini.

- a. Fungsi kendala maksimisasi ditambahkan variabel slack S_j :

$$\sum a_j X_j + S_j = b_j$$

- b. Pada fungsi kendala minimisasi dikurangi variabel surplus S_j kemudian ditambahkan dengan variabel artifisial A_j dan diperoleh:

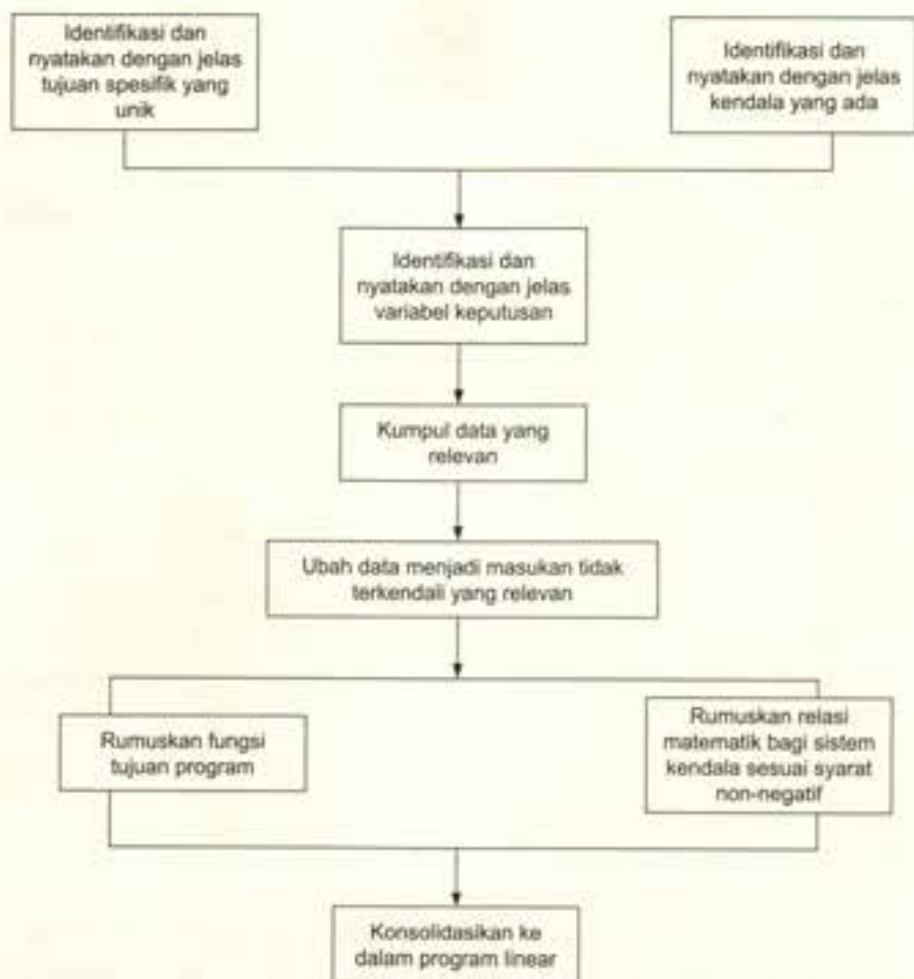
$$\sum a_j X_j - S_j + A_j = b_j$$

Sekalipun pada umumnya fungsi kendala program maksimisasi adalah sistem pertidaksamaan yang bertanda \leq , namun dalam kenyataan lazim dijumpai campuran dari pertidaksamaan dengan tanda \leq dengan yang mempunyai tanda \geq . Jika hal seperti dijumpai maka untuk mendapatkan sistem persamaan linear harus dipakai prosedur seperti yang telah dikemukakan di atas. Prosedur demikian menjadi sangat penting, jika pemecahan dilakukan dengan mempergunakan metode simpleks, dan tidak penting jika dipakai prosedur pemecahan dengan metode grafik.

Apabila pembuat keputusan yakin bahwa permasalahan yang dihadapi memenuhi syarat sebagai program linear maka pembuat keputusan tersebut lebih lanjut harus menyusun formulasi program linear yang bersangkutan. Proses penyusunan suatu formulasi program linear disajikan dalam Gambar 2.1 (lihat halaman 32).

Gambar 2.1 menjelaskan bahwa pembuat keputusan atau analis sistem yang akan menerapkan metode pemecahan program linear, terlebih dahulu harus merumuskan fungsi tujuan dan fungsi kendala sistem. Apabila mereka telah berhasil merumuskan fungsi tujuan dan fungsi kendala maka langkah berikutnya ialah mengumpulkan data yang relevan. Selanjutnya, melakukan analisis dengan memakai program linear yang sudah disusun. Pemakaian program linear dalam analisis optimisasi pada mulanya diperkenalkan oleh ahli matematika berkebangsaan Rusia, yaitu L.V. Kantorovich dan dipakai secara luas dalam Perang Dunia II untuk memecahkan kasus optimisasi

penggunaan peralatan perang tentara sekutu yang terbatas. Model kemudian disempurnakan dalam tahun 1947 oleh George B. Dantzig dan kemudian dipergunakan oleh Angkatan Udara Amerika Serikat dalam merancang program rekrutmen. Pada akhirnya, model diterapkan pula dalam program optimisasi kasus bisnis. Dalam dunia bisnis, program linear terutama dipakai untuk memecahkan kasus produksi, pemasaran, dan pendayagunaan personel perusahaan.



Gambar 2.1 Kerangka Model Program Linear (diadaptasi dari Guiseppi A. Forgiomme (1990:277))

Memerhatikan manfaat yang diterima, dan juga telah ditemukannya penggunaan program komputer maka program linear ini semakin disempurnakan dan diterapkan pula untuk memecahkan kasus yang rumit. Melalui langkah penyempurnaan yang dilakukan oleh Vogel, program linear ini kemudian disederhanakan dan dipakai untuk memecahkan program distribusi, baik untuk memaksimalkan kontribusi maupun untuk meminimumkan biaya distribusi. Penyempurnaan model yang dilakukan oleh Vogel (seorang ahli matematika dari Jerman), kemudian terkenal dengan sebutan *Transportation and Transshipment Model*. Pada perkembangan berikutnya, program linear metode transportasi ini dikembangkan pula untuk memecahkan kasus perencanaan agregat, terutama dalam penyusunan strategi sediaan kapasitas.

Aplikasi pada perencanaan agregat tersebut ditujukan untuk menyelesaikan kasus bekerja normal selama jam kerja, bekerja lembur, dan pemakaian jasa subkontraktor. Sehubungan dengan itu, program linear yang telah dikembangkan itu akan menyajikan hasil, berapa target keluaran yang harus diselesaikan dalam jam kerja normal, berapa dalam jam kerja lembur, dan berapa unit yang harus diserahkan untuk diselesaikan oleh subkontraktor.

Seperti yang telah diuraikan di atas, tidak semua pemecahan optimal program linear dinyatakan dalam bilangan bulat (optimal dengan hasil bentuk pecahan). Tetapi di dunia nyata, justru terdapat beberapa keluaran yang tidak layak dinyatakan dalam pecahan, misalnya $1/2$ mobil, $1/4$ rumah, $1/8$ orang tenaga kerja dan sebagainya. Untuk kasus seperti itu, analisis harus dilanjutkan dengan mempergunakan *integer programming*, agar hasil akhirnya dinyatakan dalam bilangan bulat. Sehubungan dengan itu, dalam karangan ini akan diketengahkan aplikasi program linear, untuk berbagai tujuan seperti yang disebutkan di atas.

B. PROGRAM LINEAR DI DUNIA BISNIS

Pada dasarnya, metode program linear dapat diaplikasikan diberbagai bidang untuk memecahkan masalah manajemen. Di bawah ini dikemukakan berbagai area yang telah memanfaatkan metode program linear dalam memecahkan masalah yang dihadapi manajemen.

Tabel 2.1 Area Aplikasi Metode Program Linear di Dunia Nyata

Area	Aplikasi
Keuangan & Akuntansi	<ol style="list-style-type: none">1. Pemilihan waktu minimum yang dibebankan kepada akuntan senior untuk mengaudit para supervisor.2. Penentuan investasi yang akan memaksimalkan hasil yang diharapkan.3. Pengalokasian anggaran modal di antara berbagai proyek investasi.4. Pengidentifikasian jadwal ketatausahaan yang akan meminimumkan tagihan bank (pinjaman yang tidak terkoleksi).
Pemasaran	<ol style="list-style-type: none">1. Penentuan agen yang mencakup wilayah tertentu yang akan memaksimalkan penjualan.2. Mengalokasikan anggaran periklanan di antara media yang memiliki kegunaan memaksimalkan audiens yang dicakup oleh program periklanan.3. Pemilihan bauran pemasaran yang paling menguntungkan.
Produksi	<ol style="list-style-type: none">1. Perencanaan menu berharga murah atau bauran pupuk.2. Membangun jadwal produksi berbiaya paling murah.3. Mengidentifikasi bauran terbaik dan kuantitas dari peralatan untuk direparasi, dibangun, atau dibeli.4. Minimisasi biaya untuk mengadakan <i>supplies</i> dari vendor.5. Penentuan volume muatan yang memaksimalkan hasil.
Sektor Publik	<ol style="list-style-type: none">1. Penentuan mobil patroli polisi di tiap wilayah di suatu kota.2. Mencapai target total paling luas yang dapat dicapai oleh skuadron pesawat tempur.3. Minimisasi waktu mencapai bus bagi siswa SMA.4. Maksimisasi kualitas dari rawatan kesehatan mental.

Sumber: Disari dari Guiseppi A. Forgiomme (1990:275)

Berbagai perangkat lunak komputer siap pakai telah disediakan kepada pengguna untuk memecahkan berbagai kasus dengan menggunakan metode program linear. Perangkat lunak tersebut antara lain: TORA, Excel Solver, Excel OM, AMPL, LINDO, LINGO dan POM-QM for Windows. Dengan tersedianya perangkat lunak komputer siap pakai tersebut maka pemecahan masalah program linear menjadi semakin mudah.

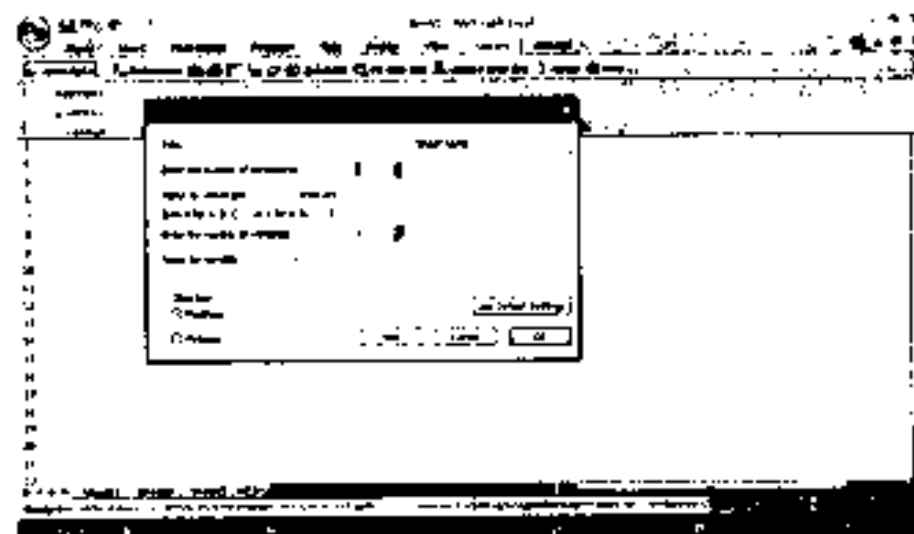
Tampilan dari POM-QM for Windows disajikan pada gambar di bawah ini.



Gambar 2.2 Tampilan Awal POM-QM untuk Program Linear

Pada Gambar 2.2 terlihat bahwa model dapat dipakai untuk memecahkan kasus maksimisasi dan minimisasi, serta dengan memakai metode grafik dan metode simpleks. Model dapat dipakai untuk memecahkan masalah program linear sampai 54 kendala dan 50 variabel keputusan

Excel OM for Windows juga menyediakan perangkat lunak untuk memecahkan kasus program linear dengan tampilan berikut ini



Gambar 2.3 Tampilan Awal Excel-OM untuk Program Linear

Excel OM for Windows ini memiliki kapasitas dan cara operasi yang sama dengan POM QM for Windows. Beberapa buku teks menyediakan bonus perangkat lunak demikian. Misalnya, buku teks *Operations Research* yang ditulis oleh Hamdy A. Taha dilengkapi dengan perangkat lunak Lindo dan Lingo. *Operations Management* yang ditulis oleh Heizer dan Render dilengkapi dengan bonus Excel OM dan POM-QM for Windows.

BAB 3

TEKNIK PEMECAHAN KASUS PROGRAM LINEAR

Metode pemecahan program linear terdapat dua macam, yaitu: (1) metode grafik, dan (2) metode simpleks. Metode grafik layak dipakai untuk memecahkan kasus dengan maksimum tiga peubah keputusan, namun pemakaian yang paling lazim ialah untuk dua buah peubah keputusan. Sebaliknya, sudah tersedia program komputer untuk memecahkan kasus program linear dengan peubah keputusan sebanyak dua buah atau lebih.

Sekarang ini sudah tersedia program komputer untuk memecahkan kasus program linear, misalnya program Lindo, program QSB, POM-QM, dan Excel OM. Khusus untuk program QSB, hanya dapat dipakai untuk memecahkan kasus optimisasi dengan peubah keputusan tidak lebih dari pada 48 buah.

A. PEMECAHAN DENGAN METODE GRAFIK

Pemecahan dengan menggunakan metode grafik melalui program maksimasi dan program minimasi, berikut penjelasannya.

1. Program Maksimisasi

Pemecahan kasus maksimisasi dengan cara grafik akan disajikan melalui pemecahan kasus berikut. Misalnya, sebuah usaha kerajinan mebel membuat dua macam kursi tamu, yakni tipe X_1 dan tipe X_2 . Harga jual dan penggunaan sumber daya, serta biaya variabel satuan setiap produk adalah: harga jual unit X_1 dan X_2 masing-masing Rp50.000 dan Rp70.000. Biaya variabel satuan produk itu masing-masing Rp30.000 dan Rp40.000. Pemakaian sumber daya untuk setiap produk dan sediaan kapasitas setiap sumber daya disajikan dalam Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Pemakaian dan Sediaan Sumber Daya

Jenis Produk	Pemotongan dan Penghalusan (Kendala 1)	Perakitan dan Pemasangan Atribut (Kendala 2)	Pemasangan Formika (Kendala 3)
X_1	1 Jam	1 Jam	0 Jam
X_2	2 Jam	0.75 Jam	1 Jam
Sediaan Waktu Operasi	400 jam	240 jam	180 jam

Diminta:

Nyatakan keluaran X_1 dan X_2 pada tingkat laba (kontribusi) maksimum dinyatakan pula jumlah setiap keluaran pada hasil optimal tersebut. Petakan pemecahan dalam sebuah grafik.

Pemecahan:

Untuk memecahkan kasus di atas perlu ditempuh beberapa langkah pemecahan yaitu berikut ini.

a. Menyusun Fungsi Tujuan dan Fungsi Kendala

Fungsi tujuan:

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan } Z &= (\text{Rp.}50.000 - \text{Rp.}30.000)X_1 + (\text{Rp.}70.000 - \text{Rp.}40.000)X_2 \\ &= 20.000X_1 + 30.000X_2 \end{aligned}$$

Fungsi kendala:

$$\text{Kendala 1 : } X_1 + 2X_2 \leq 400$$

$$\text{Kendala 2 : } X_1 + 0.75X_2 \leq 240$$

$$\text{Kendala 3 : } 0X_1 + X_2 \leq 180$$

Dengan syarat ikatan, $X_1 \geq 0$

b. Mencari Nilai Ekstrem Setiap Fungsi Kendala

$$\text{Kendala -1 : } X_1 + 2X_2 = 400 ; \text{ untuk } X_1 = 0, \text{ maka } X_2 = 400/2 = 200$$

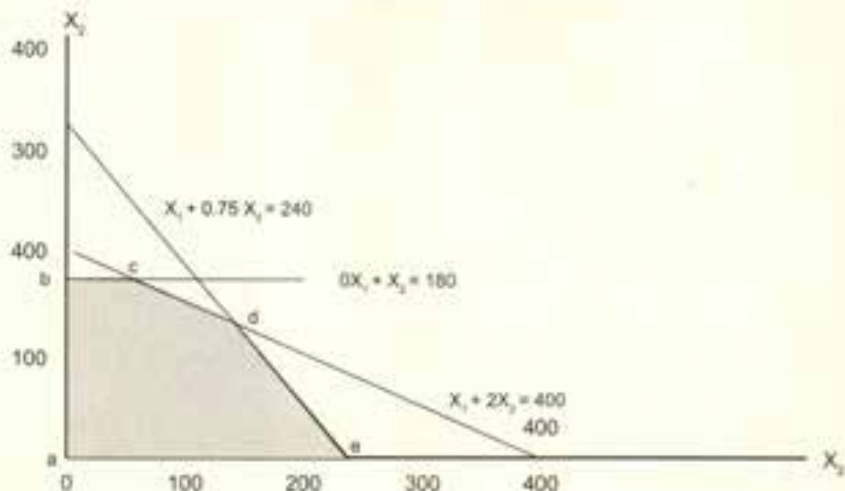
$$\text{untuk } X_2 = 0, \text{ maka } X_1 = 400$$

$$\text{Kendala -2 : } X_1 + 0.75X_2 = 240; \text{ untuk } X_1 = 0, \text{ maka } X_2 = 240/0.75 = 320$$

$$\text{untuk } X_2 = 0, \text{ maka } X_1 = 240/1 = 240$$

$$\text{Kendala 3 : } 0X_1 + X_2 = 180, \text{ sehingga } X_2 = 180 \text{ dan } X_1 = 0$$

c. Membuat Peta Berdasarkan Nilai Ekstrem Fungsi Kendala



Gambar 3.1 Grafik Kasus Maksimisasi Laba

d. Menentukan Daerah yang Layak

Daerah yang layak tersebut diarsir, kemudian setiap titik yang ada pada daerah layak diidentifikasi dan pada gambar di atas, titik dimaksud adalah "a, b, c, d dan e".

e. Menghitung Nilai Kontribusi pada Setiap Titik Alternatif

Titik a

Titik ini berada pada pusat diagram dan pada waktu produksi belum dilangsungkan, sehingga X_1 dan X_2 masing-masing = 0

Untuk X_1 dan X_2 masing-masing = 0, maka

$$Z = 20.000(0) + 30.000(0) = 0$$

Titik b

Untuk titik b, $X_2 = 180$ dan $X_1 = 0$

$$Z = 20.000(0) + 30.000(180) = \text{Rp}5.400.000$$

Titik c

Titik c adalah perpotongan antara garis kendala 3 dan garis kendala 1 sehingga:

$$X_1 + 2X_2 = 400 \text{ (Kendala 1)}$$

$$0X_1 + X_2 = 180 \text{ (Kendala 3)}$$

Untuk $X_2 = 180$, maka $X_1 + 2(180) = 400$

Sehingga $X_1 = 400 - 2(180) = 40$

$Z = 20.000(40) + 30.000(180) = \mathbf{Rp6.200.000}$

Titik d

Titik d adalah perpotongan antara garis kendala 1 dan garis kendala 2 yaitu:

$$X_1 + 2X_2 = 400$$

$$X_2 + 0.75X_2 = 240 \quad (-)$$

$$1.25X_2 = 160 \text{ sehingga } X_2 = 160/1.25 = 128$$

$$X_1 + 2(128) = 400 \text{ sehingga } X_1 = 144$$

$Z = 20.000(144) + 30.000(128) = \mathbf{Rp6.720.000}$

Titik e

Pada titik e, $X_1 = 240$ dan $X_2 = 0$

$Z = 20.000(240) + 30.000(0) = \mathbf{Rp4.800.000}$

f. Mengambil Keputusan

Pada fase pengambilan keputusan ini, pembuat keputusan melakukan pemilihan terhadap nilai setiap titik alternatif keputusan. Nilai yang memenuhi syarat ialah alternatif dengan hasil (kontribusi) yang paling besar. Dalam hal ini ialah yang terdapat pada **Titik d** dengan kontribusi sebesar **Rp6.720.000**.

Kombinasi keluaran pada hasil optimum tersebut adalah:

$X_1 = 144$, dan $X_2 = 128$ unit

Setelah mendapatkan hasil optimum tersebut, biasanya dilanjutkan dengan uji pasca-optimal, baik dengan memasukkan nilai X_1 ke fungsi kendala, maupun dengan membuat/mencari *isoprofit lines*. Dengan memasukkan nilai X_1 dan X_2 ke fungsi kendala, diperoleh sebagai berikut.

Kendala 1 : $144 + 2(128) = 400$ (memenuhi syarat, tidak ada sisa sumber daya)

Kendala 2 : $144 + 0.75(128) = 240$ (memenuhi syarat, tidak ada sisa sumber daya).

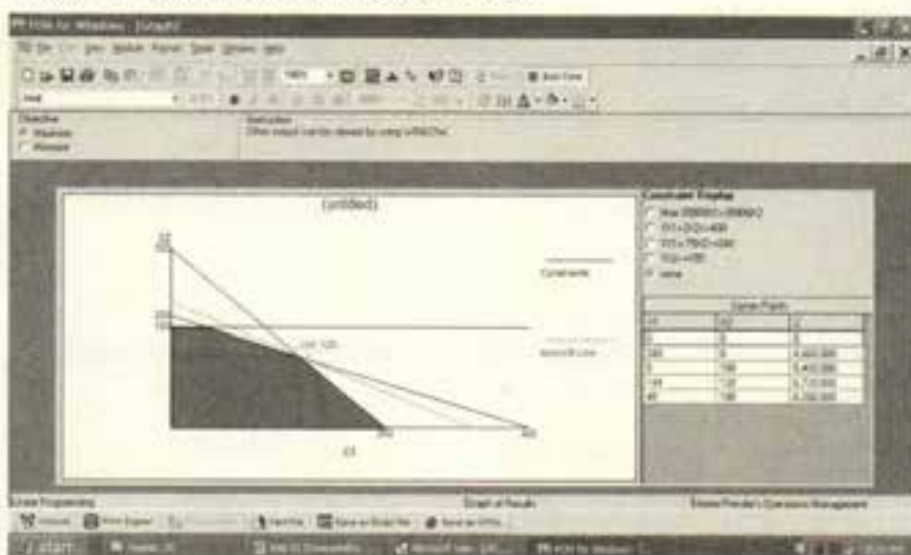
Kendala 3 : $0(144) + 128 < 180$ (memenuhi syarat, tetapi ada sisa sumber daya).

Dari hasil pengujian diketahui bahwa kendala 1 (unit pemotongan dan penghalusan), serta kendala 2 (perakitan dan pemasangan atribut) adalah

sumber daya langka, karena tidak ada sisa sediaan sumber daya untuk mencapai hasil yang optimal. Sebaliknya, kendala 3 bukan sumber daya langka karena ada sisa sediaan sumber daya, yaitu sebesar 52 unit.

Untuk keperluan pengendalian proses produksi maka terhadap sumber daya langka harus dilakukan pengawasan yang ketat karena tidak dimungkinkan adanya penyimpangan. Untuk kendala 3 (unit pemasangan formika), justru harus dicarikan alternatif penggunaan lainnya selain melayani pengerjaan kursi tamu. Jika sisa kapasitas tidak dipergunakan maka akan terjadi pemborosan sumber daya.

Pemecahan dengan menggunakan perangkat lunak POM-QM for Windows menghasilkan hasil sebagai berikut.



Gambar 3.2 Tampilan Pemecahan Menggunakan POM-QM

Hasil yang diperoleh sama dengan yang diperoleh melalui operasi manual. Sebagai perbandingan, di bawah ini dikemukakan tampilan pemecahan kasus dengan memakai perangkat lunak Excel OM.

Baik dengan memakai metode manual, memakai perangkat lunak POM-QM for Windows maupun memakai Excel OM diperoleh hasil optimum yang sama, yaitu sebagai berikut.

- Produk kursi tamu tipe X_1 sebanyak 144 unit.
- Produk kursi tamu tipe X_2 sebanyak 128 unit.

- c. Kontribusi maksimum sebesar Rp6.720.000.
- d. Status sumber daya (kendala) juga menunjukkan hasil yang sama, yaitu kendala 1 (pemotongan dan penghalusan), kendala 2 (perakitan dan pemasangan atribut) merupakan sumber daya langka, sedang kendala 3 (pemasangan formika) merupakan sumber daya yang tidak langka, karena memiliki kelebihan kapasitas 52 unit.



Gambar 3.3 Tampilan Pemecahan dengan Excel OM

Guna memastikan keakurasian hasil pemecahan maka dilakukan uji pasca-optimal. Hal ini dilakukan dengan memetakan *isoprofit lines*, dan pemetaan tersebut dilakukan dengan memasukkan nilai kontribusi setiap titik ke dalam fungsi tujuan, kemudian dicari nilai X_1 dan X_2 .

Titik a dapat diabaikan, karena berada pada titik pusat diagram.

Titik b:

$$Z = 5.400.000 = 20.000X_1 + 30.000X_2$$

$$\text{Untuk } X_1 = 0, \text{ maka } X_2 = 5.400.000/30.000 = 180$$

$$\text{Untuk } X_2 = 0, \text{ maka } X_1 = 5.400.000/20.000 = 270$$

$$\text{Isoprofit line } (X_1, X_2) = (270, 180)$$

Titik c

$$Z = 6.200.000 = 20.000X_1 + 30.000X_2$$

$$\text{Untuk } X_1 = 0, \text{ maka } X_2 = 6.200.000/30.000 = 206.67$$

$$\text{Untuk } X_2 = 0, \text{ maka } X_1 = 6.200.000/20.000 = 310$$

$$\text{Isoprofit line } (X_1, X_2) = (310; 206.67)$$

Titik d

$$Z = 6.720.000 = 20.000X_1 + 30.000X_2$$

$$\text{Untuk } X_1 = 0, \text{ maka } X_2 = 6.720.000/30.000 = 224$$

$$\text{Untuk } X_2 = 0, \text{ maka } X_1 = 6.720.000/20.000 = 336$$

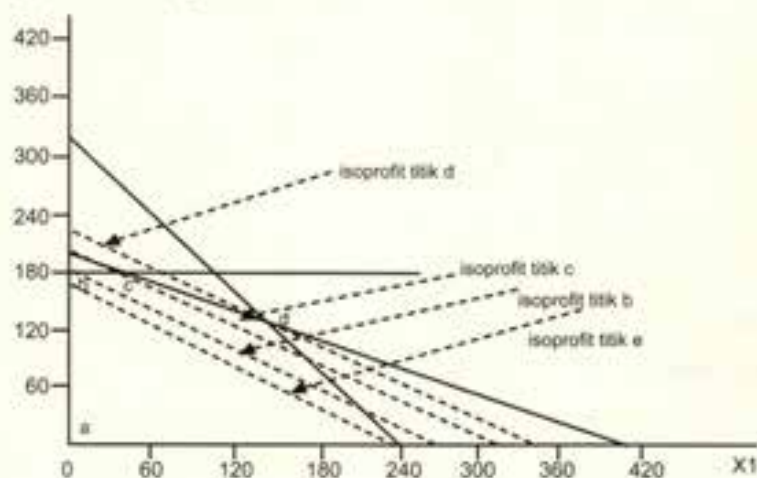
$$\text{Isoprofit line } (X_1, X_2) = (336; 224)$$

Titik e

$$Z = 4.800.000 = 20.000X_1 + 30.000X_2$$

$$\text{Untuk } X_1 = 0, \text{ maka } X_2 = 4.800.000/30.000 = 160$$

$$\text{Untuk } X_2 = 0, \text{ maka } X_1 = 4.800.000/20.000 = 240$$



Gambar 3.4 Grafik Isoprofit Kasus Program Maksimisasi

Gambar 3.4 diperoleh dengan memetakan nilai-nilai *isoprofit lines* tersebut di atas ke dalam diagram. Dari gambar di atas terlihat bahwa *isoprofit line* terluar ialah yang melalui titik d dan karena itu, titik d merupakan lokus kombinasi keluaran yang memberikan kontribusi maksimum. Hasil itu dapat dibandingkan dengan pemecahan yang memakai POM-QM di atas.

2. Program Minimisasi

Pada program minimisasi, perusahaan atau organisasi telah mengalokasikan anggaran biaya tertentu dan harus didayagunakan sedemikian rupa sehingga menghasilkan keluaran semaksimal mungkin. Dihubungkan dengan *isoproduct curve*, berarti telah tersedia *budget line* tertentu dan keadaan optimal dicapai pada kurva isoproduk paling kanan yang dapat dicapai *budget line* dimaksud.

Dengan keharusan mencapai *isoproduct curve* terluar tersebut, menyebabkan daerah layak pada grafik program minimisasi ialah berada di titik terluar dari diagram yang bersangkutan. Hal itu diindikasikan oleh tanda sistem pertidaksamaan fungsi kendala minimisasi sebagai \geq .

Contoh aplikasi misalnya, sebuah perusahaan peternakan ayam ras menggunakan dua macam pakan yang dicampur menjadi satu adonan, yaitu X_1 dan X_2 . Harga satuan setiap pakan per kg adalah masing-masing Rp290 dan Rp400. Kendala produksi adalah sebagai berikut.

Tabel 3.2 Pemakaian dan Sediaan Sumber Daya untuk Minimisasi

Jenis Unsur Hara	Pakan I (X_1)	Pakan II (X_2)	Persyaratan (k.kal)
Protein	2 unit	3 unit	65
Kalsium	4 unit	2 unit	70

Diminta:

Tentukanlah kombinasi X_1 dan X_2 pada biaya yang minimum. Dan berapakah biaya minimum tersebut? Evaluasi dengan menggunakan grafik.

Pemecahan:

Langkah pertama:

Lebih dahulu disusun fungsi tujuan dan fungsi kendala minimisasi.

Fungsi tujuan:

Minimumkan $C = \text{Rp}290X_1 + \text{Rp}400X_2$

Dengan kendala:

Kendala protein : $2X_1 + 3X_2 \geq 65$

Kendala kalsium $4X_1 + 2X_2 \geq 70$

Dengan syarat ikatan: $X_1, X_2 \geq 0$

Langkah kedua:

Cari nilai ekstrem setiap fungsi kendala.

Kendala 1. $2X_1 + 3X_2 = 65$; untuk $X_1 = 0$, maka $X_2 = 65/3 = 21.67$

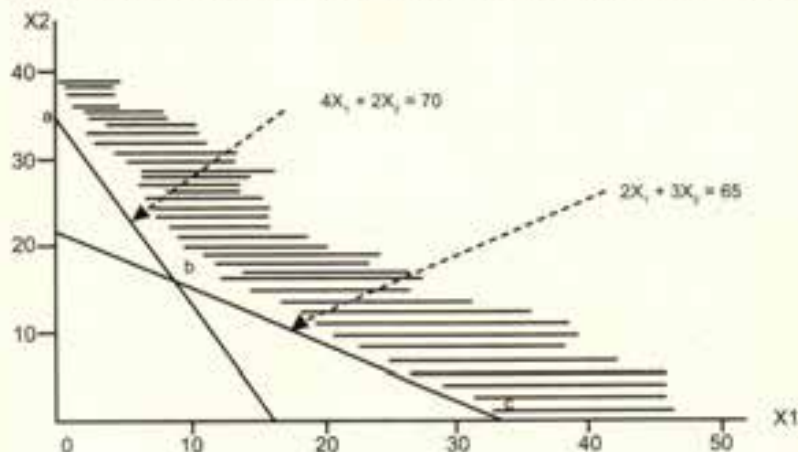
untuk $X_2 = 0$, maka $X_1 = 65/2 = 32.5$

Kendala 2. $4X_1 + 2X_2 = 70$; untuk $X_1 = 0$, maka $X_2 = 70/2 = 35$

untuk $X_2 = 0$, maka $X_1 = 70/4 = 17.5$

Langkah ketiga:

Petakan fungsi kendala ke diagram yang sudah disiapkan, kemudian nyatakan daerah keputusan yang layak. Hasil pemetaan disajikan dalam Gambar 3.5.



Gambar 3.5 Grafik Pemecahan Kasus Minimisasi Biaya

Langkah keempat:

Hitunglah biaya pada setiap titik (alternatif) yang ada pada daerah layak tersebut.

Titik a

Pada titik a, $X_2 = 35$ dan $X_1 = 0$

$$C = 290(0) + 400(35) = \text{Rp}14.000$$

Titik b

Ada perpotongan antara garis kendala ke 1 dan garis kendala 2 sehingga:

$$2X_1 + 3X_2 = 65 \text{ (dikali 2)} \quad 4X_1 + 6X_2 = 230$$

$$4X_1 + 2X_2 = 70 \text{ (dikali 1)} \quad \underline{4X_1 + 2X_2 = 70 \quad (-)}$$

$$4X_2 = 60 \text{ sehingga } X_2 = 15$$

Untuk $X_2 = 15$, maka $2X_1 + 3(15) = 65$

$$X_1 = (65 - 45)/2 = 10$$

$$C = 290(10) + 400(15) = \text{Rp}8.900$$

Titik c

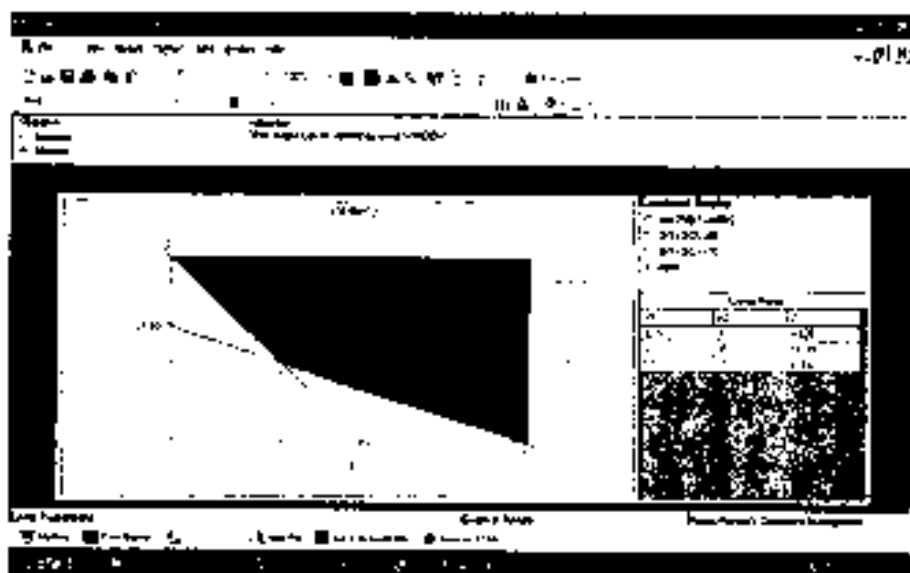
Pada titik c, $X_1 = 32,5$ dan $X_2 = 0$

$$C = 290(32,5) + 400(0) = \text{Rp}9.425$$

Langkah kelima:

Membuat keputusan, yaitu memilih alternatif dengan biaya paling minimum. Di antara ketiga alternatif (a, b, dan c), biaya terendah dicapai pada titik b, yaitu Rp8.900. Pada biaya minimum tersebut, kombinasi Pakan I dan Pakan II, atau X_1 dan X_2 , masing-masing 10 dan 15 unit.

Pemecahan dengan menggunakan perangkat lunak POM-QM for Windows disajikan pada Gambar 3.6



Gambar 3.6 Tampilan Pemecahan Masalah Biaya dengan POM-QM

Tampilan di atas menunjukkan bahwa hasil optimal yang diperoleh, baik dengan perangkat lunak POM-QM for Windows maupun dengan perangkat lunak Excel OM adalah sama dengan yang didapatkan dengan cara manual. Hasil optimum dimaksud adalah sebagai berikut

- Pakan I (X_1) sebanyak 10 unit.
- Pakan II (X_2) sebanyak 15 unit.
- Biaya minimum Rp8.900.
- Kendala 1 dan 2 adalah sumber daya langka karena tidak memiliki surplus.

Jadi, untuk mendapatkan pakan yang memenuhi syarat nutrisi maka 10 unit pakan I dicampur dengan 15 unit pakan II. Dari hasil campuran dimaksud akan diperoleh biaya yang minimum.



Gambar 3.7 Tampilan Pemecahan dengan Memakai Excel-OM

3. *Post-Optimal-Test* (Uji Pasca-Optimal)

Seperti pada program maksimisasi, uji pasca-optimal dilakukan dengan memasukkan nilai optimum ke fungsi kendala, guna mengetahui kendala mana yang merupakan sumber daya langka dan mana yang bukan.

Untuk kendala ke-1 : $2(10) + 3(15) = 65$

Untuk kendala ke-2 : $4(10) + 2(15) = 70$

Ternyata keduanya memenuhi syarat dan tidak mempunyai kelebihan pada nilai sisi kanan, dan karena itu kedua kendala minimisasi adalah sumber daya langka (*scarcity resources*). *Isocost lines* dari program minimisasi biaya di atas adalah sebagai berikut.

Titik a

$$C = 14.000 = 290X_1 + 400X_2$$

$$\text{Untuk } X_2 = 0, \text{ maka } X_1 = 14.000/400 = 35$$

$$\text{Untuk } X_1 = 0, \text{ maka } X_2 = 14.000/290 = 48,28$$

Titik b

$$C = 8.900 = 290X_1 + 400X_2$$

$$\text{Untuk } X_1 = 0, \text{ maka } X_2 = 8.900/400 = 22,25$$

$$\text{Untuk } X_2 = 0, \text{ maka } X_1 = 8.900/290 = 30,69$$

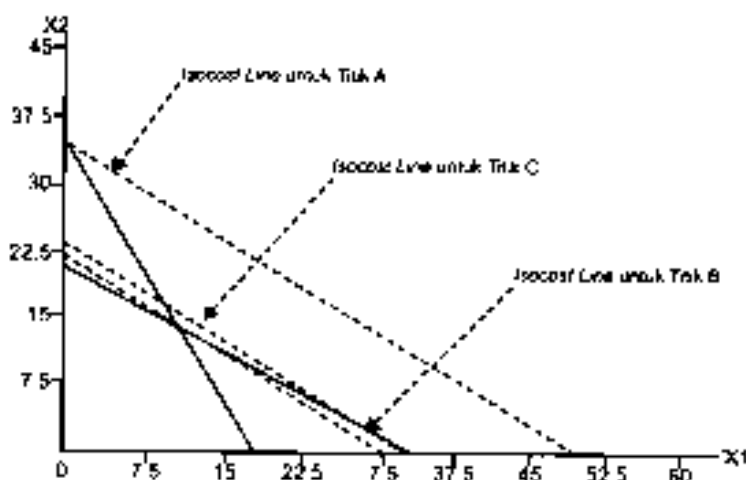
Titik c

$$C = 9.425 = 290X_1 + 400X_2$$

$$\text{Untuk } X_1 = 0, \text{ maka } X_2 = 9.425/400 = 23,56$$

$$\text{Untuk } X_2 = 0, \text{ maka } X_1 = 9.425/290 = 32,5$$

Isocost curves dimaksud disajikan dalam grafik berikut.



Gambar 3.8 Grafik Isocost Line Program Minimisasi Biaya

Dari grafik di atas, ternyata isocost curve untuk titik alternatif b terletak paling kiri dan menyinggung titik b tersebut. Hal ini berarti, untuk menghasilkan pakan (produk) yang dibutuhkan, akan memiliki konsekuensi biaya paling murah pada titik b. Karena itu pula, titik b disebut titik kombinasi keluarga yang optimal.

Contoh:

Sebuah mesin menggunakan bahan bakar campuran, yaitu minyak tanah (kerosin), dalam hal ini X_1 , dicampur dengan solar (HSD) dalam hal ini X_2 . Hasil campuran sebagai berikut.

$$X_1 + X_2 = 40$$

$$X_1 \leq 12$$

$$X_2 \geq 10; \text{ dengan syarat ikatan } X_1, X_2 > 0$$

Diminta:

Minimumkan biaya campuran, jika harga satuan X_1 per liter = Rp80 dan X_2 per liter = Rp150

Pemecahan:

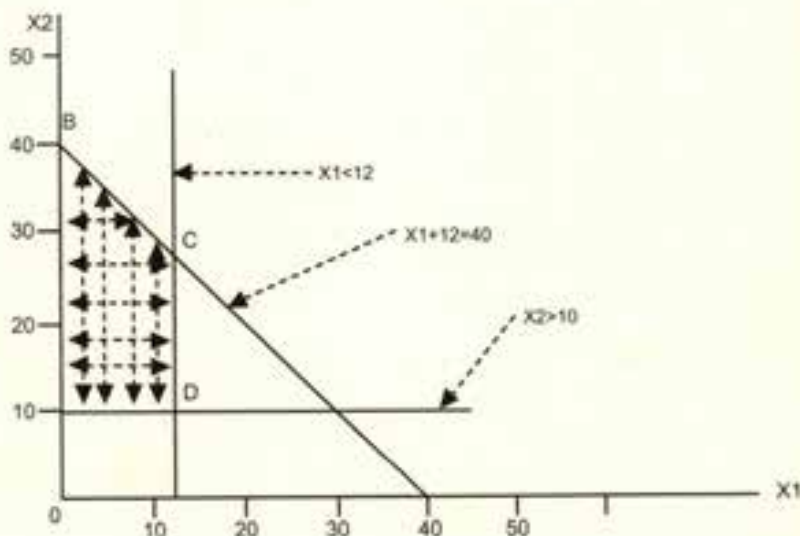
Langkah pemecahan pada dasarnya sama. Perbedaan dijumpai pada tanda dari sistem kendala.

Nilai ekstrem setiap fungsi kendala adalah sebagai berikut.

Kendala-1 : Jika $X_1 = 0$, maka $X_2 = 40$ dan jika $X_2 = 0$, maka $X_1 = 40$.

Kendala-2 : $X_1 = 12$ dan $X_2 = 0$

Kendala-3 : $X_2 = 10$ dan $X_1 = 0$



Gambar 3.9 Grafik Pemecahan Kasus Minimisasi Biaya

Berdasarkan Gambar 3.9 diketahui bahwa daerah layak untuk dipertimbangkan ialah pada insan yang diarsir dan dibatasi dengan huruf 'a, b, c, dan d'

Titik a

$$X_2 = 10 \text{ dan } X_1 = 0$$

$$C = 0(80) + 10(150) = \text{Rp}1.500$$

Titik b

$$X_2 = 40 \text{ dan } X_1 = 0; \text{ sehingga } C = 0(80) + 40(150) = \text{Rp}6.000$$

Titik c

$$X_1 + X_2 = 40$$

$$X_2 = 12 \text{ sehingga } X_1 = 40 - 12 = 28$$

$$C = 12(80) + 28(150) = \text{Rp}5.160$$

Titik d

$$X_1 = 12 \text{ dan } X_2 = 10$$

$$C = 12(80) + 10(150) = \text{Rp}2.460$$

Oleh karena adanya pembatasan $X_1 + X_2 = 40$ maka terlebih dahulu harus diperhatikan, mana dari empat alternatif itu yang memenuhi syarat.

Untuk titik a, $X_1 + X_2 = 0 + 10$ (tidak memenuhi syarat)

Titik b, $X_1 + X_2 = 0 + 40 = 40$ (memenuhi syarat)

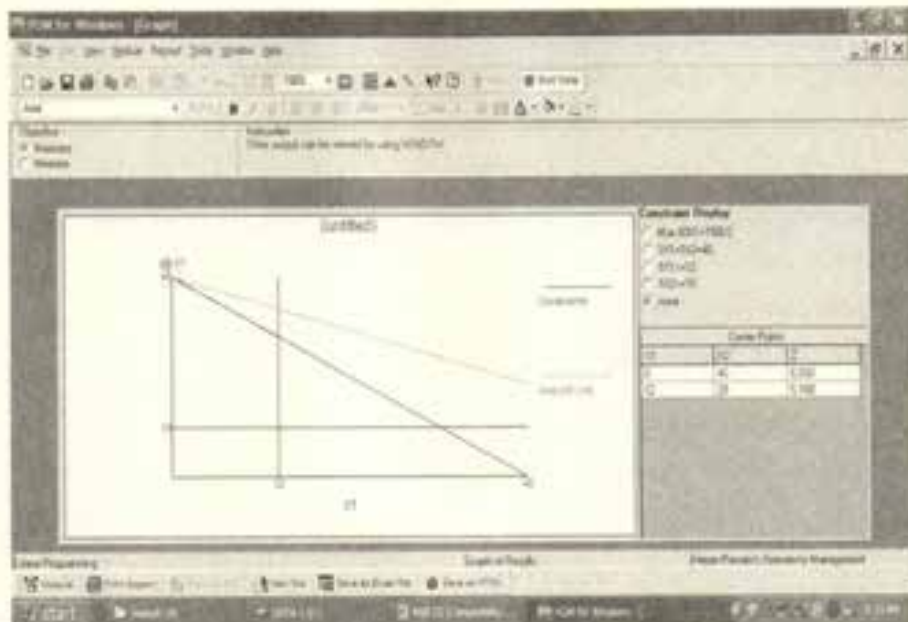
Titik c, $X_1 + X_2 = 12 + 28 = 40$ (memenuhi syarat)

Titik d, $X_1 + X_2 = 12 + 10 = 22$ (tidak memenuhi syarat)

Sehubungan dengan itu, pilihan hanya pada Titik b dan Titik c

Ternyata, biaya minimum diperoleh pada Titik c, yaitu $X_1 = 12$ liter dan $X_2 = 28$ liter. Biaya total Rp5.160. Dengan campuran itu seluruhnya menghasilkan 40 liter, sesuai dengan kendala ke-1

Tampilan dalam Gambar 3.10 (lihat halaman 50) menyajikan hasil yang sama dengan pemecahan serara manual, yaitu: $X_1 = 12$ dan $X_2 = 28$. Biaya minimum = Rp5.160.



Gambar 3.10 Pemecahan dengan Menggunakan POM-QM

B. PEMECAHAN DENGAN METODE SIMPLEKS

Lebih dahulu akan diketengahkan konstruksi dari tabel analisis yang ada pada metode simpleks dimaksud. Bentuk umumnya terdapat pada Tabel 3.3. Untuk contoh yang mudah, peubah keputusan tiga buah, yaitu X_1 , X_2 dan X_3 . Kendala juga sebanyak tiga buah dan dimulai pada program maksimisasi.

Tabel 3.3 Bentuk Umum Tabel Analisis Program Maksimisasi

C_j	Mix		a_1	a_2	a_3	0	0	0
		Q	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3
0	S_1	b_1	c_{11}	c_{12}	c_{13}	1	0	0
0	S_2	b_2	c_{21}	c_{22}	c_{23}	0	1	0
0	S_3	b_3	c_{31}	c_{32}	c_{33}	0	0	1
Z_1								
$Z_1 - C_1$								

Legenda:

Fungsi tujuan adalah:

$$\text{Maksimumkan } Z = a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

Dengan kendala:

$$c_{11}X_1 + c_{12}X_2 + c_{13}X_3 + 1S_1 + 0S_2 + 0S_3 = b_1$$

$$c_{21}X_1 + c_{22}X_2 + c_{23}X_3 + 0S_1 + 1S_2 + 0S_3 = b_2$$

$$c_{31}X_1 + c_{32}X_2 + c_{33}X_3 + 0S_1 + 0S_2 + 1S_3 = b_3$$

C_j = Kontribusi unit dari fungsi tujuan, yaitu a untuk variabel keputusan dan 0 untuk variabel slack S_j

c_j = Koefisien fungsi kendala

Z_j = Kontribusi pada setiap proses iterasi

Tabel terdiri atas bagian-bagian penting sebagai berikut.

1. Kepala tabel, dibagi atas dua bagian. Bagian atas kepala tabel dipakai sebagai tempat menuliskan kontribusi unit (C_j) fungsi tujuan (karena itu disebut juga *objective row*), sedangkan bagian bawah kepala tabel dipakai sebagai tempat menuliskan semua nama peubah keputusan X_j dan peubah *dummy* S_j (karena itu disebut juga *variable row*). Kepala tabel ini dibagi atas beberapa kolom, yaitu : C_j (untuk kontribusi unit fase iterasi), kolom *product mix* (sesuai bauran setiap proses iterasi), kolom Q (nilai sisi kanan, b_j fungsi kendala), kolom peubah keputusan (disesuaikan dengan jumlah peubah menurut fungsi tujuan), serta kolom peubah *dummy* S_j (disesuaikan dengan jumlah baris kendala).
2. Badan tabel, disebut juga *problem rows*, yaitu tempat menuliskan koefisien fungsi kendala dan koefisien peubah *dummy* S_j selanjutnya, juga tempat mencatat hasil proses iterasi mulai tahapan pertama sampai tahap optimal.
3. Kaki tabel, terbagi atas dua baris, yaitu baris Z_j dan baris $Z_j - C_j$. Baris Z_j disebut juga *index row* adalah baris tempat mencatat hasil perkalian vektor C_j dengan vektor kolom yang ada dalam badan tabel. Baris $Z_j - C_j$ adalah baris tempat mencatat hasil pengurangan baris Z_j dengan koefisien fungsi tujuan yang ada pada bagian atas kepala tabel dan baris ini juga disebut *identity row* (baris identitas). Disebut demikian karena baris ini menjadi landasan untuk menentukan berikut ini.
 - a. Kolom kunci (*key column*).
 - b. Tahap optimal analisis (dalam maksimisasi, jika semua tanda dari angka hasil kurang $Z_j - C_j$ sudah positif seluruhnya).

Selanjutnya, untuk program minimisasi, bentuk umum tabel analisis disajikan dalam Tabel 3.4. Bisa dianggap, peubah keputusan tiga buah dan baris fungsi kendala juga tiga buah.

Fungsi tujuan:

$$\text{Minimumkan } C = -a_1X_1 - a_2X_2 - a_3X_3 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 - MA_1 - MA_2 - MA_3$$

Dengan kendala:

$$c_{11}X_1 + c_{12}X_2 + c_{13}X_3 + 1S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 1A_1 + 0A_2 + 0A_3 = b_1$$

$$c_{21}X_1 + c_{22}X_2 + c_{23}X_3 + 0S_1 + 1S_2 + 0S_3 + 0A_1 + 1A_2 + 0A_3 = b_2$$

$$c_{31}X_1 + c_{32}X_2 + c_{33}X_3 + 0S_1 + 0S_2 + 1S_3 + 0A_1 + 0A_2 + 1A_3 = b_3$$

dengan syarat ikatan : $X_j \geq 0$

Tabel 3.4 Bentuk Umum Tabel Analisis Minimisasi Biaya

Cj	Mix	Q	-a ₁	-a ₂	-a ₃	0	0	0	-M	-M	-M
			X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	A ₁	A ₂	A ₃
0	A ₁	b ₁	c ₁₁	c ₁₂	c ₁₃	-1	0	0	1	0	0
0	A ₂	b ₂	c ₂₁	c ₂₂	c ₂₃	0	-1	0	0	1	0
0	A ₃	b ₃	c ₃₁	c ₃₂	c ₃₃	0	0	-1	0	0	1
Z											
Z ₁ - C ₁											

Koefisien fungsi tujuan memiliki tanda matematik yang sebaliknya dari program maksimisasi dan ditambah tiga variabel artifisial A_j. Hal ini berpengaruh pada jumlah kolom program minimisasi, yaitu masih harus ditambah sebanyak jumlah baris kendala. Pada contoh di atas, dianggap kasus terdiri atas tiga peubah keputusan dan tiga baris kendala. Selanjutnya, koefisien variabel surplus S_j seperti terlihat pada badan tabel, juga memiliki tanda matematik yang sebaliknya, yaitu pada program maksimisasi variabel slack bertanda positif (+) sedangkan pada program minimisasi bertanda negatif (-).

Proses pada tahapan optimal jika koefisien semua peubah sudah bertanda negatif (-). Pada program minimisasi, peubah artifisial A_j diberi koefisien M, suatu angka yang sama atau lebih besar daripada yang dipikirkan. Lambang bilangan M ini dapat diganti dengan bilangan sembarang yang memadai besarnya, misalnya 1.000 atau 10.000.

1. Pemecahan Kasus Maksimisasi

Misalnya, untuk contoh terdahulu yang telah diselesaikan dengan metode grafik, ingin diselesaikan dengan metode simpleks, yaitu sebagai berikut.

$$\text{Maksimumkan } Z = 20.000X_1 + 30.000X_2$$

$$\text{Dengan kendala : } X_1 + 2X_2 \leq 400$$

$$X_1 + 0.75X_2 \leq 240$$

$$0X_1 + X_2 \leq 180$$

$$\text{Dengan syarat ikatan } X_i \geq 0$$

Pemecahan:

Langkah pertama:

Lebih dahulu disusun fungsi tujuan dan fungsi kendala yang sesuai dengan kebutuhan analisis dengan metode simpleks.

Fungsi tujuan:

$$\text{Maksimumkan } Z = 20.000X_1 + 30.000X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

Dengan kendala:

$$X_1 + 2X_2 + 1S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 400$$

$$X_1 + 0.75X_2 + 0S_1 + 1S_2 + 0S_3 = 240$$

$$0X_1 + X_2 + S_1 + 0S_2 + 1S_3 = 180$$

Langkah kedua:

Buat tabel analisis simpleks seperti yang telah dikemukakan di atas, kemudian masukkan fungsi tujuan kendala ke tabel yang bersangkutan secara beres-tesuaian.

Tabel 3.5a Tabel Pertama Pemecahan Maksimisasi Kontribusi

C_i	Mix	Q	20.000	30.000	0	0	0	Rasio
			X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	
0	S_1	400	1	2	1	0	0	200
0	S_2	240	1	0.75	0	1	0	320
0	S_3	180	0	1	0	0	1	180
Z_j		0	0	0	0	0	0	
$Z_j - C_j$			-20.000	-30.000	0	0	0	

Setelah memasukkan fungsi tujuan dan fungsi kendala ke tabel analisis maka cari nilai baris Z_j pada kaki tabel, kemudian nilai $Z_j - C_j$. Nilai baris Z_j diperoleh melalui operasi perkalian *transpose* vector kolom C_j dengan vector kolom yang ada di sebelah kanannya, mulai kolom Q sampai dengan kolom S_n .

$$\text{Untuk Kolom Q ; } (0 \ 0 \ 0) \begin{bmatrix} 400 \\ 240 \\ 180 \end{bmatrix} = 0(400) + 0(240) + 0(180) = 0$$

$$\text{Untuk Kolom } X_1 ; (0 \ 0 \ 0) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 0(1) + 0(1) + 0(0) = 0$$

$$\text{Untuk Kolom } X_2 ; (0 \ 0 \ 0) \begin{bmatrix} 2 \\ 0.75 \\ 1 \end{bmatrix} = 0(2) + 0(0.75) + 0(1) = 0$$

Demikian seterusnya sampai kolom S_n . Oleh karena vector C_j adalah vector nol maka semua hasil kali juga adalah 0. Nilai hasil kali kemudian secara bersesuaian dipindahkan ke baris Z_j . Selanjutnya, nilai baris $Z_j - C_j$ diperoleh dengan cara mengurangkan nilai baris Z_j dengan nilai C_j yang ada di bagian atas kepala tabel secara bersesuaian.

$$\text{Untuk kolom } X_1 ; Z_j - C_j = 0 - 20.000 = -20.000$$

$$\text{Untuk kolom } X_2 ; Z_j - C_j = 0 - 30.000 = -30.000$$

$$\text{Untuk kolom } S_1 ; Z_j - C_j = 0 - 0 = 0$$

$$\text{Untuk kolom } S_2 ; Z_j - C_j = 0 - 0 = 0$$

$$\text{Untuk kolom } S_3 ; Z_j - C_j = 0 - 0 = 0$$

Dari baris identitas $Z_j - C_j$ tersebut kemudian dipilih kolom yang memiliki tanda (-) dengan nilai mutlak terbesar. Pada contoh tersebut ialah -30.000 pada kolom X_2 . Dalam hal ini kolom X_2 disebut kolom kunci atau *key column*, yaitu kolom dengan nilai $Z_j - C_j$ yang memiliki unsur bertanda (-) dengan nilai mutlak terbesar.

Operasi selanjutnya ialah mencari nilai rasio, yaitu hasil bagi antara unsur kolom Q dengan unsur kolom kunci secara bersesuaian, yaitu sebagai berikut.

Untuk baris $S_2 = 400 : 2 = 200$

Untuk baris $S_2 = 240 : 0.75 = 320$

Untuk baris $S_3 = 180 : 1 = 180$

Selanjutnya dipilih hasil bagi (rasio) terkecil, dalam hal ini adalah 180 pada baris S_3 dan baris S_3 tersebut dinamakan baris kunci (*key row*), yaitu baris dengan hasil bagi antara nilai sisi kanan Q dengan koefisien pada kolom kunci secara bersesuaian yang nilainya terkecil.

Baris kunci ini merupakan baris yang dipindahkan pertama ke tabel analisis berikutnya (Tabel 3.5b) (lihat halaman 56) dengan terlebih dahulu melakukan penggantian lambang baris kunci S_3 dengan lambang kolom kunci X_2 . Unsur (koefisien) pada tabel analisis berikutnya dapat diperoleh melalui dua cara operasi, yaitu : (a) proses penggantian melalui operasi kolom, dan (b) proses penggantian melalui operasi baris. Pada tahap pertama, nilai koefisien dimaksud akan dicari melalui operasi kolom.

a. Proses Iterasi Melalui Operasi Kolom

Dengan mengganti S_3 (baris kunci) dengan X_2 (kolom kunci) maka vektor

kolom pada kolom *mix* berubah dari $\begin{bmatrix} S1 \\ S2 \\ S3 \end{bmatrix}$ menjadi $\begin{bmatrix} S1 \\ S2 \\ X2 \end{bmatrix}$

Setiap bauran pada kolom *mix* tersebut akan menghasilkan matriks identitas sehingga diperoleh:

$$\begin{bmatrix} S1 \\ S2 \\ X2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ dan koefisien dimaksud dipindahkan secara ber-}$$

sesuaian ke tabel analisis kedua (Tabel 3.5b).

Sesudah itu dicari nilai kolom lainnya, dalam hal ini kolom Q, kolom X_2 dan kolom S_3 yang baru. Dari kolom yang mengganti, dicari nilai kolom yang digantikan, dalam hal ini dari kolom X_2 dicari nilai kolom S_3 .

Nilai kolom X_2 (sebelum diganti) adalah sebagai berikut.

$$X_2 = 2S_1 + 0.75S_2 + 1S_3 \text{ (lihat nilai kolom kunci, Tabel 3.5a)}$$

$1S_3 = X_2 - 2S_1 - 0.75S_2$ (nilai kolom yang baru, hasil iterasi dari persamaan di atas).

Berdasarkan nilai kolom S_3 ini, dicari nilai kolom Q dan kolom X_1 , yang untuk S_3 telah diperoleh pada proses di atas.

$$\begin{aligned} \text{Kolom Q} &= 400S_1 + 240S_2 + 180S_3; \text{ (nilai pada Tabel 3.5a)} \\ &= 400S_1 + 240S_2 + 180(-2S_1 - 0.75S_2 + 1X_2) \\ &= 400S_1 - 360S_2 + 240S_2 - 135S_2 + 180X_2 \\ &= 40S_1 + 105S_2 + 180X_2 \end{aligned}$$

Dari operasi itu, sudah didapatkan nilai untuk kolom Q, yaitu sesuai dengan nilai parameter persamaan dimaksud di atas (40, 105, 180).

$$\begin{aligned} \text{Kolom } X_1 &= 1S_1 + 1S_2 + 0S_3 \\ &= 1S_1 + 1S_2 + 0(-2S_1 - 0.75S_2 + 1X_2) \\ &= 1S_1 - 0S_1 + 1S_2 - 0S_2 + 0X_2 \\ &= 1S_1 + 1S_2 + 0X_2 \end{aligned}$$

Dengan demikian, semua kolom sudah diperoleh nilainya, dan selanjutnya kita pindahkan ke Tabel 3.5b.

Langkah ketiga:

Buat tabel analisis kedua yang bentuknya sama dengan yang pertama, kemudian pindahkan secara bersesuaian nilai-nilai koefisien setiap kolom yang telah diperoleh ke tabel analisis kedua, yaitu Tabel 3.5b. Hasilnya sebagai berikut.

Tabel 3.5b Tabel Kedua Pemecahan Maksimisasi Kontribusi

C _j	Mix	Q	20.000	30.000	0	0	0	Rasio
			X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃	
0	S ₁	40	1	0	1	0	-2	40
0	S ₂	105	1	0	0	1	-0.75	105
30.000	X ₂	180	0	1	0	0	1	∞
Z _j		5.400.000	0	30.000	0	0	30.000	
Z _j - C _j			-20.000	0	0	0	30.000	

Dengan operasi yang sama tersebut di muka dicari nilai baris indeks Z_j, selanjutnya nilai baris identitas Z_j - C_j. Dari baris identitas Z_j - C_j diperoleh bahwa kolom dengan unsur yang bertanda negatif, yaitu -20.000 pada kolom X₁. Dengan demikian kolom X₁ adalah kolom kunci.

Selanjutnya, unsur kolom Q dibagi dengan unsur kolom kunci untuk mendapatkan nilai kolom rasio berikut ini.

$$\text{Baris } S_1 = 40 : 1 = 40$$

$$\text{Baris } S_2 = 105 : 1 = 105, \text{ dan}$$

$$\text{Baris } X_2 = 180 : 0 = \infty$$

Rasio terkecil ialah 40 (baris S_1) sehingga baris S_1 adalah baris kunci. Sejalan dengan proses operasi di muka, lambang baris kunci, S_1 diganti dengan lambang kolom kunci X_1 dan diperoleh vektor kolom *mix* yang baru sebagai berikut.

$$\text{Vektor kolom } \textit{mix} \text{ yang lama } \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ X_2 \end{bmatrix} \text{ menjadi } \begin{bmatrix} X_1 \\ S_2 \\ X_2 \end{bmatrix}$$

Dengan demikian diperoleh matriks identitas yang baru sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ S_2 \\ X_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks identitas yang baru tersebut kemudian dipindahkan ke tabel analisis ketiga, yaitu Tabel 3.5c. Dari nilai kolom yang mengganti (yaitu kolom X_1), dicari nilai kolom yang diganti (yaitu kolom S_1).

Kolom $X_1 = 1S_1 + 1S_2 + 0X_2$; (lihat kolom kunci pada Tabel 3.5b). Kolom S_1 yang baru diperoleh dari iterasi nilai kolom X_1 sehingga diperoleh: $S_1 = X_1 - 1S_2 - 0X_2$. Tanda dari parameter (koefisien) X_2 , yaitu -0 diubah menjadi +0 (Untuk angka selain 0, tanda matematik itu tidak boleh diganti).

Kolom yang masih harus dicari nilainya ialah kolom Q dan kolom S_2 . Prosedurnya sama dengan yang dilakukan di atas, yaitu dengan memasukkan nilai yang baru dari kolom yang diganti, dalam hal ini kolom S_1 .

$$\begin{aligned} \text{Kolom Q} &= 40S_1 + 105S_2 + 180X_2 \\ &= 40(X_1 - 1S_2 + 0X_2) + 105S_2 + 180X_2 \\ &= 40X_1 - 40S_2 + 105S_2 + 0X_2 + 180X_2 \\ &= 40X_1 + 65S_2 + 180X_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Kolom } S_3 &= -2S_1 - 0.75S_2 + 1X_2 \\
 &= -2(X_1 - 1S_2 + 0X_2) - 0.75S_2 + 1X_2 \\
 &= -2X_1 + 2S_2 - 0.75S_2 + 0X_2 + 1X_2 \\
 &= -2X_1 + 1.25S_2 + 1X_2
 \end{aligned}$$

Hasil yang diperoleh dipindahkan ke tabel analisis 3.5c.

Tabel 3.5c Tabel Ketiga Pemecahan Maksimisasi Kontribusi

Cj	Mix	Q	20.000	30.000	0	0	0	Rasio
			X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃	
20.000	X ₁	40	1	0	1	0	-2	-*)
0	S ₂	65	0	0	-1	1	1.25	52
30.000	X ₂	180	0	1	0	0	1	180
Zj		6.200.000	20.000	30.000	20.000	0	-10.000	
Zj - Cj			0	0	20.000	0	-10.000	

Sampai iterasi ke-3 ini, masih terdapat unsur yang bertanda minus pada baris identitas Z_j-C_j, yaitu -10.000 pada kolom S₃. Oleh karena itu, operasi belum optimal. Kolom S₃ adalah kolom kunci.

Rasio dicari dengan prosedur yang sama dengan yang terdahulu, dan didapatkan, rasio terkecil adalah 52 pada baris S₂. Dengan demikian, baris S₂ adalah baris kunci.

Rasio baris pertama (*) diabaikan karena bertanda minus (imajiner). Sejalan dengan prosedur di muka maka kembali diperoleh vektor kolom matriks yang baru, yaitu sebagai berikut.

Vektor kolom mix yang lama $\begin{bmatrix} X1 \\ S2 \\ X2 \end{bmatrix}$ menjadi $\begin{bmatrix} X1 \\ S3 \\ X2 \end{bmatrix}$

Selanjutnya, diperoleh matriks identitas baru, yaitu sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} X1 \\ S3 \\ X2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Kolom yang belum diketahui nilainya ialah kolom Q, kolom S₁ dan kolom S₃ yang baru.

$$\text{Per kolom kunci : } S_3 = -2X_1 + 1.25S_2 + 1X_2$$

Baris ini dibagi dengan 1.25 untuk mendapatkan $1S_2$ dan diperoleh :

$$0.8S_3 = -1.6X_1 + 1S_2 + 0.8X_2$$

$$S_2 = 0.8S_3 + 1.6X_2 - 0.8X_1$$

$$\begin{aligned} \text{Kolom Q} &= 40X_1 + 65S_2 + 180X_2 \\ &= 40X_1 + 65(0.8S_3 + 1.6X_2 - 0.8X_1) + 180X_2 \\ &= 40X_1 + 104X_1 + 52S_3 - 52X_2 + 180X_2 \\ &= 144X_1 + 52S_3 + 128X_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Kolom } S_1 &= 1X_1 - 1S_2 + 0X_2 \\ &= 1X_1 - 1(0.8S_3 + 1.6X_2 - 0.8X_1) + 0X_2 \\ &= 1X_1 - 1.6X_2 - 0.8X_3 + 0.8X_2 + 0X_2 \\ &= -0.6X_1 - 0.8S_3 + 0.8X_2 \end{aligned}$$

Nilai-nilai yang diperoleh kemudian dipindahkan ke tabel analisis berikutnya, Tabel 3.5d. Hasilnya dapat dilihat dalam Tabel 3.5d.

Tabel 3.5d Tabel Keempat Pemecahan Maksimisasi Kontribusi

Cj	Mix	Q	20.000	30.000	0	0	0	Rasio
			X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃	
20.000	X ₁	144	1	0	-0.6	1.6	0	-
0	S ₃	52	0	0	-0.8	0.8	1	-
30.000	X ₂	128	0	1	0.8	-0.8	0	-
Zj		6.720.000	20.000	30.000	12.000	8.000	0	
Zj - Cj			0	0	12.000	8.000	0	

Berdasarkan Tabel 3.5d di atas terlihat bahwa pada baris identitas Zj-Cj tidak ada lagi unsur yang bertanda negatif. Oleh karena itu, proses pemecahan sudah tiba pada hasil yang optimum.

Hasil yang diperoleh ditunjukkan oleh matriks identitas berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ S_3 \\ X_2 \\ \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 144 \\ 52 \\ 128 \\ 6.720.000 \end{bmatrix}$$

Dengan demikian hasil optimal adalah berikut ini.

$$X_1 = 144 \text{ unit}$$

$$S_3 = 52 \text{ Unit}$$

$$X_2 = 128 \text{ Unit}$$

$$\pi_{\text{maks}} = \text{Rp}6.720.000$$

Dengan metode simpleks ini langsung diperoleh kendala (sumber daya) yang tergolong langka dan sumber daya yang tidak langka. Kendala yang diwakili oleh variabel slack S_3 yang terdapat dalam *optimal product mix* adalah sumber daya tidak langka (dalam contoh adalah kendala ke-3; S_3 optimal dengan nilai 52). Kendala (sumber daya) lainnya yang tidak terdapat dalam *optimal product mix* adalah sumber daya langka, dalam hal ini Kendala 1 dan Kendala 2.

Pemecahan dengan perangkat lunak POM-QM for Windows disajikan pada Gambar 3.11.

S	Baris Variabel	RHS	RHS	RHS	RHS	RHS	RHS
Kendala 1	variabel	1	0	0	0	0	0
	variabel	0	1	0	0	0	0
	variabel	0	0	1	0	0	0
	variabel	0	0	0	1	0	0
Kendala 2	variabel	1	0	0	0	0	0
	variabel	0	1	0	0	0	0
	variabel	0	0	1	0	0	0
	variabel	0	0	0	1	0	0
Kendala 3	variabel	1	0	0	0	0	0
	variabel	0	1	0	0	0	0
	variabel	0	0	1	0	0	0
	variabel	0	0	0	1	0	0
Kendala 4	variabel	1	0	0	0	0	0
	variabel	0	1	0	0	0	0
	variabel	0	0	1	0	0	0
	variabel	0	0	0	1	0	0

Gambar 3.11 Pemecahan Kasus Maksimisasi Menggunakan POM-QM

Tampilan pemecahan kasus dengan menggunakan perangkat lunak *POM-QM for Windows* menyajikan nilai optimal yang sama dengan yang diperoleh melalui operasi manual. Perbedaan yang tampak pada tampilan dimaksud adalah proses operasi pada baris identitas. Pada cara manual dipakai proses: $Z_j - C_j$, sedangkan pada proses dengan *POM-QM for Windows* dipakai proses

operasi: $C_j - Z_j$. Akibatnya, hasil optimal pada operasi pada tampilan di atas dijumpai beda khas dengan cara manual, yaitu optimal dengan tanda matematik "minus (-)". Pada operasi manual, dicapai pada tanda matematik "plus (+)". Meskipun demikian, hasil optimal yang diperoleh adalah sama. Dalam hal ini, yang penting adalah mampu memahami dengan baik aturan setiap metode pemecahan.

b. Proses Optimisasi Melalui Iterasi Baris

Untuk pemecahan dengan proses iterasi baris ini, dipakai kasus maksimisasi yang lalu dengan tabel awal seperti tersebut dalam Tabel 3.6a.

Langkah pertama:

Identifikasi kolom kunci dan baris kunci. Kolom kunci diindikasikan oleh unsur baris identitas $Z_j - C_j$ yang bertanda negatif dengan nilai mutlak terbesar. Pada contoh di atas ialah -30.000 pada kolom X_2 , dengan demikian X_2 adalah kolom kunci. Selanjutnya, hitung rasio setiap baris, yaitu hasil bagi antara unsur kolom Q dengan unsur kolom kunci. Pada contoh tersebut, rasio baris $S_1 = 200$, baris $S_2 = 320$, dan baris $S_3 = 180$. Kemudian dipilih rasio baris yang terkecil, dalam hal ini 180 pada baris S_3 . Dengan demikian, baris S_3 adalah baris kunci.

Tabel 3.6a Tabel Pertama Pemecahan Maksimisasi Melalui Iterasi Baris

C_j	Mix	Q	20.000	30.000	0	0	0	Rasio
			X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	
0	S_1	400	1	2	1	0	0	200
0	S_2	240	1	0.75	0	1	0	320
0	S_3	180	0	1	0	0	1	180
Z_j		0	0	0	0	0	0	
$Z_j - C_j$			-20.000	-30.000	0	0	0	

Langkah kedua:

Pindahkan terlebih dahulu baris kunci setelah terlebih dahulu mengganti lambang baris yang bersangkutan dengan lambang kolom kunci. Dalam hal ini, S_3 diganti dengan X_2 . X_2 yang baru = baris S_3 dibagi angka kunci. Dalam hal ini, 1 dan diperoleh nilai baris yang baru, seperti yang disajikan dalam lembar kerja berikut ini.

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3
Baris S_3 : 1	180/1	0/1	1/1	0/1	0/1	1/1
Baris X_2 yang baru	180	0	1	0	0	1

Berikutnya dicari nilai baris lainnya, yaitu S_1 dan S_2 .

Baris S_1 yang baru = (Baris S_1 yang lama) - (Angka inti) x (Baris X_2)
Angka Inti Baris S_1 = 2

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3
Baris S_1 yang lama	400	1	2	1	0	0
2 x baris X_2	360	0	2	0	0	2
Baris S_1 yang baru	40	1	0	1	0	-2

Baris S_2 yang baru = (Baris S_2 yang lama) - (Angka inti) x (Baris X_2)
Angka Inti Baris S_2 = 0.75

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3
Baris S_1 yang lama	240	1	0.75	0	1	0
0.75 x baris X_2	135	0	0.75	0	0	0.75
Baris S_1 yang baru	105	1	0	0	1	-0.75

Hasil yang diperoleh tersebut dipindahkan ke tabel analisis kedua, seperti tersebut dalam Tabel 3.6b.

Tabel 3.6b Tabel Kedua Pemecahan Maksimisasi Melalui Iterasi Baris

C_i	Mix	Q	20.000	30.000	0	0	0	Rasio
			X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	
0	S_1	40	1	0	1	0	-2	40
0	S_2	105	1	0	0	1	-0.75	105
30.000	X_2	180	0	1	0	0	1	∞
Z_j $Z_j - C_j$		5.400.000	0 -20.000	30.000 0	0 0	0 0	30.000 30.000	

Setelah nilai baris baru dipindahkan, selanjutnya dicari nilai Z_j dan $Z_j - C_j$. Prosedurnya sama dengan iterasi kolom (tidak diulangi lagi). Berdasarkan Tabel 3.6b terlihat bahwa masih ada unsur pada baris $Z_j - C_j$ yang bertanda

negatif sehingga operasi masih belum optimal, yaitu -20.000 pada kolom X_1 . Dengan demikian, kolom X_1 adalah kolom kunci. Kemudian dicari rasio baris dengan membagi nilai sisi kanan pada kolom Q dengan angka-angka kolom kunci secara bersesuaian. Rasio terkecil adalah 40, pada baris S_1 . Oleh karena itu, baris S_1 adalah baris kunci.

Langkah ketiga:

Lambang baris kunci S_1 diganti dengan lambang kolom kunci X_1 dan $X_1 =$ baris S_1 dibagi dengan angka kunci (= 1).

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3
Baris S_1 : 1	40/1	1/1	0/1	1/1	0/1	-2/1
Baris X_1 yang baru	40	1	0	1	0	-2

Nilai baris lain yang harus dicari ialah baris S_2 dan X_2 .

Baris S_2 yang baru = (Baris S_2 yang lama) - (Angka kunci) x (Baris X_1)

Angka kunci baris = 1

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3
Baris S_2 yang lama	105	1	0	0	1	-0.75
1 x baris X_1	40	1	0	1	0	-2
Baris S_2 yang baru	65	0	0	-1	1	1.25

Baris X_2 yang baru = (baris X_2 yang lama) - (Angka Kunci) x (baris X_1)

Angka kunci baris = 0

Lembar kerja :

Uraian	Q	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3
Baris X_2 yang lama	180	0	1	0	0	1
0 x baris X_1	0	0	0	0	0	0
Baris X_2 yang baru	180	0	1	0	0	1

Koefisien baris baru yang diperoleh selanjutnya dipindahkan ke tabel analisis berikutnya, yaitu ke Tabel 3.6c.

Dalam Tabel 3.6c terlihat bahwa masih ada unsur pada baris identitas Z_j-C_j yang bertanda negatif, yaitu -10.000 pada kolom S_1 . Ini berarti proses

belum optimal. Oleh karena itu, masih harus dilanjutkan dengan proses seperti tersebut di muka.

Tabel 3.6c Tabel Ketiga Pemecahan Maksimisasi Melalui Iterasi Baris

C_i	Mix	Q	20.000	30.000	0	0	0	Rasio
			X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	
20.000	X_1	40	1	0	1	0	-2	-
0	S_2	65	0	0	-1	1	1.25	52
30.000	X_2	180	0	1	0	0	1	180
Z_1		6.200.000	20.000	30.000	20.000	0	-10.000	
$Z_1 - C_1$			0	0	20.000	0	-10.000	

Kolom kunci adalah kolom S_2 . Nilai kolom rasio dicari dengan membagi nilai sisi kanan pada kolom Q dengan nilai kolom kunci S_2 . Rasio untuk baris X_1 diabaikan, karena bertanda negatif sehingga tidak memenuhi syarat ≥ 0 (*non-negative condition*). Rasio yang memenuhi syarat terkecil adalah 52 pada baris S_2 . Dengan demikian, S_2 adalah baris kunci. Sebagai baris kunci maka baris S_2 harus diganti menjadi baris S_3 .

Baris S_3 = Baris S_2 : Angka Kunci 1.25

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3
Baris S_2 : 1.25	65/1.25	0/1.25	0/1.25	-1/1.25	1/1.25	1.25/1.25
Baris S_3 yang baru	52	0	0	-0.8	0.8	1

Operasi dilanjutkan untuk mencari baris lainnya, yaitu baris X_1 dan X_2 .

Baris X_1 yang baru = (Baris X_1 yang lama) - (Angka inti) x (Baris S_3)

Angka inti baris X_1 = -2

Baris X_2 yang baru = (Baris X_2 yang lama) - (Angka inti) x (Baris S_3)

Angka inti baris X_2 = 1

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3
Baris X_1 yang lama	40	1	0	1	0	-2
-2 x baris S_3	-104	0	0	1.6	-1.6	-2
Baris X_1 yang baru	144	1	0	-0.6	1.6	0

Kemudian dilanjutkan untuk mencari baris X_2 yang baru.

Lembar kerja :

Uraian	Q	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3
Baris X_2 yang lama	180	0	1	0	0	1
1 x baris S_1	52	0	0	-0.8	0.8	1
Baris X_2 yang baru	128	0	1	0.8	-0.8	0

Koefisien baris baru yang diperoleh dipindahkan ke tabel analisis keempat dan diperoleh nilai seperti tersebut dalam Tabel 3.6d.

Tabel 3.6d Tabel Keempat Pemecahan Maksimisasi Melalui Iterasi Baris

C_j	Mix	Q	20.000	30.000	0	0	0	Rasio
			X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	
20.000	X_1	144	1	0	-0.6	1.6	0	
0	S_3	52	0	0	-0.8	0.8	1	
30.000	X_2	128	0	1	0.8	-0.8	0	
Z_j		6.720.000	20.000	30.000	12.000	8.000	0	
$Z_j - C_j$			0	0	12.000	8.000	0	

Pada Tabel 3.6d tidak ada lagi unsur baris identitas $Z_j - C_j$ yang bertanda negatif. Hal ini berarti bahwa proses operasi sudah tiba pada tahapan optimal. Dengan demikian, hasil optimal sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ S_3 \\ X_2 \\ \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 144 \\ 52 \\ 128 \\ 6.720.000 \end{bmatrix}$$

Hasil yang diperoleh sama dengan yang diperoleh pada proses iterasi kolom tersebut di muka. Apabila kasus maksimisasi kontribusi di atas diselesaikan dengan program POM-for-Windows maka hasilnya sama dengan pemecahan pada Tabel 3.7. Iterasinya pun sama. Perbedaannya adalah pada pemecahan yang dilakukan di atas secara manual, baris identitas pada kaki tabel ditulis " $Z_j - C_j$ ". Sedangkan pada pemecahan dengan program POM-for-Windows baris identitas tersebut dinyatakan dengan " $C_j - Z_j$ ". Sehubungan dengan itu, akan dijumpai persyaratan hasil optimum yang berkebalikan. Pada pemecahan secara manual, semua entitas harus merupakan angka yang bertanda positif yang sama atau lebih besar 0 (≥ 0). Sebaliknya, pada pemecahan dengan program POM-for-Windows, semua entitas harus merupakan angka atau bilangan bertanda negatif, yang sama atau lebih kecil 0 (≤ 0).

Pada iterasi yang ke-4 diperoleh hasil yang persis sama, yaitu sebagai berikut.

$$X_1 = 144 \text{ unit}$$

$$X_2 = 128 \text{ unit}$$

$$S_3 = 52 \text{ unit}$$

$$\text{Profit} = \text{Rp}6.720.000$$

Tabel 3.7 Proses Iterasi pada Pemecahan POM-for-Windows dari Kasus Maksimisasi

<i>(untitled) Solution</i>							
C _j	Basic Variables	20000	30000	0	0	0	Quantity
		X1	X2	S1	S2	S3	
Iteration 1							
0	S1	1	2	1	0	0	400
0	S2	1	0.75	0	1	0	240
0	S3	0	1	0	0	1	180
	z _j	0	0	0	0	0	0
	c _j -z _j	20,000	30,000	0	0	0	
Iteration 2							
0	S1	1	0	1	0	-2	40
0	S2	1	0	0	1	-0.75	105
30000	X2	0	1	0	0	1	180
	z _j	0	30000	0	0	30000	5,400,000
	c _j -z _j	20,000	0	0	0	-30,000	
Iteration 3							
20000	X1	1	0	1	0	-2	40
0	S2	0	0	-1	1	1.25	65
30000	X2	0	1	0	0	1	180
	z _j	20000	30000	20000	0	-10000	6,200,000
	c _j -z _j	0	0	-20,000	0	10,000	
Iteration 4							
20000	X1	1	0	-0.6	1.6	0	144
0	S3	0	0	-0.8	0.8	1	52
30000	X2	0	1	0.8	-0.8	0	128
	z _j	20000	30000	12000	8000	0	6,720,000
	c _j -z _j	0	0	-12,000	-8,000	0	

Created by POM-QM for Windows

Hasil yang diperoleh dari perangkat lunak POM-for-Windows sama dengan yang diperoleh secara manual. Perbedaan yang dijumpai adalah pada hal berikut.

- 1) Kepala tabel dibagi dua, bagian atas adalah *variable row* dan bagian kedua *objective row*. Pada model yang dipakai, bagian atas *objective row* dan bagian kedua adalah *variable row* sama dengan proses manual.
- 2) *Product mix* memakai nama kolom *basic variables* terletak di sebelah kiri, dan pada model yang dipakai kolom kedua.
- 3) Nilai sisi kanan fungsi kendala memakai lambang kolom *quantity* dan terletak pada kolom paling kanan.
- 4) *Contribution unit* (Cj) ditulis di baris *objective row* pada kepala tabel dan untuk kolom, dibubuhkan pada paling kiri (kolom 1).
- 5) Pada kaki tabel, baris atas adalah *identity row* (baris identitas) dengan lambang C_j-Z_j , sedang pada model manual yang dipakai adalah indeks Z_j-C_j . Oleh karena proses operasi *identity row* adalah C_j-Z_j maka operasi optimal jika nilainya telah negatif atau ≤ 0 . Pada model manual terdahulu, hasil optimal tercapai jika Z_j-C_j telah positif atau ≥ 0 .

2. Pemecahan Kasus Minimisasi

Pemecahan kasus minimisasi terlihat lebih rumit dibanding dengan pemecahan maksimisasi, karena dalam pemecahan minimisasi terdapat dua variabel *dummy*, yaitu *surplus variable* S_j dan *artificial variable* A_j . Sedangkan pada program maksimisasi hanya terdapat satu variabel *dummy*, yaitu *slack variable* S_j . Sehubungan dengan hal tersebut, jika pada program maksimisasi, *product mix* pada *initial table* adalah vektor kolom S_j maka pada program minimisasi *product mix* pada *initial table* adalah vektor kolom A_j , yang harus diganti terlebih dahulu, kemudian variabel berikutnya, variabel S_j dan variabel keputusan X_j . Dengan demikian, pemecahan program minimisasi akan lebih panjang jika dibandingkan dengan pemecahan program maksimisasi.

Berikut akan dianalisis kasus terdahulu, yaitu: sebuah mesin menggunakan bahan bakar campuran antara bahan bakar minyak tanah (X_1) dan bahan solar (X_2). Diisyaratkan, bahan bakar campuran dimaksud harus memenuhi kendala berikut.

$$X_1 + X_2 = 40$$

$$X_1 < 12$$

$$X_2 \geq 10$$

Dengan syarat ikatan $X_j \geq 0$

Minimumkan biaya bahan bakar campuran dimaksud, jika harga satuan X_1 per liter Rp80 dan harga satuan X_2 per liter Rp150. Pemecahan dengan metode simpleks akan dilakukan dengan cara seperti aplikasi dalam maksimisasi kontribusi di atas, yaitu dengan iterasi kolom dan iterasi baris. Sama dengan proses yang dilakukan pada pemecahan kasus simpleks atas program maksimisasi maka pemecahan lebih dahulu akan dilakukan pada iterasi secara kolom.

a. Iterasi Kolom

Langkah pertama:

Fungsi tujuan:

$$\text{Minimumkan } C = -80X_1 - 150X_2 + 0S_2 + 0S_3 - MA_1 - MA_2$$

Dengan kendala :

$$X_1 + X_2 + 1A_2 + 0S_2 + 0S_3 + 0A_3 = 40$$

$$X_1 + 0X_2 + 0A_2 + 1S_2 + 0S_3 + 0A_3 = 12$$

$$0X_1 + X_2 + 0A_2 + 0S_2 - 1S_3 + 1A_3 = 10$$

Dengan syarat ikatan : $X_i \geq 0$

Catatan: oleh karena kendala 1 memiliki tanda =, berarti tidak ada surplus atau *slack*. Untuk kendala 2, tandanya adalah \leq . Oleh karena itu, rumusan fungsinya sama dengan maksimisasi, ditambah dengan *slack variable* S_2 (baris ke-2) tanpa *artificial variable* A_j . Untuk kendala 3, tandanya adalah \geq sehingga fungsinya dirumuskan sama dengan kendala minimisasi yang lazim, yaitu $-1S_3$ (baris ke-3) kemudian tambah dengan $1A_3$ (baris ke-3).

Langkah kedua:

Buat tabel analisis dan masukkan fungsi tujuan dan kendala secara bersesuaian. Pada operasi ini, kolom dengan unsur baris identitas yang bertanda minus dengan nilai mutlak terbesar adalah kolom X_2 , yaitu $-M+150$. Dengan demikian, kolom X_2 adalah kolom kunci. Selanjutnya, dicari rasio baris dengan membagi nilai kolom Q dengan nilai kolom kunci secara bersesuaian. Rasio terkecil ialah 10 pada baris A_3 . Dengan demikian, baris A_3 adalah baris kunci. Sehubungan dengan itu, lambang baris A_3 harus diganti dengan lambang kolom kunci X_2 .

Tabel 3.8a Tabel Analisis Pertama Program Minimisasi Biaya

C_j	Mix	Q	-80	-150	-M	0	0	-M	Rasio
			X_1	X_2	A_1	S_1	S_2	A_2	
-M	A_1	40	1	1	1	0	0	0	40
0	S_1	12	1	0	0	1	0	0	Inf.
-M	A_2	10	0	1	0	0	-1	1	10
Z_j		30M	-M	-2M	M	0	M	-M	
$Z_j - C_j$			-M+80	-2M+150	0	0	M	0	

Pada tabel Inisial ini, *product mix* adalah (A_1, S_1, A_2). Oleh karena itu, diperoleh matriks identitas sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ S_1 \\ A_2 \end{bmatrix}$$

Dengan proses iterasi awal dimaksud di atas, diperoleh matriks identitas yang baru sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ S_2 \\ X_2 \end{bmatrix}$$

Baris A_2 sebagai baris yang diganti, koefisien kolomnya dicari dari kolom X_2 , dan nilai kolom X_2 dalam tabel inisial ialah $X_2 = 1A_1 + 0S_1 + 1A_2$.

$$\text{Oleh karena itu : } A_2 = X_2 - 1A_1 + 0S_1$$

$$\begin{aligned} \text{Kolom } X_1 &= 1A_1 + 1S_1 + 0A_2 \\ &= 1A_1 + 1S_1 + 0(X_2 - 1A_1 + 0S_1) \\ &= 1A_1 - 0A_1 + 1S_1 + 0S_1 + 0X_2 \end{aligned}$$

$$X_1 = 1A_1 + 1S_1 + 0X_2$$

$$\begin{aligned} \text{Kolom } S_2 &= 0A_1 + 0S_1 - 1A_2 \\ &= 0A_1 + 0S_1 - 1(X_2 - 1A_1 + 0S_1) \\ &= 0A_1 + 1A_1 + 0S_1 + 0S_1 - 1X_2 \end{aligned}$$

$$S_2 = 1A_1 + 0S_1 - 1X_2$$

$$\text{Kolom Q} = 40A_1 + 12S_1 + 10A_2$$

$$\begin{aligned}
 &= 40A_1 + 12S_2 + 10(X_2 - 1A_1 + 0S_2) \\
 &= 40A_1 + 12S_2 + 10X_2 - 10A_1 + 0S_2 \\
 \mathbf{Q} &= \mathbf{30A_1 + 12S_2 + 10X_2}
 \end{aligned}$$

Langkah ketiga:

Nilai-nilai yang diperoleh kemudian dipindahkan ke tabel analisis kedua seperti tersebut dalam Tabel 3.8b.

Tabel 3.8b Tabel Analisis Kedua Program Minimisasi Biaya

C_i	Mix	Q	-80	-150	-M	0	0	-M	Rasio
			X_1	X_2	A_1	S_1	S_2	A_2	
-M	A_1	30	1	0	1	0	1	-1	30
0	S_2	12	1	0	0	1	0	0	12
-150	X_2	10	0	1	0	0	-1	1	Inf.
Z_j		-30M	-M	-150	-M	0	-M+150	M-150	
$Z_j - C_j$		-1500	-M+80	0	0	0	-M+150	2M+150	

Dari Tabel 3.8b diperoleh dua kolom yang memiliki nilai bertanda minus pada baris $Z_j - C_j$ yaitu $-M+80$ dan $-M+150$. Nilai bertanda minus dengan nilai mutlak terbesar ialah $-M+80$ atau kolom X_1 . Selanjutnya, dicari nilai rasio baris, yaitu $Q/(\text{kolom kunci } X_1)$ dan diperoleh nilai (30, 12, Inf). Rasio terkecil adalah 12 sehingga baris kunci ialah S_2 . Sehubungan dengan itu, diperoleh matriks identitas yang baru sebagai berikut,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$$

dari kolom X_1 dicari nilai kolom S_2 ,

$$X_1 = 1A_1 + 1S_2 + 0X_2$$

$$S_2 = X_1 - 1A_1 + 0X_2$$

$$\begin{aligned}
 \text{Kolom Q} &= 30A_1 + 12S_2 + 10A_2 \\
 &= 30A_1 + 12(X_1 - 1A_1 + 0X_2) + 10X_2 \\
 &= 30A_1 - 12A_1 + 12X_1 + 0X_2 + 10X_2
 \end{aligned}$$

$$Q = 18A_1 + 12X_1 + 10X_2$$

$$\begin{aligned}
 \text{Kolom } S_3 &= 1A_1 + 0S_2 - 1X_2 \\
 &= 1A_1 + 0(X_1 - 1A_1 - 0X_2) - 1X_2 \\
 &= 1A_1 + 0X_1 + 0A_1 - 0X_2 - 1X_2 \\
 S_3 &= 1A_1 - 0X_1 - 1X_2 \\
 \text{Kolom } A_2 &= -1A_1 + 0S_2 + 1X_2 \\
 &= -1A_1 + 0(X_1 - 1A_1 - 0X_2) + 1X_2 \\
 &= -1A_1 + 0X_1 - 0A_1 - 0X_2 + 1X_2 \\
 A_2 &= -1A_1 + 0X_1 + 1X_2
 \end{aligned}$$

Langkah keempat:

Koefisien yang diperoleh di atas kemudian dipindahkan secara bersesuaian ke tabel analisis ketiga seperti pada Tabel 3.8c.

Tabel 3.8c Tabel Analisis Ketiga Program Minimisasi Biaya

C _i	Mix	Q	-80	-150	-M	0	0	-M	Rasio
			X ₁	X ₂	A ₁	S ₂	S ₃	A ₂	
-M	A ₁	18	0	0	1	-1	1	-1	18
-80	X ₁	12	1	0	0	1	0	0	Inf.
-150	X ₂	10	0	1	0	0	-1	1	Inf.
Z ₁		-18M	-80	-150	-M	M-80	-M+150	M-150	
Z ₁ - C ₁		-2460	0	0	0	M-80	-M+150	2M-150	

Pada Tabel 3.8c terlihat bahwa baris identitas Z_j-C_j masih dijumpai unsur bertanda minus yaitu -M+150 (kolom S₃). Sejalan dengan itu, dicari rasio baris untuk menentukan baris kunci. Dari operasi mencari rasio tersebut, yang terkecil dan memenuhi syarat ialah 18 (= baris A₁). Dengan demikian, baris kunci = baris A₁. Baris A₁ diganti dengan S₃,

$$S_3 = 1A_1 + 0X_1 - 1X_2$$

$$A_1 = S_3 + 0X_1 + 1X_2$$

Matriks identitas yang harus sesudah iterasi, A₁ diganti S₃ adalah sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_3 \\ X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Kolom } Q &= 18A_1 + 12X_1 + 10X_2 \\
 &= 18(S_3 + 0X_1 + 1X_2) + 12X_1 + 10X_2 \\
 &= 18S_3 + 0X_1 + 18X_2 + 12X_1 + 10X_2 \\
 &= \mathbf{18S_3 + 12X_1 + 28X_2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Kolom } S_2 &= -1A_1 + 1X_1 + 0X_2 \\
 &= -1(S_3 + 0X_1 + 1X_2) + 1X_1 + 0X_2 \\
 &= -1S_3 + 0X_1 - 1X_2 + 1X_1 + 0X_2
 \end{aligned}$$

$$S_2 = \mathbf{-1S_3 + 1X_1 - 1X_2}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Kolom } A_3 &= -1A_1 + 0X_1 + 1X_2 \\
 &= -1(S_3 + 0X_1 + 1X_2) + 0X_1 + 1X_2 \\
 &= -1S_3 + 0X_1 - 1X_2 + 0X_1 + 1X_2
 \end{aligned}$$

$$A_3 = \mathbf{-1S_3 + 0X_1 + 0X_2}$$

Langkah kelima:

Angka-angka yang diperoleh kemudian dipindahkan ke tabel analisis keempat seperti pada Tabel 3.8d.

Tabel 3.8d Tabel Analisis Keempat Program Minimisasi Biaya

C _i	Mix	Q	-80	-150	-M	0	0	-M	Rasio
			X ₁	X ₂	A ₁	S ₂	S ₃	A ₃	
0	S ₃	18	0	0	1	-1	1	-1	-
-80	X ₁	12	1	0	0	1	0	0	-
-150	X ₂	28	0	1	1	-1	0	0	-
Z ₁			-80	-150	-150	70	0	0	
Z ₁ - C ₁		5.160	0	0	M-150	70	0	M	

Berdasarkan Tabel 3.8d terlihat bahwa semua unsur baris identitas Z_j-C_j sudah positif dan karena itu operasi sudah optimum.

Langkah keenam:

Pengambilan keputusan:

Hasil optimum ditunjukkan oleh matriks identitas berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_3 \\ X_1 \\ X_2 \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 12 \\ 28 \\ 5.160 \end{bmatrix}$$

Kombinasi pada hasil optimum adalah sebagai berikut.

$$X_1 = 12 \text{ liter}$$

$$X_2 = 28 \text{ liter}$$

$$C_{\text{min}} = \text{Rp}5.160$$

Oleh karena kendala ke-3 optimal dengan bukan 0, yaitu $S_3 = 18$, berarti kendala ke-3 bukan sumber daya langka. Sebaliknya kendala ke-1 dan ke-2, variabel *slack*/surplus dan variabel artifisial S_2 dan A_1 , optimal dengan nilai 0 sehingga sumber daya yang bersangkutan adalah langka.

b. Iterasi Baris

Pada pemecahan dengan iterasi baris ini, akan diangkat kembali kasus yang dipecahkan dengan iterasi kolom, yaitu: sebuah mesin menggunakan bahan bakar campuran antara bahan bakar minyak tanah (X_1) dan bahan bakar solar (X_2). Diisyaratkan, bahan bakar campuran dimaksud harus memenuhi kendala berikut.

$$X_1 + X_2 = 40$$

$$X_1 \leq 12$$

$$X_2 \geq 10$$

Dengan syarat ikatan $X_1 \geq 0$

Minimumkan biaya bahan bakar campuran dimaksud, jika harga satuan X_1 per liter Rp80 dan harga satuan X_2 per liter Rp150.

Langkah pertama:

Menyusun fungsi tujuan dan fungsi kendala.

Fungsi tujuan:

$$\text{Minimumkan } C = -80X_1 - 150X_2 + 0S_2 + 0S_3 - MA_1 - MA_2$$

Dengan kendala sebagai berikut.

$$X_1 + X_2 + 1A_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0A_3 = 40$$

$$X_1 + 0X_2 + 0A_1 + 1S_2 + 0S_3 + 0A_3 = 12$$

$$0X_1 + X_2 + 0A_1 + 0S_2 + 1S_3 + 1A_3 = 10$$

Dengan syarat ikatan : $X_1 \geq 0$

Setelah merumuskan fungsi tujuan dan fungsi kendala program minimisasi yang bersangkutan maka fungsi dimaksud dipindahkan ke tabel analisis inisial secara bersesuaian yaitu Tabel 3.9a. Berdasarkan tabel tersebut diperoleh data bahwa unsur bertanda minus dengan nilai mutlak terbesar pada baris identitas $Z_j - C_j$ adalah $-2M+150$ yang terdapat pada kolom X_2 . Dengan demikian, kolom X_2 adalah kolom kunci. Selanjutnya, dicari nilai rasio baris dengan membagi nilai sisi kanan dalam kolom Q dengan unsur Kolom X_2 secara bersesuaian. Rasio terkecil adalah 10 pada baris A_3 . Oleh karena itu, baris A_3 adalah baris kunci.

Tabel 3.9a Tabel Analisis Pertama Pemecahan Minimisasi dengan Iterasi Baris

C_i	Mix	Q	-80	-150	-M	0	0	-M	Rasio
			X_1	X_2	A_1	S_2	S_3	A_3	
-M	A_1	40	1	1	1	0	0	0	40
0	S_2	12	1	0	0	1	0	0	Inf.
-M	A_3	10	0	1	0	0	-1	1	10
$Z_j - C_j$		-50M	-M	-2M	-M	0	M	-M	
			-M+80	-2M+150	0	0	M	0	

Langkah kedua:

Pindahkan baris kunci setelah terlebih dahulu mengganti lambang baris dengan lambang kolom X_2 .

$X_2 =$ Baris A_3 dibagi dengan angka inti baris.

Angka inti = 1

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	A_1	S_2	S_3	A_3
Baris A_1 : 1	10/1	0/1	1/1	0/1	0/1	-1/1	1/1
Baris X_2 yang baru	10	0	1	0	0	-1	1

Selanjutnya, dicari baris A_1 dan S_2 .

Baris A_1 yang baru = (Baris A_1 yang lama) - (Angka kunci) x Baris X_2

Angka kunci baris $A_1 = 1$

Selanjutnya, dicari nilai baris A_1 sesuai lembar kerja berikut.

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	A_1	S_2	S_1	A_2
Baris A_1 yang lama	40	1	1	1	0	0	0
1 x Baris X_2	10	0	1	0	0	-1	1
Baris A_1 yang baru	30	1	0	1	0	1	-1

Selanjutnya, dicari nilai baris S_2 yang baru

Baris S_2 yang baru = (Baris S_2 yang lama) - (Angka kunci) x (Baris X_2)

Angka kunci baris $S_2 = 0$

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	A_1	S_2	S_1	A_2
Baris S_2 yang lama	12	1	0	0	1	0	0
0 x Baris X_2	0x10	0x0	0x1	0x0	0x0	0x-1	0x1
Baris S_2 yang baru	12	1	0	0	1	0	0

Langkah ketiga:

Nilai baris dimaksud di atas kemudian dipindahkan ke tabel analisis kedua seperti dimaksud dalam Tabel 3.9b.

Tabel 3.9b Tabel Analisis Kedua Pemecahan Minimisasi dengan Iterasi Baris

C_j	Mix	Q	-80	-150	-M	0	0	-M	Rasio
			X_1	X_2	A_1	S_2	S_1	A_2	
-M	A_1	30	1	0	1	0	1	-1	30
0	S_2	12	1	0	0	1	0	0	12
-150	X_2	10	0	1	0	0	-1	1	Inf.
Z_j		-30M	-M	-150	-M	0	-M+150	M+150	
$Z_j - C_j$		1500	M+80	0	0	0	-M+150	2M+150	

Berdasarkan Tabel 3.9b terlihat bahwa pada baris identitas $Z_j - C_j$ terdapat dua unsur yang bertanda minus, yaitu $-M+80$ dan $-M+150$, dan yang memiliki nilai mutlak terbesar ialah $-M+80$, pada Kolom X_1 . Dengan demikian, kolom X_1 adalah kolom kunci.

Selanjutnya, cari nilai rasio baris dengan membagi nilai kolom Q dengan nilai kolom kunci X_1 dan hasil terkecil ialah 12 pada baris S_2 . Dengan demikian, baris kunci ialah baris S_2 . Baris yang dipindahkan pertama ialah baris S_3 setelah lebih dahulu mengganti lambang baris S_2 menjadi baris X_1 .

Baris $X_1 = (\text{Baris } S_2 \text{ yang lama}) : (\text{Angka kunci})$

Angka kunci baris = 1

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	A_1	S_2	S_3	A_3
Baris $S_2 : 1$	12/1	1/1	0/1	0/1	1/1	0/1	0/1
Baris X_1	12	1	0	0	1	0	0

Selanjutnya, dicari nilai baris A_1 .

Baris A_1 yang baru = (Baris A_1 yang lama) - (Angka Kunci) x (Baris X_1).

Angka kunci baris $A_1 = 1$

Lembar Kerja :

Uraian	Q	X_1	X_2	A_1	S_2	S_3	A_3
Baris A_1 yang lama	30	1	0	1	0	1	-1
1 x Baris X_1	1x12	1x1	1x0	1x0	1x1	1x0	1x0
Baris A_1 yang baru	18	0	0	1	-1	1	-1

Baris X_2 yang baru = (Baris X_2 yang lama) - (Angka kunci) x (Baris X_1).

Angka kunci baris $X_2 = 0$

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	A_1	S_2	S_3	A_3
Baris X_2 yang lama	10	0	1	0	0	-1	1
0 x Baris X_1	0x12	0x1	0x0	0x0	0x1	0x0	0x0
Baris X_2 yang baru	10	0	1	0	0	-1	1

Nilai baris yang baru diperoleh dipindahkan ke tabel analisis ketiga seperti tersebut Tabel 3.9c.

Langkah keempat:

Menyusun tabel analisis ketiga seperti Tabel 3.9c.

Tabel 3.9c Tabel Analisis Ketiga Pemecahan Minimisasi dengan Iterasi Baris

C_j	Mix	Q	-80	-150	-M	0	0	-M	Rasio
			X_1	X_2	A_1	S_2	S_3	A_3	
-M	A_1	18	0	0	1	-1	1	-1	18
-80	X_1	12	1	0	0	1	0	0	Inf.
-150	X_2	10	0	1	0	0	-1	1	Inf.
Z_j $Z_j - C_j$		-18M- 2460	-80 0	-150 0	-M 0	M-80 M-80	-M+150 -M+150	M+150 2M+150	

Berdasarkan Tabel 3.9c di atas terlihat masih ada unsur pada baris identitas $Z_j - C_j$ yang bertanda negatif, yaitu $-M+150$ pada kolom S_3 . Dengan demikian, kolom kunci = kolom S_3 . Selanjutnya, dicari nilai rasio baris. Seperti cara yang terdahulu maka diperoleh rasio baris yang dimaksud, dan rasio baris terkecil dan memenuhi syarat ialah 18 pada baris A_1 . Baris yang dipindahkan pertama ialah baris S_3 setelah lambang baris A_1 diganti lebih dahulu dengan S_3 .

Baris $S_3 = (\text{Baris } A_1) : (\text{Angka kunci})$

Angka Kunci Baris $A_1 = 1$

Lembar kerja :

Uraian	Q	X_1	X_2	A_1	S_2	S_3	A_3
Baris $A_1 : 1$	18/1	0/1	0/1	1/1	-1/1	1/1	-1/1
Baris S_3 yang baru	18	0	0	1	-1	1	-1

Selanjutnya, dicari nilai baris X_1 dan X_2 yang baru.

Baris X_1 yang baru = (Baris X_1 yang lama) - (Angka kunci) x (Baris S_3)

Angka kunci baris $X_1 = 0$

Lembar kerja :

Uraian	Q	X_1	X_2	A_1	S_2	S_3	A_3
Baris X_1 yang lama	12	1	0	0	1	0	0
0 x Baris S_3	0x18	0x0	0x0	0x1	0x-1	0x1	0x-1
Baris X_1 yang baru	12	1	0	0	1	0	0

Selanjutnya, mencari baris X_2 yang baru.

Baris X_2 yang baru = (Baris X_2 yang lama) - (Angka kunci) x (Baris S_3).

Angka kunci baris X_2 yang lama = -1

Lembar kerja :

Uraian	Q	X_1	X_2	A_1	S_1	S_2	A_2
Baris X_2 yang lama	10	0	1	0	0	-1	1
-1 x Baris S_1	-1(18)	-1(0)	-1(0)	-1(1)	-1(-1)	-1(1)	-1(-1)
Baris X_2 yang baru	28	0	1	1	-1	0	0

Nilai yang diperoleh kemudian dipindahkan ke tabel analisis keempat seperti tersebut dalam Tabel 3.9d.

Langka kelima:

Menyusun tabel analisis keempat seperti Tabel 3.9d.

Tabel 3.9d Tabel Analisis Keempat Program Minimisasi dengan Iterasi Baris

C_i	Mix	Q	-80	-150	-M	0	0	-M	Rasio
			X_1	X_2	A_1	S_1	S_2	A_2	
0	S_1	18	0	0	1	-1	1	-1	-
-80	X_1	12	1	0	0	1	0	0	-
-150	X_2	28	0	1	1	-1	0	0	-
$Z_j - C_j$		-5.160	-80	-150	-150	70	0	0	
$Z_j - C_j$			0	0	M-150	70	0	M	

Pada Tabel 3.9d terlihat tidak ada lagi unsur pada baris identitas $Z_j - C_j$ yang bertanda negatif. Dengan demikian, proses sudah tiba pada tahap optimal.

Keputusan ditunjukkan oleh matriks identitas berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_3 \\ X_1 \\ X_2 \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 12 \\ 28 \\ 5.160 \end{bmatrix}$$

Hasil yang diperoleh sama dengan yang diperoleh pada operasi iterasi kolom pada pembahasan terdahulu.

Jika nilai-nilai optimal dimasukkan ke fungsi kendala diperoleh sebagai berikut.

$X_1 + X_2 + A_1 + 0S_1 + 0S_2 + 0A_2 = 12 + 0 + 0 + 0 + 0(18) + 0 = 40$ (memenuhi syarat).

$X_1 + 0X_2 + 0A_1 + 1S_2 + 0S_3 + 0A_3 = 12 + 0(28) + 0 + 1(0) + 0(18) + 0 = 12$
(memenuhi syarat).

$0X_1 + 1X_2 + 0A_1 + 0S_2 + 1S_3 + 1A_3 = 0(12) + 1(28) + 0 + 0 + 1(18) + 0 = 10$
(memenuhi syarat).

Apabila diselesaikan dengan program QSB maka hasilnya seperti petikan berikut. Disadari bahwa penggunaan QSB sekarang ini sudah mulai tidak populer lagi karena masih berbasis DOS. Perangkat lunak lainnya umumnya sudah berbasis Windows.

Tabel 3.10 Proses Iterasi pada Pemecahan POM-for-Windows dari Kasus Minimisasi

<i>(untitled) Solution</i>								
Cj	Basic Variables	X1	X2	A1	S2	A3	S3	Quantity
		80	150	0	0	0	0	
Iteration 1								
0	A1	1	1	1	0	0	0	40
0	S2	1	0	0	1	0	0	12
0	A3	0	1	0	0	1	-1	10
	zj	79	148	0	0	0	1	50
	cj-zj	1	2	0	0	0	-1	
Iteration 2								
0	A1	1	0	1	0	-1	1	30
0	S2	1	0	0	1	0	0	12
150	X2	0	1	0	0	1	-1	10
	zj	79	150	0	0	2	-1	30
	cj-zj	1	0	0	0	-2	1	
Iteration 3								
0	A1	0	0	1	-1	-1	1	18
80	X1	1	0	0	1	0	0	12
150	X2	0	1	0	0	1	-1	10
	zj	80	150	0	1	2	-1	18
	cj-zj	0	0	0	-1	-2	1	
Iteration 4								
0	S3	0	0	1	-1	-1	1	18

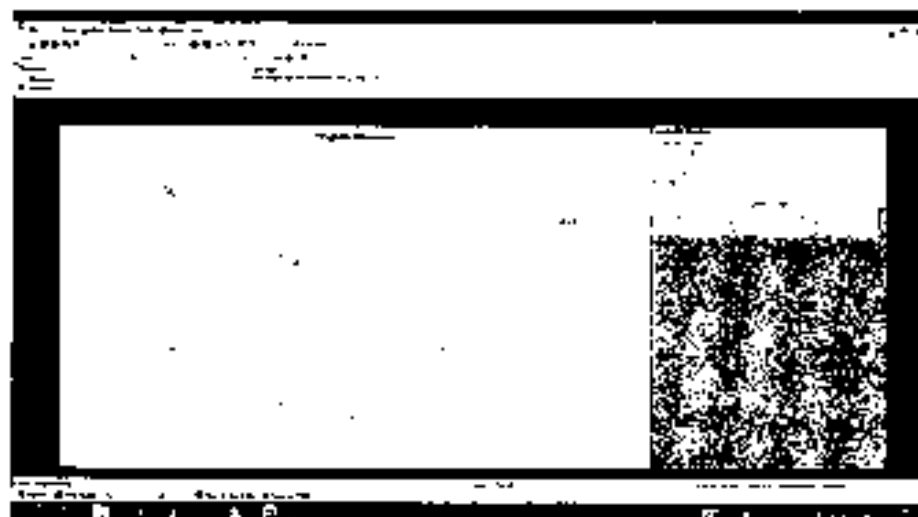
(untitled) Solution								
80	X1	1	0	0	1	0	0	12
150	X2	0	1	1	-1	0	0	28
	zj	80	150	1	0	1	0	0
	cj-zj	0	0	-1	0	-1	0	
Iteration 5								
0	S3	0	0	1	-1	-1	1	18
80	X1	1	0	0	1	0	0	12
150	X2	0	1	1	-1	0	0	28
	zj	80	150	-150	70	0	0	5,160
	cj-zj	0	0	150	-70	0	0	

Created by POM-QM for Windows

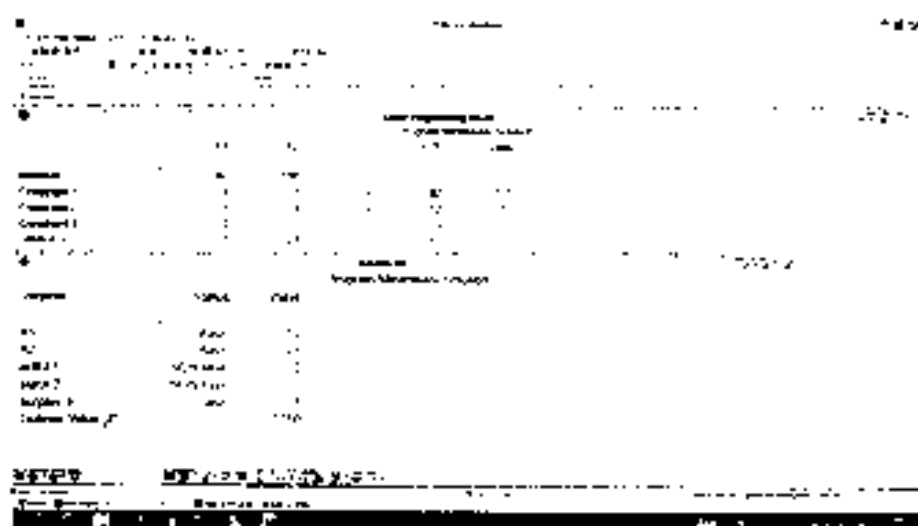
Berdasarkan tabel analisis dengan Program POM-for-Windows di Tabel 3.10, terdapat perbedaan dengan metode analisis secara manual dan perbandingan dimaksud dapat dirinci sebagai berikut.

- 1) Kepala tabel juga dibagi dua. Bagian atas kepala tabel adalah *variable row* dan pada baris kedua adalah *objective row*.
- 2) *Objective row* tetap diisi dengan koefisien fungsi tujuan tanpa mengubah tanda matematikanya lebih dahulu menjadi bertanda minus, sedangkan pada model manual lebih dahulu diubah tandanya menjadi minus.
- 3) Baris identitas adalah $C_j - Z_j$ dengan proses pemecahan mencapai optimal jika unsur baris identitas dimaksud sudah bertanda minus, sedangkan pada model manual adalah $Z_j - C_j$ dan optimum sesudah bertanda positif.
- 4) Perbedaan lainnya tidak terlalu penting, hanya perbedaan letak kolom dan pemakaian nama kolom yang berbeda. Pada model, kolom *product mix* menggunakan simbol *basic variable*, sedangkan pada model manual *mix*. Nilai sisi kanan fungsi kendala memakai simbol kolom *quantity*, sedangkan pada model manual memakai simbol kolom *Q*.
- 5) Proses operasi tabel demi tabel adalah sama.

Pemecahan dengan perangkat lunak POM-QM disajikan dalam Gambar 3.12 (lihat halaman 82) untuk pemecahan secara grafik. Selanjutnya, dalam Gambar 3.13 (lihat halaman 82) untuk pemecahan secara simpleks.



Gambar 3.12 Pemecahan dengan Metode Grafik



Gambar 3.13 Pemecahan dengan Metode Simpleks

Proses pemecahan kasus program linear dengan memakai metode simpleks dikenal dua macam pendekatan pemecahan, yaitu cara *primal* dan cara *dual*. Pada pendekatan *primal*, untuk program maksimisasi kontribusi, berlaku prinsip: jika tersedia sumber daya perusahaan untuk setiap jenis kendala adalah sebesar b , kemudian dipergunakan untuk menghasilkan keluaran X_j dengan kontribusi satuan C_j , maka berapakah kombinasi X_j yang sebaik-baiknya sehingga kontribusi C_j adalah maksimum (program maksimisasi).

Dilihat dari sisi pendekatan *duality*, maka pernyataannya menjadi : jika tersedia sumber daya perusahaan untuk setiap jenis kendala sebesar b , dipakai untuk menghasilkan keluaran Y_i dengan nilai biaya (*total variable cost*) per unit sebesar C_i , maka berapakah kombinasi nilai-nilai itu yang sebaik-baiknya sehingga nilai pengorbanan sumber daya untuk menghasilkan Y_i adalah minimum (pemecahan secara minimisasi dari kasus yang sama).

Demikian pula sebaliknya, jika pada pendekatan *primal*, pemecahan akan dilakukan secara minimisasi maka kasus dapat dipecahkan melalui cara maksimisasi pada pendekatan *duality*. Dengan demikian, tiap kasus program linear akan memiliki dua model pemecahan, yaitu model menurut *primal* dan model menurut *duality*. *Primal* dan *duality* ini memiliki teladan dan prosedur pemecahan yang berbeda. Sekalipun demikian, kedua model pemecahan tersebut akan menghasilkan nilai pemecahan yang sama dari kasus yang sama.

Primal adalah formulasi awal atau asli dari suatu kasus program linear yang akan dipecahkan, sedangkan *duality* adalah formulasi pemecahan kasus program linear yang diturunkan dari *primal* dengan teladan spesifik yang berlaku.

Sehubungan dengan acuan itu maka rumusan umum fungsi primal adalah sebagai berikut.

$$\text{Maksimumkan } Z = \sum_{j=1}^n c_j X_j$$

Dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq b_i, \text{ dimana } i = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Dan syarat ikatan:

$$X_j \geq 0$$

Selanjutnya, **rumusan umum fungsi duality** adalah:

$$\text{Minimumkan } Z' = \sum_{i=1}^m b_i Y_i$$

Dengan kendala:

$$Z' = \sum_{j=1}^n b_j Y_j; \text{ dimana } i = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Dan syarat ikatan $Y_i \geq 0$

Dimana $Z = Z^*$

A. PROGRAM PRIMAL

Pada program minimisasi biaya, suatu program *primal* akan memiliki pernyataan: Jika tersedia sumber daya perusahaan atau organisasi untuk setiap jenis kendala sebesar b_i dipakai untuk menghasilkan keluaran X_j dengan biaya variabel satuan c_j maka berapakah kombinasi keluaran X_j yang sebaik-baiknya (yang optimal) sehingga total biaya C adalah minimum.

Sehubungan dengan pernyataan di atas, dapat disusun bentuk umum program primal menjadi sebagai berikut.

$$\text{Minimumkan } C = \sum_{j=1}^n c_j X_j$$

Dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \geq b_i, \text{ dimana } i = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Dan syarat ikatan:

$$X_j \geq 0$$

Contoh:

Sebuah perusahaan kontraktor mempekerjakan ahli listrik untuk menangani pemasangan kabel listrik pada bangunan yang dikerjakan. Ahli Listrik Kepala (ALK) digaji \$20 per jam, tenaga Ahli Listrik Pembantu (ALP) digaji \$10 per jam. Perusahaan kontraktor memiliki anggaran upah pemasangan kabel listrik sebesar \$300.000. Jam kerja yang tersedia dan dipakai ALP paling tidak dua kali lebih besar dari waktu ALK. Ahli Listrik Pembantu dianggarkan untuk bekerja paling tidak 10.000 jam selama pekerjaan berlangsung. Perusahaan menyediakan waktu untuk orientasi dalam pelatihan ALP untuk pemasangan kabel listrik tersebut selama 5000 jam. Dari analisis diperoleh informasi bahwa ALK akan menyumbang pendapatan \$6 dan ALP sebesar \$2,50 per jam. Pecahkanlah kasus dengan menggunakan program minimisasi atau Big M.

Sehubungan dengan kasus tersebut, dapat disusun program pemecahan sebagai berikut.

$$\text{Maksimumkan: } Z = \$6X_1 + \$2.50X_2$$

$$\text{Dengan kendala: } \$20X_1 + \$10X_2 = \$300,000 \quad (\text{Anggaran})$$

$$X_2 \geq 10,000 \text{ jam} \quad (\text{Ahli Listrik Pembantu})$$

$$X_2 \geq 2X_1 - 5,000 \text{ jam}$$

$$\text{Atau } 2X_1 - X_2 \leq 5,000 \text{ jam} \quad (\text{Gabungan ALK \& ALP})$$

Untuk keperluan pemecahan dengan metode simpleks maka untuk model *primal* ini harus diformulasi ulang sesuai teladan yang berlaku. Fungsi kendala dan fungsi tujuan harus ditambahkan suatu *slack variable* S_j dan *artificial variable* A_j secara bersesuaian. Ketentuan penambahan *slack variable* S_j dan *artificial variable* A_j dijelaskan sebagai berikut.

1. Untuk fungsi kendala yang bertanda $=$, berarti unsur sisi kiri persis sama nilainya dengan unsur sisi kanannya. Oleh karena itu, fungsi tersebut ditambah dengan $0S_j$ dan $0A_j$.
2. Untuk fungsi kendala yang bertanda \leq , berarti unsur sisi kiri lebih kecil nilainya dari pada nilai unsur sisi kanannya. Oleh karena itu, unsur sisi kiri harus ditambah dengan variabel *slack* S_j agar sisi kiri sama nilainya dengan sisi kanan.
3. Untuk fungsi kendala yang bertanda \geq , berarti unsur sisi kiri lebih besar nilainya dari pada nilai unsur sisi kanannya. Oleh karena itu, unsur sisi kiri

harus dikurangi dengan variabel surplus S_1 kemudian ditambah variabel artifisial A_1 agar sisi kiri sama nilainya dengan sisi kanan.

Sehubungan dengan penjelasan tersebut maka fungsi *primal* disusun menjadi berikut.

$$\text{Maksimumkan } Z = \$6X_1 + \$2.50X_2 + \$0S_1 + \$0S_2 - \$MA_1 - \$MA_2$$

Dengan kendala:

$$\$20X_1 + \$10X_2 + \$0S_1 + \$0S_2 + A_1 + 0A_2 = \$300,000 \text{ (Anggaran)}$$

$$0X_1 + X_2 + 0S_1 - S_2 + 0A_1 + A_2 = 10,000 \text{ jam (Ahli Listrik Pembantu)}$$

$$2X_1 - X_2 + S_1 + 0S_2 + 0A_1 + 0A_2 = 5,000 \text{ jam (Gabungan ALK \& ALP)}$$

$$\text{Syarat ikatan: } X_1, X_2, S_1, S_2, A_1, A_2 \geq 0$$

Contoh yang disajikan ini menggabungkan tiga bentuk persamaan, yaitu yang sama dengan ($=$), lebih kecil atau sama dengan (\leq), dan yang lebih besar atau sama dengan (\geq). Melalui contoh ini diharapkan dapat menyelesaikan kasus dengan berbagai variasinya. Cara pemecahannya sama dengan cara pemecahan kasus simpleks yang terdahulu.

Tabel 4.1a Tabel Pertama Pemecahan Maksimisasi Kontribusi

C_j	Mix	Q	6	2.50	0	0	-M	-M	Rasio
			X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2	
-M	A_1	300000	20	10	0	0	1	0	15000
-M	A_2	10000	0	1	-1	0	0	1	-
0	S_1	5000	2	-1	0	1	0	0	2500
Z_j $Z_j - C_j$		-310.000M	-20M -20M-6	-11M -11M-2.5	M M	0 0	-M 0	-M 0	

Berdasarkan nilai $Z_j - C_j$ maka kolom kunci ialah kolom X_1 karena memiliki nilai minus terbesar. Nilai sisi kanan dalam kolom Q dibagi dengan nilai yang ada di kolom X_1 . Berdasarkan nilai rasio baris maka baris kunci ialah S_1 karena memiliki nilai yang terkecil. Sehubungan dengan itu, lambang baris kunci S_1 diganti dengan lambang kolom kunci, yaitu X_1 . Dengan menerapkan cara perhitungan simpleks dalam Bab 3, diperoleh nilai seperti Tabel 4.1b (lihat halaman 86). Sebagai tambahan, nilai X_1 diperoleh dengan membagi nilai S_2 dengan 2 (angka kunci, *pivot*, dari baris S_1).

Tabel 4.1b Tabel Kedua Pemecahan Maksimisasi Kontribusi

C_i	Mix	Q	6	2.50	0	0	-M	-M	Rasio
			X_1	X_2	S_2	S_3	A_1	A_2	
-M	A_1	250.000	0	20	0	-10	1	0	12.500
-M	A_2	10.000	0	1	-1	0	0	1	10.000
6	X_1	2.500	1	-1/2	0	1/2	0	0	-
Z_j		-260.000M	6	-21M	M	10M+3	-M	-M	
$Z_j - C_j$		+ 1.500	0	-21M-2.5	M	10M+3	0	0	

Baris yang baru A_1 (dalam Tabel 4.1b) = nilai A_1 yang lama (Tabel 4.1a) dikurang dengan hasil kali angka kunci baris, 20, dengan nilai baris X_1 secara bersesuaian (Tabel 4.1b). Cara ini juga dipakai untuk mendapatkan nilai baris A_2 dalam Tabel 4.1b.

Berdasarkan nilai $Z_j - C_j$ pada Tabel 4.1b maka kolom kunci ialah kolom X_2 . Berdasarkan nilai rasio baris maka baris kunci ialah A_2 . Sehubungan dengan itu, lambang baris kunci A_2 diganti dengan lambang kolom kunci, yaitu X_2 .

Tabel 4.1c Tabel Ketiga Pemecahan Maksimisasi Kontribusi

C_i	Mix	Q	6	2.50	0	0	-M	-M	Rasio
			X_1	X_2	S_2	S_3	A_1	A_2	
-M	A_1	50000	0	0	20	-10	1	-20	2500
2.5	X_2	10000	0	1	-1	0	0	1	-
6	X_1	7500	1	0	-0.5	0.5	0	0.5	-
Z_j		-50.000M	6	2.5	-20M-5.5	10M+3	-M	20M+5.5	
$Z_j - C_j$		+ 70.000	0	0	-20M-5.5	10M+3	0	21M+5.5	

Nilai-nilai dalam Tabel 4.1c dihitung sesuai dengan prosedur yang dijelaskan di atas. Demikian juga nilai-nilai yang disajikan dalam Tabel 4.1d.

Tabel 4.1d Tabel Keempat Pemecahan Maksimisasi Kontribusi

C_i	Mix	Q	6	2.50	0	0	-M	-M	Rasio
			X_1	X_2	S_2	S_3	A_1	A_2	
0	S_2	2500	0	0	1	-0.5	0.05	-1	
2.5	X_2	12500	0	1	0	-0.5	0.05	0	
6	X_1	8750	1	0	0	0.25	0.025	0	
Z_j		83.750	6	2.5	0	0.25	0.275	0	
$Z_j - C_j$			0	0	0	0.25	M+0.275	M	

Memerhatikan baris identitas, $Z_j - C_j$ pada Tabel 4.1d, tidak ada lagi unsur yang bertanda atau bernilai negatif. Ini berarti proses pemecahan sudah sampai pada tahap optimal. Hasil optimal tersebut adalah sebagai berikut.

$X_1 = 8.750$ (jam kerja ALK) dan X_2 (jam kerja ALP) = 12.500. $S_2 = 2.500$ jam (nilai surplus baris kedua). Dengan memasukkan nilai yang diperoleh ke fungsi kendala, diperoleh:

$$\text{Anggaran} = \$20(8.750) + \$10(12.500) = \$175.000 + \$125.000 = \$300.000$$

$$\begin{aligned} \text{Ahli Listrik Pembantu; } X_2 &= 12.500 \text{ adalah lebih besar dari } 10.000 \\ &= 12.500 - S_2 = 12.500 - 2.500 = 10.000 \text{ jam} \end{aligned}$$

$$\text{Gabungan ALK \& ALP} = 2X_1 - X_2 = 2(8.750) - 12.500 = 5.000 \text{ jam}$$

Ternyata nilai-nilai tersebut sesuai dengan nilai-nilai baris kendala. Dengan demikian, kontribusi maksimum = $8.750(\$6) + 12.500(\$2.50) = \$83.750$.

Berikut disajikan pemecahan dengan mempergunakan perangkat lunak POM for Windows. Hasil disajikan pada Gambar 4.1, Tabel 4.2, dan Gambar 4.2.

 RHS | | | Equation No. || | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Maximize | | 6 | 2.5 | 30000 | 101 = 2407 |
| Constraint 1 | 20 | 10 | | 30000 | 20X1 + 10X2 = 30000 |
| Constraint 2 | 0 | 1 | -1 | 10000 | X2 = 10000 |
| Constraint 3 | 2 | -1 | | 5000 | 2X1 - X2 = 5000 |

 The screenshot also shows a 'Solve' button and a status bar at the bottom with 'Iteration 0' and 'Objective Value = 0.000000'."/>

Gambar 4.1 Input dari Pemecahan Maksimisasi

Eksekusi program, menghasilkan *output* seperti yang disajikan dalam Tabel 4.2. Gambar itu menyajikan iterasi sampai dicapai hasil optimal. Perbedaan dengan nilai-nilai dalam Tabel 4.1b sampai Tabel 4.1d adalah karena dalam Tabel 4.2 tidak dimasukkan nilai M untuk *artificial variable*.

Nilai M tidak dapat dibaca oleh komputer, kecuali jika diganti dengan angka tertentu. Tetapi hasil akhir adalah sama.

Tabel 4.2 Nilai-Nilai Sesuai Proses Iterasi

(untitled) Solution								
Cj	Basic Variables	X1	X2	A1	A2	S2	S3	Quantity
		6	2.5	0	0	0	0	
Iteration 1								
0	A1	20	10	1	0	0	0	300,000
0	A2	0	1	0	1	-1	0	10,000
0	S3	2	-1	0	0	0	1	5,000
	zj	-14	-8.5	0	0	1	0	310,000
	cj-zj	20	11	0	0	-1	0	
Iteration 2								
0	A1	0	20	1	0	0	-10	250,000
0	A2	0	1	0	1	-1	0	10,000
6	X1	1	-0.5	0	0	0	0.5	2,500
	zj	6	-18.5	0	0	1	10	260,000
	cj-zj	0	21	0	0	-1	-10	
Iteration 3								
0	A1	0	0	1	-20	20	-10	50,000
2.5	X2	0	1	0	1	-1	0	10,000
6	X1	1	0	0	0.5	-0.5	0.5	7,500
	zj	6	2.5	0	21	-20	10	50,000
	cj-zj	0	0	0	-21	20	-10	
Iteration 4								
0	S2	0	0	0.05	-1	1	-0.5	2,500
2.5	X2	0	1	0.05	0	0	-0.5	12,500
6	X1	1	0	0.025	0	0	0.25	8,750
	zj	6	2.5	1	1	0	0	0
	cj-zj	0	0	-1	-1	0	0	

Iteration 5								
0	S2	0	0	0.05	-1	1	-0.5	2,500
2.5	X2	0	1	0.05	0	0	-0.5	12,500
6	X1	1	0	0.025	0	0	0.25	8,750
	zj	6	2.5	.275	0	0	.25	83,750
	cj-zj	0	0	-0.275	0	0	-0.25	

Created by POM-QM for Windows



Gambar 4.2 Nilai Optimum Pemecahan Maksimisasi

B. PROGRAM DUALITY

Dalam program *duality* terdapat prinsip atau pernyataan: jika tersedia sumber daya perusahaan atau organisasi untuk setiap jenis pembatas atau kendala sebesar b_i , kemudian digunakan untuk menghasilkan keluaran Y_j dengan kontribusi satuan c_j , maka berapakah kombinasi keluaran sebaik-baiknya atau optimal sehingga kontribusi C' adalah maksimum.

$$\text{Maksimumkan } C' = \sum_{j=1}^n b_j Y_j$$

Dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} Y_j \leq c_j$$

Dengan syarat ikatan:

$$Y_j \geq 0$$

Sebagai contoh aplikasi dikemukakan kasus minimisasi berikut.

$$\text{Minimumkan } C = 290X_1 + 400X_2$$

Dengan kendala :

$$2X_1 + 3X_2 \geq 65$$

$$4X_1 + 2X_2 \geq 70$$

Dengan syarat ikatan $X_j \geq 0$

Jika diselesaikan secara *primal* maka rumusan fungsi tujuan dan fungsi kendalanya sebagai berikut.

$$\text{Minimumkan } C = -290X_1 - 400X_2 + 0S_1 + 0S_2 - MA_1 - MA_2$$

Dengan kendala:

$$2X_1 + 3X_2 - 1S_1 - 0S_2 + 1A_1 + 0A_2 = 65$$

$$4X_1 + 2X_2 - 0S_1 - 1S_2 + 0A_1 + 1A_2 = 70$$

Dengan syarat ikatan $X_j \geq 0$

Tabel 4.3 Tabel Analisis Tahap Awal (Inisial)

C _i	Mix	Q	-290	-400	0	0	-M	-M	Rasio
			X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	A ₁	A ₂	
-M	A ₁	65	2	3	-1	0	1	0	-
-M	A ₂	70	4	2	0	-1	0	1	-
Z ₁									
Z ₁ - C _j		-135M	-6M	-5M	M	M	-M	-M	
			-6M+290	-5M+400	M	M	0	0	

Jika diselesaikan dengan cara *duality* maka rumusan fungsi tujuan dan fungsi kendalanya sebagai berikut.

1. Fungsi tujuan *duality* disusun dari nilai sisi kanan (bj) dari fungsi kendala program *primal*. Sesuai contoh di atas maka fungsi tujuannya adalah: maksimumkan $C' = 65Y_1 + 70Y_2$
2. Nilai sisi kanan fungsi kendala *duality* diturunkan dari koefisien fungsi tujuan minimisasi program *primal*.

3. Koefisien fungsi kendala *duality* diturunkan diturunkan dari koefisien fungsi kendala program *primal* dengan cara *inverse*, yaitu dari kolom menjadi baris. Sesuai contoh di atas diperoleh fungsi kendala *duality*:

Dengan kendala :

$$2Y_1 + 4Y_2 \leq 290$$

$$3Y_1 + 2Y_2 \leq 400$$

Dengan syarat ikatan $Y_i \geq 0$

Berdasarkan rumusan fungsi tujuan dan fungsi kendala di atas selanjutnya disusun rumusan fungsi yang sesuai untuk program simpleks.

$$\text{Maksimumkan } C^* = 65Y_1 + 70Y_2 + 0t_1 + 0t_2$$

Dengan kendala:

$$2Y_1 + 4Y_2 + 1t_1 + 0t_2 = 290$$

$$3Y_1 + 2Y_2 + 0t_1 + 1t_2 = 400$$

Dengan syarat ikatan : $Y_i \geq 0$

Langkah pertama:

Rumusan fungsi itu kemudian dimasukkan tabel analisis secara bersesuaian.

Tabel 4.4a Tabel Analisis Pertama Pemecahan *Duality*

C_j	Mix	Q	65	70	0	0	Rasio
			Y_1	Y_2	t_1	t_2	
0	t_1	290	2	4	1	0	72.5
0	t_2	400	3	2	0	1	200
$Z_j - C_j$		0	0	-70	0	0	

Dari Tabel 4.4a terlihat bahwa pada baris identitas $Z_j - C_j$ terdapat dua unsur yang bertanda minus, yaitu -65 dan -70. Unsur dengan nilai mutlak terbesar ialah -70 pada kolom Y_2 . Dengan demikian, kolom kunci ialah kolom Y_2 . Selanjutnya, dicari rasio baris, yaitu nilai sisi kanan pada kolom Q dibagi dengan unsur kolom kunci secara bersesuaian dan diperoleh 72.5 dan 200. Nilai terkecil ialah 72.5 pada baris t_1 . Oleh karena itu, baris t_1 adalah Baris Kunci.

Baris yang dipindahkan pertama ialah baris t_1 setelah diganti lambang barisnya dengan Y_2

$$Y_2 = (\text{Baris } t_1) : (\text{Angka kunci})$$

Angka kunci baris $t_1 = 4$

Dengan memakai metode iterasi baris maka baris-baris baru adalah sebagai berikut.

Lembar kerja:

Uraian	Q	Y_1	Y_2	t_1	t_2
Baris $t_1 : 4$	290/4	2/4	4/4	1/4	0/4
Baris Y_2	72.5	0.5	1	0.25	0

Baris t_2 yang baru sebagai berikut.

Baris t_2 yang baru = (Baris t_2 yang lama) - (Angka kunci) x (Baris Y_2)

Angka kunci baris $t_2 = 2$ **Lembar kerja:**

Uraian	Q	Y_1	Y_2	t_1	t_2
Baris t_2 yang lama	400	3	2	0	1
2 x Baris Y_2	2(72.5)	2(0.5)	2(1)	2(0.25)	2(0)
Baris t_2 yang baru	255	2	0	-0.5	1

Langkah kedua:

Nilai yang diperoleh dimasukkan ke tabel analisis kedua, yaitu Tabel 4.4b.

Tabel 4.4b Tabel Analisis Kedua Pemecahan *Duality*

C_j	Mix	Q	85	70	0	0	Rasio
			Y_1	Y_2	t_1	t_2	
70	Y_1	72.5	0.5	1	0.25	0	145
0	t_2	255	2	0	-0.5	1	127.5
Z_j			35	70	17.5	0	
$Z_j - C_j$		5.075	-30	0	17.5	0	

Dari Tabel 4.4b terlihat bahwa pada baris identitas $Z_j - C_j$ masih ada yang bertanda minus, yaitu -30 pada kolom Y_1 . Dengan demikian, kolom kunci ialah kolom Y_1 . Dengan cara yang sama pada proses yang lalu, dicari rasio baris dan yang terkecil ialah 127.5 pada baris t_2 . Oleh karena itu, baris t_2 adalah baris kunci. Baris yang dipindahkan pertama ialah baris t_2 setelah terlebih dahulu diganti dengan lambang kolom kunci Y_1 . Baris $Y_1 =$ baris t_2 dibagi dengan angka kunci; dan angka kunci = 2.

Lembar kerja:

Uraian	Q	Y_1	Y_2	t_1	t_2
Baris t_1 : 2	255/2	2/2	0/2	-0.5/2	1/2
Baris Y_1 yang baru	127.5	1	0	-0.25	0.5

Selanjutnya, dicari baris Y_2 yang baru,

Baris Y_2 yang baru = (Baris Y_2 yang lama) – (Angka kunci) x (Baris Y_1)

Angka kunci baris Y_2 = 0.5

Lembar kerja:

Uraian	Q	Y_1	Y_2	t_1	t_2
Baris Y_2 yang lama	72.5	0.5	1	0.25	0
Dikurangi 0.5 x Baris Y_1	0.5(127.5)	0.5(1)	0.5(0)	0.5(-0.25)	0.5(0.5)
Baris Y_2 yang baru	8.75	0	1	3/8	-0.25

Langkah ketiga:

Nilai yang diperoleh dimasukkan ke tabel analisis ketiga, yaitu Tabel 4.4c.

Tabel 4.4c Tabel Analisis Ketiga Pemecahan *Duality*

C_j	Mix	Q	65	70	0	0	Rasio
			Y_1	Y_2	t_1	t_2	
70	Y_2	8.75	0	1	3/8	-0.25	
0	Y_1	127.5	1	0	-0.25	0.5	
Z_j		8.900	65	70	10	15	
$Z_j - C_j$			0	0	10	15	

Memerhatikan Tabel 4.4c, semua unsur baris identitas $Z_j - C_j$ telah positif. Ini berarti proses sudah tiba pada tahapan optimal.

Langkah keempat:

Tahapan ini adalah tahapan pengambilan keputusan :

Hal yang perlu diketahui lebih dahulu adalah konversi variabel *duality* ke variabel *primal*. Variabel Y_1 mewakili variable surplus S_1 dan variabel *dummy* t_1 mewakili variabel keputusan X_1 .

Hasil optimal ditunjukkan oleh matriks identitas berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_2 \\ Y_1 \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.75 \\ 127.5 \\ 8.900 \end{bmatrix}$$

Artinya:

$$Y_2 = 8.75$$

$$Y_1 = 127.5$$

$$C^* = 65(127.5) + 70(8.75) = \text{Rp}8.900$$

Hubungan antara program maksimisasi *dual* dan program minimisasi *primal* adalah sebagai berikut.

1. Nilai optimal *dual* selalu sama dengan nilai optimal *primal*. Oleh karena itu, $C^* = C = \text{Rp}8.900$.
2. Jika peubah acuan (*choice variable*) Y_1 optimal dengan besaran yang bukan 0 (*non-zero*) maka peubah *dummy* program primal S_1 harus optimal dengan 0 (*zero*). Pada contoh di atas Y_1 optimal bukan nol, tepatnya $Y_1 = 127.5$ dan $Y_2 = 8.75$. Ini berarti $S_1 = S_2 = 0$.
3. Jika peubah *dummy* program dual (t_j) optimal dengan nol maka peubah keputusan program primal X_j harus optimal bukan dengan nol (*non zero*). Pada contoh t_1 dan t_2 optimal dengan nol (karena tidak tercantum pada kolom *mix* tahap optimal). Ini berarti X_1 dan X_2 pada program *primal* harus optimal dengan nilai bukan nol. Nilai X_1 dan X_2 ditunjukkan oleh angka pada baris identitas Z_j-C_j di bawah kolom t_1 dan kolom t_2 . Dalam contoh $X_1 = 10$ dan $X_2 = 15$.

Pada nilai-nilai itu maka $C = 290X_1 + 400X_2 = 290(10) + 400(15) = \text{Rp}8.900$. Dengan demikian $C = C^*$.

Untuk membandingkan dan menguji hasil yang diperoleh ini, berikut akan disajikan penyelesaian dengan metode primal. Pemecahan dimaksud dilakukan dengan memakai iterasi baris. Sesuai dengan proses dan prosedur yang telah dikemukakan dalam pembahasan terdahulu. Pada Tabel 4.4c terlihat bahwa pada baris identitas Z_j-C_j , semua unsur sudah positif. Ini berarti proses sudah tiba pada tahapan optimal.

Hasil optimal ditunjukkan oleh matriks identitas berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_2 \\ X_1 \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 10 \\ 8.900 \end{bmatrix}$$

Dengan demikian, program minimisasi ini optimal pada bauran produk:

$$X_1 = 10 \text{ unit}$$

$$X_2 = 15 \text{ unit, dan}$$

$$C = 290(10) + 400(15) = \text{Rp}8.900$$

Tanda minus dalam tabel optimal untuk C_{\min} (dalam hal ini -8.900) sekadar hasil optimisasi adalah menunjukkan pengeluaran biaya (cost).

Tabel 4.5 Pemecahan Program Minimisasi dengan Metode *Primal*

C_i	Mik	Q	-290	-400	0	0	-M	-M	Rasio
			X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2	
-M	A_1	65	2	3	-1	0	1	0	32.5
-M	A_2	70	4	2	0	-1	0	1	17.5
Z_1									
$Z_1 - C_1$		-135M	-6M	-5M	M	M	-M	-M	
			-6M+290	-5M+400	M	M	0	0	
-M	A_1	30	0	2	-1	0.5	1	-0.5	15
-290	X_1	17.5	1	0.5	0	-0.25	0	0.25	35
Z_1									
$Z_1 - C_1$		-30M-5075	-290	-2M-145	M	-0.5M+72.5	-M	0.5M-72.5	
			0	-2M+255	M	-0.5M+72.5	0	1.5M-72.5	
-400	X_2	15	0	1	-0.5	0.25	0.5	3/8	
-290	X_1	10	1	0	0.25	-3/8	-0.25	3/8	
Z_1									
$Z_1 - C_1$		-8.900	-290	-400	127.5	8.75	-127.5	-8.75	
			0	0	127.5	8.75	M-127.5	M-8.75	

Dalam program maksimisasi tanda untuk p_{\max} adalah positif, menunjukkan bahwa hasil ialah penerimaan laba. Program optimal dengan bauran produk X_1 dan X_2 tanpa variabel *dummy* S_1 . Ini berarti X_1 dan X_2 optimal dengan hasil *non-zero* (bukan nol) sehingga variabel *dummy* program *duality*, yaitu t_1 dan t_2 harus optimal dengan nol (tidak ada dalam bauran optimal) dan syarat ini dipenuhi. Selanjutnya, S_1 dan S_2 optimal dengan hasil nol (bukan bauran produk pada tahapan optimal) sehingga Y_1 dan Y_2 harus optimal dengan hasil bukan nol (*non-zero*) dan syarat ini dipenuhi.

Baris identitas $Z_j - C_j$ program *primal*, pada tahapan optimal, menunjukkan: $X_1 = 10$ dan $X_2 = 15$ nilainya dengan di bawah kolom t_1 dan t_2 .

Di bawah kolom S_1 dan S_2 dijumpai: $S_1 = 127.5$ dan $S_2 = 8.75$ adalah sama dengan hasil optimal untuk Y_1 dan Y_2 .

$$C = 290(10) + 400(15) = \text{Rp}8.900$$

$$C^* = 65(127.5) + 70(8.75) = 8,287.50 + 612.50 = \text{Rp}8.900$$

$$C = C^* = 8.900$$

Program *dual* ini sangat bermanfaat dalam pemecahan kasus minimisasi, sebab akan lebih singkat dan lebih sedikit variabel yang dianalisis. Dalam program *duality* tidak ada variabel artifisial A_j dan umumnya program maksimisasi lebih mudah penyelesaiannya dibandingkan dengan program minimisasi.

Pemakaian nilai M untuk *artificial variable* inilah yang dimaksud *Big M Model*. Nilai M tersebut selalu lebih besar dari angka yang dipikirkan, yang ada dalam model pemecahan. Misalnya, pada tahap optimal di baris identitas $Z_j - C_j$ diperoleh nilai $M - 127.5$. Ini berarti nilai M pastilah lebih besar dari 127.5. Oleh karena itu, hasil pengurangannya pasti positif.

Kecuali untuk program maksimisasi kontribusi (maksimumkan Z) maka dalam program *duality*, minimumkan Z' justru akan memberikan pemecahan yang lebih rumit. Sehubungan dengan itu, pemecahan secara *duality analysis* lebih banyak dipakai pada pemecahan kasus minimisasi dan jarang dipakai dalam memecahkan kasus maksimisasi.

Berikut disajikan pemecahan secara *duality* dari program minimisasi. Mula-mula disajikan tampilan yang memperbandingkan model *primal* (minimisasi) dengan model *duality* (maksimisasi).

The screenshot shows two windows from a linear programming solver. The top window, titled "Primal Problem", displays the following data:

	41	45		Right Side	Optim
Minimize	290	400			
s.t.	2	4	≤	60	(17.5)
s.t.	4	2	≤	70	(8.75)
Endogenous	10	15		8900	

The bottom window, titled "Dual Problem", displays the following data:

	41	45		Right Side	Optim
Maximize	65	70			
s.t.	2	4	≥	290	
s.t.	4	2	≥	400	

Gambar 4.3 Perbandingan Model *Primal* dan *Duality*

Dalam program *duality* terlihat bahwa koefisien fungsi tujuan *primal* menjadi NSK pada *duality*. Sebaliknya, NSK *primal* menjadi koefisien fungsi tujuan *duality*. Selanjutnya, nilai baris kendala di-*transpose* dengan nilai kolom pertama pada *primal* menjadi nilai baris pertama pada *duality*, dan nilai kolom kedua pada *primal* menjadi nilai baris kedua pada *duality*.

Berdasarkan rumusan fungsi tujuan dan fungsi kendala program *duality*, angka-angka yang berkenaan dimasukkan ke dalam program POM-for-Windows. Eksekusi program menghasilkan nilai seperti yang disajikan dalam Tabel 4.6.

Tabel 4.6 Pemecahan Kasus dengan Metode *Duality*

(untitled) Solution						
Cj	Basic Variables	Y1	Y2	t1	t2	Quantity
		65	70	0	0	
Iteration 1						
0	t1	2	4	1	0	290
0	t2	3	2	0	1	400
	zj	0	0	0	0	0
	cj-zj	65	70	0	0	
Iteration 2						
70	Y2	0.5	1	0.25	0	72.5
0	t2	2	0	-0.5	1	255
	zj	35	70	17.5	0	5,075
	cj-zj	30	0	-17.5	0	
Iteration 3						
70	Y2	0	1	0.375	-0.25	8.75
65	Y1	1	0	-0.25	0.5	127.5
	zj	65	70	10	15	8,900
	cj-zj	0	0	-10	-15	

Created by POM-QM for Windows

Hasil analisis pada Tabel 4.6 memperlihatkan nilai yang sama dengan nilai yang diperoleh pada pemecahan secara manual, baik melalui solusi *primal* maupun *duality*. Di bawah kolom *slack* t_1 dan t_2 pada baris identitas menunjukkan nilai masing-masing: -10 dan -15. Tanda minus mengindikasikan

bahwa nilai tersebut adalah pengeluaran biaya. Dengan demikian, X_1 diwakili $t_1 = 10$ dan X_2 diwakili oleh $t_2 = 15$. Variabel keputusan Y_1 mewakili $S_1 = 127.5$ dan Y_2 mewakili $S_2 = 8.75$. Oleh karena nilai optimum yang diperoleh sama dengan yang terdahulu maka justifikasi tidak diulangi lagi. Cukup mencermati penjelasan yang telah dikemukakan sebelumnya.

A. KEGUNAAN ANALISIS PASCA-OPTIMAL

Analisis pasca-optimal atau *post-optimal-analysis* adalah analisis atas program linear yang dilakukan setelah pemecahan mencapai tahapan optimal, baik pada pemecahan kasus maksimisasi maupun pemecahan minimisasi. Analisis ini dilakukan dengan maksud untuk mengurangi atau meniadakan perhitungan ulangan, apabila salah satu atau beberapa koefisien program mengalami perubahan. Di samping itu, analisis pasca-optimal ini berguna untuk memeriksa kecermatan perhitungan, meliputi nilai bauran optimal, Nilai Sisi Kanan (NSK), dan nilai kontribusi maksimum atau biaya minimum.

Dari analisis pasca-optimal ini sekaligus diperoleh informasi yang berguna untuk merumuskan perencanaan operasi di masa mendatang, dan juga jangkau (batas bawah dan batas atas) NSK berdasarkan hasil optimal yang diperoleh. Sehubungan dengan itu, analisis program linear baru akan lengkap jika analisisnya dilengkapi pula dengan analisis pasca-optimal.

B. MENILAI KEABSAHAN HASIL OPTIMAL

Hasil optimal yang dapat diperiksa validitasnya melalui analisis pasca-optimal ini mencakup keabsahan NSK, matriks dari bauran produk optimal, nilai kontribusi maksimum atau biaya minimum, serta nilai baris indeks di bawah kolom peubah *dummy* (*the shadow price*).

1. Memeriksa Keabsahan Nilai Bauran Hasil Optimal

Dari Tabel 3.5d dalam Bab III (lihat halaman 60), pemecahan maksimisasi kontribusi (dengan melalui proses iterasi kolom), memperlihatkan hasil optimal berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ S_3 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 144 \\ 52 \\ 128 \end{bmatrix}$$

Matriks optimal peubah *dummy* S_j adalah sebagai berikut.

$$S_1 \quad S_2 \quad S_3$$

$$\begin{bmatrix} -0.6 & 1.6 & 0 \\ -0.8 & 0.8 & 1 \\ 0.8 & -0.8 & 0 \end{bmatrix}$$

Melalui operasi analisis pasca-optimal:

Matriks peubah *dummy* x Vektor kolom NSK inisial = Hasil optimal NSK inisial ialah NSK fungsi kendala program.

$$\begin{bmatrix} -0.6 & 1.6 & 0 \\ -0.8 & 0.8 & 1 \\ 0.8 & -0.8 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 400 \\ 240 \\ 180 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 144 \\ 52 \\ 128 \end{bmatrix}$$

Operasi mendapatkan hasil optimal dimaksud adalah sebagai berikut.

$$(a) -0.6(400) + 1.6(240) + 0(180) = -240 + 384 + 0 = 144$$

$$(b) -0.8(400) + 0.8(240) + 1(180) = -320 + 192 + 180 = 52$$

$$(c) -0.8(400) + 0.8(240) + 0(180) = 320 - 192 + 0 = 128$$

Hasil yang diperoleh sama dengan nilai optimal Tabel 3.5d yang telah dikemukakan di atas. Ini berarti perhitungan mendapatkan nilai optimal bauran produk dimaksud telah memenuhi syarat kecermatan. Sehubungan dengan itu, nilai yang diperoleh sudah dapat diterima pada tingkat keyakinan seratus persen memenuhi syarat.

2. Memeriksa Keabsahan Matriks Identitas Tahap Optimal

Untuk memeriksa keabsahan matriks identitas tahapan pemecahan optimal dipergunakan operasi perkalian berikut.

Matrks Peubah Dummy Optimal x Matrks Inisial Bauran Optimal

Bauran produk pada tahapan optimal menurut Tabel 3.5d adalah (X_1, S_1, X_2) dan matrks inisial yang dimaksud ialah pada tabel inisial, dalam hal ini Tabel 3.5a (lihat halaman 54).

$$\begin{array}{l} \text{Peubah dummy} \\ \text{optimal} \end{array} \begin{array}{l} \text{Matrks inisial} \\ \text{bauran optimal} \end{array} \\ \begin{array}{l} S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad X_1 \quad S_4 \quad X_2 \end{array} \quad \text{Hasil optimal}$$
$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 0.6 & 1.6 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0.8 & 0.8 & 1 & 1 & 0 & 0.75 \\ 0.8 & 0.8 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & & & X1 \\ 0 & 1 & 0 & & & S3 \\ 0 & 0 & 1 & & & X2 \end{array} \right]$$

Operasi untuk mendapatkan hasil dimaksud adalah sebagai berikut.

- Kolom pertama hasil optimal.
 $-0.6(1) + 1.6(1) + 0(0) = -0.6 + 1.6 + 0 = 1$
 $-0.8(1) + 0.8(1) + 1(0) = -0.8 + 0.8 + 0 = 0$
 $0.8(1) - 0.8(1) + 0(0) = 0.8 - 0.8 + 0 = 0$
- Kolom kedua hasil optimal
 $-0.6(1) + 1.6(0) + 0(1) = 0 + 0 + 0 = 0$
 $-0.8(0) + 0.8(0) + 1(1) = 0 + 0 + 1 = 1$
 $0.8(0) - 0.8(0) + 0(1) = 0 + 0 + 0 = 0$
- Kolom ketiga hasil optimal.
 $-0.6(2) + 1.6(0.75) + 0(1) = 1.2 + 1.2 + 0 = 0$
 $-0.8(2) + 0.8(0.75) + 1(1) = -1.6 + 0.6 + 1 = 0$
 $0.8(2) - 0.8(0.75) + 0(1) = 1.6 - 0.6 + 0 = 1$

Hasil operasi perkalian di atas memperlihatkan hasil yang sesuai dengan hasil optimal, yaitu menghasilkan matrks identitas optimal. Dengan demikian, perhitungan memperlihatkan kecermatan.

3. Memeriksa Keabsahan Hasil Optimal

Hasil optimal dimaksud ialah kontribusi maksimum (π_{maks}) pada program maksimisasi dan biaya minimum (C_{min}) pada program minimisasi biaya. Menurut Tabel 3.5d (lihat halaman 60), kontribusi maksimum adalah Rp6.720.000.

Hasil dapat diperoleh melalui operasi berikut.

C_j optimal x Matriks Peubah *Dummy* x NSK Fungsi Kendala

C_j = transpose dari vektor kolom C_j tahapan optimal

$$C_j \text{ optimal} = \begin{bmatrix} 20.000 \\ 0 \\ 30000 \end{bmatrix} \text{ sehingga } C_j = [20.000 \ 0 \ 30.000]$$

Matriks peubah *dummy* tahap optimal dan NSK fungsi kendala telah disajikan di muka, dan operasi perkaliannya adalah berikut ini.

$$\begin{bmatrix} 20.000 & 0 & 30.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.6 & 1.6 & 0 \\ -0.8 & 0.8 & 1 \\ 0.8 & -0.8 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 400 \\ 240 \\ 180 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 12.000 & 8.000 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 400 \\ 240 \\ 180 \end{bmatrix} = 6.720.000$$

Hasil di atas diperoleh dari operasi:

$$20.000(-0.6) - 0(0.8) + 30.000(0.8) = 12.000$$

$$20.000(1.6) + 0(0.8) + 30.000(-0.8) = 8.000$$

$$20.000(0) - 0(1) + 30.000(0) = 0$$

$$\pi_{\text{maks}} = 12.000(400) + 8.000(240) + 0(180) = \text{Rp}6.720.000$$

Operasi menunjukkan, hasil yang diperoleh adalah sama dengan kontribusi maksimum yang tercantum dalam Tabel 3.5d. Dengan demikian, nilai optimal yang diperoleh tersebut memperlihatkan hasil yang cermat.

Untuk program minimisasi biaya seperti tersebut dalam Tabel 3.8d (lihat

halaman 73), vektor kolom C optimal adalah $\begin{bmatrix} 0 \\ -80 \\ -150 \end{bmatrix}$ sehingga $C_j = [0 \ -80$

$-150]$ dan matriks peubah *dummy* pada tahapan optimal adalah sebagai berikut.

$$A_1 \ S_1 \ A_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \text{ vector kolom NSK adalah } \begin{bmatrix} 40 \\ 12 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Operasi mendapatkan nilai C_{min} adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 [0 \quad -80 \quad -150] & \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 40 \\ 12 \\ 10 \end{bmatrix} = \\
 [-150 \quad 70 \quad 0] & \begin{bmatrix} 40 \\ 12 \\ 10 \end{bmatrix} = -150(40) + 70(12) + 0(10) = -Rp5.160
 \end{aligned}$$

Hasil yang diperoleh juga menunjukkan hasil yang sama dengan hasil optimal Tabel 3.8d.

4. Harga Bayangan (*Shadow Price*) Program Optimisasi

Harga bayangan atau *shadow price* merupakan himpunan nilai-nilai optimal program linear, yang menunjukkan skedul penambahan biaya variabel sekarang ini untuk menambah satu satuan masukan yang menentukan (pada program minimisasi biaya), dan menunjukkan skedul pertambahan kontribusi sekarang ini apabila masukan langka yang menentukan ditambah satu satuan (pada program maksimisasi kontribusi).

Harga bayangan dimaksud ditunjukkan oleh nilai-nilai baris identitas $Z_j - C_j$ tabel optimal di bawah peubah *dummy* S_j , baik pada program maksimisasi maupun program minimisasi simpleks. Pada program maksimisasi, hasil optimal menurut Tabel 3.6d (lihat halaman 66), baris identitas $Z_j - C_j$ memperlihatkan harga bayangan [12.000 8.000 0].

Nilai bayangan dimaksud dapat dicari melalui operasi berikut:

C'_j optimal x Matriks Peubah *Dummy* Optimal

Pada pembahasan di atas $C'_j = [20.000 \quad 0 \quad 30.000]$ sehingga:

$$[20.000 \quad 0 \quad 30.000] \begin{bmatrix} -0.6 & 1.6 & 0 \\ -0.8 & 0.8 & 1 \\ 0.8 & -0.8 & 0 \end{bmatrix} = [20.000 \quad 8.000 \quad 0]$$

Dihubungkan dengan operasi uji keabsahan kontribusi maksimum, ternyata apabila:

$$[12.000 \quad 8.000 \quad 0] \begin{bmatrix} 400 \\ 240 \\ 180 \end{bmatrix} = \text{Rp}6.720.00$$

Harga Bayangan x NSK Fungsi Kendala = Kontribusi Maksimum Program Linear

5. Menaksir Jangkau Nilai

Analisis jangkau nilai ini dipakai untuk menaksir jangkau nilai apabila salah satu atau beberapa unsur program simpleks mengalami perubahan. Misalnya, NSK bertambah atau berkurang, kontribusi unit bertambah atau berkurang, dan sebagainya. Agar program tetap memberikan hasil optimum maka jangkau nilai perubahan harus diketahui.

Apabila perubahan dilakukan dan perubahan itu masih dalam batas-batas jangkau nilai optimum maka hasil yang diperoleh masih akan memberikan tingkat optimum seperti sedia kala (efisiensi tidak berubah). Tetapi apabila perubahan berada di luar jangkau optimal dimaksud maka hasilnya tidak selaras lagi dengan hasil optimal yang pertama.

Sehubungan dengan hal itu maka jangkau nilai-nilai optimal perlu diketahui, baik untuk NSK fungsi kendala, kontribusi unit, ataupun biaya variabel unit. Perhitungan jangkau nilai ini lazim pula disebut analisis sensitivitas atau *sensitivity analysis*.

a. Jangkau Kontribusi

Jangkau kontribusi perlu diketahui, terutama dalam hubungan dengan kebijakan peninjauan harga jual. Dewasa ini, era kehidupan lebih dikenal dengan era globalisasi yang ditandai oleh kebebasan mengalirnya masukan dan keluaran dari suatu negara ke negara lain. Sehubungan dengan itu, persaingan antara produk yang dihasilkan di dalam negeri menjadi semakin tajam, karena selain bersaing antara produk domestik, juga harus menghadapi persaingan dengan produk di luar negeri. Oleh karena itu, setiap produsen atau pemasar perlu mengetahui batas-batas yang mungkin dalam memodifikasi harga jual produknya. Jika harus diturunkan, sampai berapa besar penurunan

yang mungkin yang tidak merugikan. Jika memungkinkan untuk dinaikkan, seberapa besar peningkatan yang memungkinkan sehingga tetap berada pada batas-batas optimal. Menarik contoh terdahulu, **kontribusi X_1 adalah Rp20.000 dan X_2 adalah Rp30.000**. Misalnya, kontribusi unit X_1 bukan lagi Rp20.000, tetapi C_1 dan kontribusi unit X_2 bukan lagi Rp30.000 tetapi C_2 , maka perubahan itu menghasilkan jangkauan nilai berikut.

1) Jangkauan Kontribusi X_1

Jangkauan kontribusi tersebut dihitung dengan operasi:

C_1 x Matriks Peubah *Dummy* Optimal

$$[C_1 \quad 0 \quad 30.000] \begin{bmatrix} -0.6 & 1.60 & 0 \\ -0.8 & 0.80 & 1 \\ 0.8 & -0.8 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.6C_1 + 24.000 \\ 1.6C_1 - 24.000 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Kontribusi selalu diisyaratkan positif maka:

$-0.6C_1 + 24.000 \geq 0$; dikali dengan (-1) sehingga diperoleh:

$0.6C_1 - 24.000 \leq 0$ dan $C_1 \leq 24.000/0.6$ atau $C_1 \leq 40.000$

$1.6C_1 - 24.000 \geq 0$

$1.6C_1 \geq 24.000$ sehingga $C_1 \geq 15.000$

2) Jangkauan Kontribusi X_2

Dengan proses seperti di atas diperoleh:

$$[20.000 \quad 0 \quad C_2] \begin{bmatrix} -0.6 & 1.60 & 0 \\ -0.8 & 0.80 & 1 \\ 0.8 & -0.8 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12.000 + 0.8C_2 \\ 32.000 - 0.8C_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dengan syarat hasil harus positif maka:

$-12.000 + 0.8C_2 \geq 0$, sehingga $0.8C_2 \geq 12.000$ atau $C_2 \geq 15.000$

$32.000 - 0.8C_2 \geq 0$; dikali dengan (-1) sehingga diperoleh:

$-32.000 + 0.8C_2 \leq 0$, atau $C_2 \leq 40.000$

Dari hasil perhitungan di atas diperoleh jangkauan untuk C_1 dan C_2 , yaitu:

$15.000 \leq C_1 \leq 40.000$

dan:

$15.000 \leq C_2 \leq 40.000$

Hasil di atas menunjukkan bahwa jangkau kontribusi untuk X_1 dan X_2 adalah sama. Pada perhitungan kombinasi optimal di atas, kontribusi X_1 adalah Rp20.000 (mendekati batas bawah) dan kontribusi X_2 adalah Rp30.000 (mendekati batas atas).

Dengan informasi jangkau tersebut maka manajemen dapat merumuskan kebijaksanaan harga yang baru, misalnya menaikkan harga jual X_1 (jika memungkinkan). Andaikan biaya variabel satuan produk X_1 adalah Rp50.000 dan diinginkan kontribusi Rp30.000 per unit maka harga jual X_1 yang baru adalah Rp80.000 (sebelumnya sesuai contoh Rp70.000). Untuk X_2 misalkan dirasakan terlalu mahal sehingga perlu menurunkan kontribusi menjadi hanya Rp25.000. Jika biaya variabel satuan Rp60.000 maka harga jual baru adalah Rp85.000 (sebelumnya Rp90.000).

Implementasi hasil analisis jangkau dimaksud dapat dibuktikan pada pemecahan optimisasi dengan kontribusi unit X_1 dan X_2 masing-masing Rp15.000 (batas bawah jangkau). Dibandingkan dengan kontribusi unit X_1 dan X_2 masing-masing Rp40.000 (batas atas jangkau) dan kontribusi unit X_1 dan X_2 masing-masing Rp30.000 dan Rp25.000 (dalam batas jangkau).

Hasil optimum yang dicapai dari pemecahan tetap sama. Lihat hasil optimum dari Tabel 5.1 sewaktu kontribusi unit X_1 dan X_2 masing-masing Rp15.000. Bauran optimal ialah $X_1 = 144$ unit, $X_2 = 128$ unit, dan $S_1 = 52$ unit. Kontribusi optimum = Rp4,080,000.

Tetapi apabila dalam analisis pasar, harga produk dapat dinaikkan sehingga kontribusi unit X_1 dan X_2 masing-masing Rp40.000. Hasil optimalnya sama. Bauran keluaran optimal tetap sama (Lihat Tabel 5.2 halaman 109). Bauran optimal tersebut adalah: $X_1 = 144$ unit, $X_2 = 128$ unit, dan $S_1 = 52$ unit. Kontribusi optimum meningkat drastis menjadi sebesar Rp10.880.000. Terlihat dengan menaikkan harga, kontribusi juga naik sehingga profit yang diperoleh meningkat sekitar 166.67 persen. Peningkatan tersebut sejalan dengan peningkatan harga dan kontribusi juga sebesar 167.67 persen.

Tabel 5.1 Pemecahan untuk Kontribusi Unit X_1 dan X_2 Masing-Masing Rp15.000

(untitled) Solution							
Cj	Basic Variables	15000	15000	0	0	0	Quantity
		X1	X2	S1	S2	S3	
Iteration 1							
0	S1	1	2	1	0	0	400
0	S2	1	0.75	0	1	0	240
0	S3	0	1	0	0	1	180
	zj	0	0	0	0	0	0
	cj-zj	15,000	15,000	0	0	0	
Iteration 2							
0	S1	0	1.25	1	-1	0	160
15000	X1	1	0.75	0	1	0	240
0	S3	0	1	0	0	1	180
	zj	15000	11250	0	15000	0	3,600,000
	cj-zj	0	3,750	0	-15,000	0	
Iteration 3							
15000	X2	0	1	0.8	-0.8	0	128
15000	X1	1	0	-0.6	1.6	0	144
0	S3	0	0	-0.8	0.8	1	52
	zj	15000	15000	3000	12000	0	4,080,000
	cj-zj	0	0	-3,000	-12,000	0	

Created by POM-QM for Windows

Dalam Tabel 5.2 hasil optimum yang diperoleh dalam nilai bauran produk optimal sama dengan Tabel 5.1. Ini terjadi karena tingkat efisiensi tidak berubah. Hal ini ditunjukkan dengan tidak berubahnya nilai-nilai koefisien fungsi kendala. Skedul ekspansi pada koefisien kendala yang sama menunjukkan bahwa ekspansi yang bersangkutan dilangsungkan pada tingkat efisiensi yang sama. Perubahan hanya dijumpai pada nilai kontribusi (profit) yang maksimum serta nilai harga bayangan (*the shadow price*). Pada waktu kontribusi Rp15.000, harga bayangan dari $S_1 = 3.000$ dan $S_2 = 12.000$. Tetapi sewaktu kontribusi dinaikkan menjadi masing-masing Rp40.000 maka harga bayangan berubah menjadi: $S_1 = 8.000$ dan $S_2 = 32.000$. Nilainya berbeda tetapi kenaikannya sama, yaitu naik masing-masing 166.67 persen.

Tabel 5.2 Pemecahan untuk Kontribusi Unit X_1 dan X_2 Masing-Masing Rp40.000

(untitled) Solution							
Cj	Basic Variables	40000	40000	0	0	0	Quantity
		X1	X2	S1	S2	S3	
Iteration 1							
0	S1	1	2	1	0	0	400
0	S2	1	0.75	0	1	0	240
0	S3	0	1	0	0	1	180
	zj	0	0	0	0	0	0
	cj-zj	40,000	40,000	0	0	0	
Iteration 2							
0	S1	0	1.25	1	-1	0	160
40000	X1	1	0.75	0	1	0	240
0	S3	0	1	0	0	1	180
	zj	40000	30000	0	40000	0	9,600,000
	cj-zj	0	10,000	0	-40,000	0	
Iteration 3							
40000	X2	0	1	0.8	-0.8	0	128
40000	X1	1	0	-0.6	1.6	0	144
0	S3	0	0	-0.8	0.8	1	52
	zj	40000	40000	8000	32000	0	10,880,000
	cj-zj	0	0	-8,000	-32,000	0	

Created by POM-QM for Windows

Dalam Tabel 5.3 dikemukakan perubahan kebijakan, yaitu kontribusi produk X_1 dinaikkan menjadi Rp30.000 (dinaikkan 100 persen dari sebelumnya Rp15.000) dan kontribusi produk X_2 dinaikkan menjadi Rp25.000 (dinaikkan sekitar 66.67 persen dari sebelumnya Rp15.000). Pemecahan optimum dengan bauran produk yang tetap sama, yaitu: $X_1 = 144$ unit, $X_2 = 128$ unit dan $S_3 = 52$ unit.

Akibat kebijakan itu maka kontribusi optimum menjadi Rp7.520.000 atau naik sekitar 84.31 persen terhadap nilai Tabel 5.1, tetapi lebih kecil dari nilai Tabel 5.3, yaitu berkurang sekitar 30.88 persen.

Tabel 5.3 Pemecahan untuk Kontribusi Unit X_1 dan X_2 Masing-Masing Rp30.000 dan Rp25.000

(untitled) Solution							
Cj	Basic Variables	30000	25000	0	0	0	Quantity
		X1	X2	S1	S2	S3	
Iteration 1							
0	S1	1	2	1	0	0	400
0	S2	1	0.75	0	1	0	240
0	S3	0	1	0	0	1	180
	zj	0	0	0	0	0	0
	cj-zj	30,000	25,000	0	0	0	
Iteration 2							
0	S1	0	1.25	1	-1	0	160
30000	X1	1	0.75	0	1	0	240
0	S3	0	1	0	0	1	180
	zj	30000	22500	0	30000	0	7,200,000
	cj-zj	0	2,500	0	-30,000	0	
Iteration 3							
25000	X2	0	1	0.8	-0.8	0	128
30000	X1	1	0	-0.6	1.6	0	144
0	S3	0	0	-0.8	0.8	1	52
	zj	30000	25000	2000	28000	0	7,520,000
	cj-zj	0	0	-2,000	-28,000	0	

Created by POM-QM for Windows

Dari operasi maksimisasi dengan Program POM-for-Windows tersebut, proses itu menunjukkan sepanjang perubahan kontribusi dalam jangkauan nilai optimum tersebut maka *product mix optimum* juga tidak mengalami perubahan dengan catatan, NSK, koefisien fungsi kendala, dan faktor lainnya tetap konstan (*ceteris paribus*).

b. Jangkauan Nilai Sisi Kanan (NSK) Fungsi Kendala

Dalam usaha mencapai kombinasi yang tetap optimal, dalam berbagai skala produksi maka manajemen perlu mengetahui alokasi sumber daya yang mampu memikul pencapaian sasaran optimal dimaksud. Informasi yang

relevan dengan tujuan itu ialah informasi jangkauan sumber daya yang dinyatakan dengan NSK fungsi kendala.

Jangkauan dimaksud diperoleh dengan mengalikan *transpose* NSK dengan *transpose* matriks peubah *dummy* pada iterasi tahapan optimal.

Dengan mengangkat contoh yang telah dikemukakan diperoleh:

$$[400 \quad 240 \quad 180] \begin{bmatrix} -0.6 & -0.8 & 0.8 \\ 1.6 & 0.8 & -0.8 \\ 0.8 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Misalkan, NSK kendala pertama bukan 400 tetapi b_1 maka:

$$[b_1 \quad 240 \quad 180] \begin{bmatrix} -0.6 & -0.8 & 0.8 \\ 1.6 & 0.8 & -0.8 \\ 0.8 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.6b_1 + 384 \\ -0.8b_1 + 372 \\ -0.8b_1 - 192 \end{bmatrix}$$

Dengan syarat ikatan harus positif (*non-negative condition*), diperoleh:

$$-0.6b_1 + 384 \geq 0; \text{ dikali dengan } (-1), \text{ diperoleh}$$

$$0.6b_1 - 384 \leq \text{ atau } b_1 \leq 640$$

dan:

$$-0.8b_1 + 372 \geq 0; \text{ dikali dengan } (-1), \text{ diperoleh}$$

$$0.8b_1 - 372 \leq 0, \text{ atau } b_1 \leq 465$$

dan:

$$0.8b_1 - 192 \geq 0; \text{ atau } 0.8b_1 \geq 192 \text{ sehingga } b_1 \geq 240$$

Pada proses pemecahan di atas terlihat bahwa batas atas NSK kendala pertama ada dua, yaitu 465 dan 640. Dikaitkan dengan prinsip ekonomi bahwa hasil tertentu harus dicapai dengan korban minimum maka nilai batas atas NSK fungsi kendala yang memenuhi syarat ialah yang terkecil, yaitu 465 (batas atas) dan batas bawahnya sesuai perhitungan di muka ialah 240.

Dengan demikian, jangkauan NSK fungsi kendala pertama adalah:

$$240 \leq b_1 \leq 465$$

Selanjutnya, diandaikan NSK kendala kedua bukan 240 tetapi adalah b_2 maka jangkauan nilainya sebagai berikut.

$$[400 \quad b_2 \quad 180] \begin{bmatrix} -0.6 & -0.8 & 0.8 \\ 1.6 & 0.8 & -0.8 \\ 0.8 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -240 + 1.6b_2 + 0 \\ -320 + 0.8b_2 + 180 \\ 320 + 0.8b_2 + 0 \end{bmatrix}$$

Dengan syarat ikatan harus positif, diperoleh:

$$-240 + 1.6b_2 + 0 \geq 0 \text{ atau } 1.6b_2 \geq 240 \text{ atau } b_2 \geq \mathbf{150}$$

dan :

$$-320 + 0.8b_2 + 180 \geq 0 \text{ atau } 0.8b_2 \geq 140 \text{ sehingga } b_2 \geq \mathbf{175}$$

dan :

$$320 - 0.8b_2 \geq 0; \text{ dikali dengan } (-1); \text{ diperoleh } 0.8b_2 - 320 \leq 0$$

$$\text{atau } b_2 \leq \mathbf{400}$$

Jangkau NSK kendala kedua adalah $\mathbf{175 \leq b_2 \leq 400}$

Pada kasus ini, batas bawah juga ada dua buah, yaitu 150 dan 175. Batas bawah yang memenuhi syarat ialah yang terbesar, yaitu 175 (kebalikan dari batas atas). Selanjutnya, jika NSK fungsi kendala ketiga bukan 180 tetapi b_3 maka:

$$[400 \quad 240 \quad b_3] \begin{bmatrix} -0.6 & -0.8 & 0.8 \\ 1.6 & 0.8 & -0.8 \\ 0.8 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -240 + 640 + 0b_3 \\ -320 + 192 + b_3 \\ 320 + 192 + 0b_3 \end{bmatrix}$$

Dengan *non-negative conditions* diperoleh:

$$-240 + 640 + 0b_3 \geq 0, \text{ sehingga } 400 + 0b_3 \geq 0 \text{ sehingga } b_3 \geq \infty$$

dan :

$$-320 + 192 + b_3 \geq 0, \text{ sehingga } -128 + b_3 \geq 0 \text{ sehingga } b_3 \geq 128$$

dan :

$$320 - 192 + b_3 \geq 0, \text{ sehingga } 128 + 0b_3 \geq 0 \text{ sehingga } b_3 \geq \infty$$

Dengan hasil di atas berarti, kendala ketiga ini hanya memiliki batas bawah NSK yang terdefinisi, yaitu 128 sedang batas atasnya adalah ∞ .

Jangkaunya adalah : $\mathbf{128 \leq b_3 \leq \infty}$

Jangkau batas bawah dan batas atas NSK fungsi kendala dapat pula dicari dengan mempergunakan angka-angka tabel optimal, seperti dalam Tabel 5.4.

Tabel 5.4 Perhitungan untuk Mendapatkan Jangkau NSK Kendala Simpleks

MIX	Q	S_1	S_2	S_3	Q/S_1	Q/S_2	Q/S_3
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(2):(3)	(2):(4)	(2):(5)
X_1	144	-0.6	1.6	0	-240	90	-
S_2	52	-0.8	0.8	1	-65	65	52
X_2	128	0.8	-0.8	0	160	-160	-
Hasil bagi kebalikan, (Hasil pertama) x (-1)					240	-90	-
					65	-65	-52
					-160	160	-

Sehubungan dengan Tabel 5.4 di atas, dijelaskan bahwa kendala satu diwakili oleh variabel stock S_1 , kendala dua oleh S_2 dan kendala tiga oleh S_3 . Hasil bagi Q_1 dengan S_1 ada dua kelompok, yaitu hasil bagi semula (pertama) dan hasil bagi kebalikan. Hasil bagi pertama adalah angka untuk batas bawah, sedang hasil bagi kebalikan adalah untuk batas atas.

Pada kolom hasil bagi unsur Q dengan unsur S_1 terdapat satu angka bertanda positif, atau memenuhi syarat *non-negative outcome*, adalah **160**. Nilai Sisi Kanan (NSK) kendala pertama (sesuai tabel inisial) adalah 400 sehingga **batas bawah** adalah $400 - 160 = 240$. Selanjutnya, pada hasil bagi kebalikan terdapat dua angka positif, yaitu 90 dan 65. Pilihan untuk batas atas adalah $400 + 90 = 490$ dan $400 + 65 = 465$. Sejalan dengan prinsip ekonomi, maka batas atas yang memenuhi syarat adalah alternatif NSK terkecil, yaitu 465.

Jangkau adalah: $240 \leq b_1 \leq 465$

Selanjutnya, pada kolom hasil bagi Q/S_2 , hasil pertama yang positif adalah 90 dan 65. NSK kendala kedua (menurut tabel inisial adalah 240) sehingga alternatif batas bawah adalah $240 - 90 = 150$ dan $240 - 65 = 175$. Alternatif batas bawah yang memenuhi syarat ialah yang terbesar, dalam hal ini **175**. Selanjutnya, pada hasil bagi kebalikan angka yang positif hanya 160 sehingga batas adalah $240 + 160 = 400$.

Jangkau adalah : $175 \leq b_2 \leq 400$

Untuk kendala ketiga, hasil bagi hanya satu buah, yaitu 52 sehingga batas bawah adalah $180 - 52 = 128$. Hasil bagi kebalikan tidak ada yang positif dan karena itu batas atas adalah ∞ .

Jangkau adalah : $128 \leq b_j \leq \infty$

Berdasarkan perhitungan tersebut di atas, hasilnya sama dengan yang diperoleh melalui proses substitusi. Dengan demikian, dalam merancang jangkau NSK dapat dipakai salah satu dari metode yang telah dikemukakan. Selanjutnya, untuk program minimisasi, proses untuk menetapkan jangkau NSK, kendalanya juga dilandaskan pada tabel optimal. Hanya saja, matriks peubah yang dipakai ialah matriks peubah artifisial, A_1 dan bukan matriks peubah surplus S_j . Jelas kiranya bahwa matriks identitas pada tahapan inisial disajikan oleh peubah A_1 sedangkan untuk peubah S_j memiliki unsur diagonal yang bertanda minus.

Untuk keperluan perhitungan jangkau NSK dimaksud, akan dipakai tabel optimal menurut Tabel 4.3 pada Bab 4.

MIX	Q	A_1	A_2	Q/A_1	Q/A_2
X_2	15	0.5	-0.25	30	-60
X_1	10	-0.25	3/8	-40	60
Hasil bagi kebalikan, (Hasil pertama) x (-1)				-30	60
				40	-26.67

NSK kendala pertama menurut tabel inisial adalah 65 sehingga batas bawah = $65 - 30 = 35$. Batas atas = $65 + 40 = 105$.

Dengan demikian, jangkau NSK kendala pertama adalah sebagai berikut.

$$35 \leq b_1 \leq 105$$

Selanjutnya, NSK kendala kedua menurut tabel inisial adalah 70 sehingga batas bawah = $70 - 26.67 = 43.33$ dan batas atas = $70 + 60 = 130$.

Dengan demikian, jangkau NSK kendala kedua adalah sebagai berikut.

$$43.33 \leq b_2 \leq 130$$

Proses untuk menetapkan jangkau biaya variabel unit sama dengan cara mencari jangkau kontribusi dan juga memakai matriks A_j .

C. SKEDUL EKSPANSI

Dihubungkan dengan kegiatan pemasaran maka apabila kegiatan pemasaran tersebut berhasil, luas pasar yang dikuasai akan semakin besar sehingga volume produksi berpeluang untuk ditingkatkan. Metode simpleks dari

program linear menyediakan suatu acuan untuk menyusun rencana ekspansi yang tetap berpedoman kepada hasil optimal. Kerangka ekspansi demikian dinamakan *expansion path* atau jalur ekspansi.

Titik pijak adalah pada tabel optimal, yaitu matriks peubah *dummy* tahap optimal yang bersangkutan. Misalkan, kendala pertama ditambah 1 unit menjadi 401 unit maka skedul keluaran dijelaskan oleh kolom S_1 , dan pada tahap optimal kolom $S_1 = -0.6X_1 - 0.8S_1 + 0.8X_2$. Hal ini berarti, keluaran X_1 berkurang 0.6 unit dan X_2 bertambah 0.8 unit.

$$\begin{aligned} \text{Kontribusi yang baru} &= (144 - 0.6) \text{ Rp}20.000 + (128 + 0.8) \text{ Rp}30.000 \\ &= \text{Rp}6.732.000 \end{aligned}$$

Kenaikan kontribusi = $\text{Rp}6.732.000 - \text{Rp}6.720.000 = \text{Rp}12.000$ atau sama dengan harga bayangan kendala satu (lihat baris $Z_1 - C_1$ pada tabel optimal di bawah kolom S_1). Sebaliknya, jika kendala kedua dinaikkan 1 unit menjadi 241 unit maka keluaran X_1 meningkat 1.6 unit, sedangkan X_2 berkurang 0.8 unit.

$$\begin{aligned} \text{Kontribusi yang baru} &= (144 + 1.6) \text{ Rp}20.000 + (128 - 0.8) \text{ Rp}30.000 \\ &= \text{Rp}6.728.000. \end{aligned}$$

Kenaikan kontribusi: $\text{Rp}6.728.000 - \text{Rp}6.720.000 = \text{Rp}8.000$ atau sama dengan harga bayangan kendala kedua (lihat baris $Z_1 - C_1$ pada tabel optimal di bawah kolom S_2).

Sehubungan dengan itu, kontribusi yang akan diperoleh melalui ekspansi pada kendala pertama lebih besar daripada ekspansi pada kendala kedua. Untuk menguji kecermatan hasil ekspansi tersebut maka nilai-nilai optimal yang baru dimasukkan ke fungsi kendala secara bersesuaian dan diperoleh sebagai berikut.

1. Pada ekspansi melalui kendala pertama:

$$\text{Fungsi kendala ke-1 : } X_1 + 2X_2 = (144-0.6)+2(128+0.8) = 401$$

$$\text{Fungsi kendala ke-2 : } X_1 + 0.75X_2 = (144-0.6) + 0.75(128+0.8)=240$$

2. Pada ekspansi melalui kendala kedua:

$$\text{Fungsi kendala ke-1 : } X_1 + 2X_2 = (144+1.6)+2(128-0.8)=400$$

$$\text{Fungsi kendala ke-2 : } X_1 + 0.75X_2 = (144+1.6)+0.75(128-0.8)=241$$

Tetapi, apabila perusahaan bermaksud akan mengurangi volume produksi, misalnya karena kesulitan dalam kegiatan pemasaran (permintaan turun) maka apabila pengurangan dilakukan pada kendala satu sebanyak 1 unit, atau menjadi 399 unit, skedul keluaran menjadi:

$$\text{Untuk } X_1 = 144 - (-0.6) = 144.6 \text{ unit}$$

$$\text{Untuk } X_2 = 128 - (0.8) = 127.2 \text{ unit}$$

$$\text{Kendala ke-1} = 144.6 + 2(127.2) = 399 \text{ unit}$$

$$\text{Kontribusi baru} = 144.6(\text{Rp}20.000) + 127.2(\text{Rp}30.000) = \text{Rp}6.708.000$$

$$\text{Penurunan kontribusi} = \text{Rp}6.720.000 - \text{Rp}6.708.000 = \text{Rp}12.000$$

Perubahan sama dengan nilai harga bayangan kendala satu, yaitu Rp12.000.

Memerhatikan uraian di atas maka apabila perusahaan bermaksud akan melakukan ekspansi, sebaiknya memiliki alternatif yang memiliki harga bayangan yang lebih besar. Sebaliknya, jika akan dilakukan pengurangan skala, sebaiknya dilakukan pada alternatif dengan harga bayangan yang lebih kecil. Dengan cara seperti itu maka manajer dapat tetap memaksimalkan kontribusi yang diperoleh atau meminimumkan biaya yang harus dipikul.

A. PENGERTIAN BILANGAN BULAT

Program bilangan bulat (*integer programming*) merupakan spesialisasi program linear yang berupaya memecahkan program linear, yang diselesaikan dengan metode simpleks yang optimal bukan dengan hasil bilangan bulat (*non-integer outcome*), menjadi optimal dengan hasil bilangan bulat (*integer outcome*).

Di dunia nyata tidak semua keluaran analisis dapat diterima jika dinyatakan bukan dalam bilangan bulat, misalnya untuk produk mobil, baju, celana, dan sejenisnya. Tidak rasional jika hasil optimal dinyatakan dengan volume bauran yang bukan bilangan bulat, misalnya 5.25 mobil jeep, 6.75 mobil *pick up*, dan 12.25 truk. Akan tetapi, keluaran analisis untuk produk tertentu tetap logis jika dinyatakan dengan bukan bilangan bulat, misalnya untuk produk yang dinyatakan dalam satuan ukuran isi, panjang, dan berat. Suatu hal yang logis untuk menyatakan 12.5 liter minyak makan, 759.2 kg mentega, atau 425.28 m³ kayu.

Sehubungan dengan itu, tidak semua hasil optimal simpleks yang bukan bilangan bulat harus dianalisis lebih lanjut dalam usaha mendapatkan hasil yang bulat. Landasan analisis dalam program bilangan bulat ini adalah tabel simpleks optimal sebagai tabel awal analisis, dan selanjutnya diproses dengan alur analisis tertentu sampai mencapai tahap optimal dengan hasil bauran produk yang dalam bilangan bulat (*integer*).

B. OPERASI PEMECAHAN

Untuk keperluan aplikasi model, berikut ini disajikan sebuah contoh hipotesis, yaitu fungsi tujuan dan kendala sebuah usaha *show room* mobil, antara lain menjual X_1 = mini bus dan X_2 = sedan.

$$\text{Maksimumkan: } Z = 10X_1 + 5X_2$$

$$\text{Dengan kendala: } 4X_1 + 5X_2 \leq 100$$

$$5X_1 + 2X_2 \leq 80$$

$$\text{Dengan syarat ikatan: } X_1 \geq 0$$

Pemecahan:

Langkah pertama:

Fungsi tujuan dan fungsi kendala di atas disusun menjadi fungsi yang cocok bagi analisis simpleks dan metode, serta prosesnya telah dikemukakan dalam uraian terdahulu.

$$\text{Maksimumkan: } Z = 10X_1 + 5X_2 + 0S_1 + 0S_2$$

$$\text{Dengan kendala: } 4X_1 + 5X_2 + 1S_1 + 0S_2 = 100$$

$$5X_1 + 2X_2 + 0S_1 + 1S_2 = 80$$

$$\text{Dengan syarat ikatan } X_1 \geq 0$$

Rumusan fungsi tersebut di atas kemudian dipindahkan secara bersesuaian ke tabel analisis pertama (*initial tabel*) pada Tabel 6.1.

Tabel 6.1 Tabel Pertama Program Simpleks Maksimisasi Kontribusi

C_j	Mix	Q	10	5	0	0	Rasio
			X_1	X_2	S_1	S_2	
0	S_1	100	4	5	1	0	25
0	S_2	80	5	2	0	1	16
Z_j		0	0	0	0	0	
$Z_j - C_j$			-10	-5	0	0	

Memerhatikan unsur-unsur baris identitas $Z_j - C_j$ maka ada dua angka bertanda minus, yaitu -10 dan -5. Angka dengan nilai mutlak terbesar adalah (-10) pada kolom X_1 sehingga kolom X_1 adalah kolom kunci. Selanjutnya, dicari rasio baris melalui cara seperti yang dijelaskan terdahulu yaitu unsur kolom Q dibagi dengan unsur kolom kunci X_1 secara bersesuaian. Operasi menghasilkan rasio 25 pada baris S_1 dan 16 pada baris S_2 .

Angka rasio terkecil ialah 16 pada baris S_2 dan dengan demikian baris S_2 adalah baris kunci. Baris yang harus dipindahkan pertama ialah baris kunci setelah lambang baris S_2 diganti dengan lambang kolom kunci X_1 .

$$X_1 = (\text{Baris } S_2) : (\text{Angka kunci})$$

Angka kunci baris = 5

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	S_1	S_2
(Baris S_2): (5)	80/5	5/5	2/5	0/5	1/5
Baris X_1 yang baru	16	1	0.4	0	0.2

Baris lainnya yaitu S_1 dicari dengan cara:

$$\text{Baris } S_1 \text{ yang baru} = (\text{Baris } S_1 \text{ yang lama}) - (\text{Angka Kunci}) \times (\text{Baris } X_1)$$

$$\text{Angka kunci baris } S_1 = 14$$

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	S_1	S_2
Baris S_1 yang lama	100	4	5	1	0
4 x Baris X_1	4(16)	4(1)	4(0.4)	4(0)	4(0.2)
Baris S_1 yang baru	36	0	3.4	1	-0.8

Langkah kedua:

Baris baru yang diperoleh dipindahkan ke tabel analisis kedua seperti pada Tabel 6.2.

Unsur pada baris $Z_j - C_j$ dalam Tabel 6.2 yang bertanda minus adalah (-1) pada kolom X_2 sehingga kolom X_2 adalah kolom kunci. Rasio baris melalui operasi yang sama pada iterasi sebelumnya adalah 180/17 pada baris S_1 dan 680/17 pada baris X_1 . Rasio baris yang terkecil adalah 180/17 pada baris S_1 . Dengan demikian, baris S_1 adalah baris kunci.

Tabel 6.2 Tabel Kedua Program Simpleks Maksimisasi Kontribusi

C_j	Mix	Q	X_1	X_2	S_1	S_2	Rasio
			10	5	0	0	
0	S_1	36	0	3.4	1	-0.8	180/17
10	X_1	16	1	0.4	0	0.2	680/17
Z_j			10	4	0	2	
$Z_j - C_j$		160	0	-1	0	0	

Unsur pada baris $Z_j - C_j$ yang bertanda minus adalah (-1) pada kolom X_2 sehingga kolom X_2 adalah kolom kunci.

Rasio baris melalui operasi yang sama pada iterasi sebelumnya adalah $180/17$ pada baris S_1 dan $680/17$ pada baris X_1 . Rasio baris yang terkecil adalah $180/17$ pada baris S_1 . Dengan demikian, baris S_1 adalah baris kunci.

Baris yang harus dipindahkan pertama ialah baris kunci setelah lebih dahulu mengganti lambang baris S_1 dengan lambang kolom X_2 .

Baris $X_2 = (\text{Baris } S_1) : (\text{Angka kunci})$

Angka kunci baris adalah $17/5$ atau 3,4

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	S_1	S_2
(Baris S_1) : (3,4)	$36/(3,4)$	$0/(3,4)$	$3,4/(3,4)$	$1/(3,4)$	$-0,8/(3,4)$
Baris X_2 yang baru	$180/17$	0	1	$5/17$	$-4/17$

Selanjutnya, dicari Baris X_1 yang baru.

Baris X_1 yang baru = (Baris X_1 yang lama) - (Angka kunci) x (Baris X_2)

Angka Kunci baris X_1 yang lama adalah $2/5$

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	S_1	S_2
Baris X_1 yang lama	16	1	$2/5$	0	$1/5$
$2/5 \times$ Baris X_2	$2/5(180/17)$	$2/5(0)$	$2/5(1)$	$2/5(5/17)$	$2/5(-4/17)$
Baris S_1 yang baru	36	0	$3,4$	1	-0,8

Langkah ketiga:

Baris baru yang diperoleh kemudian dipindahkan ke tabel analisis ketiga, seperti tersebut dalam Tabel 6.3.

Tabel 6.3 Tabel Ketiga Program Simpleks Maksimisasi Kontribusi

C_j	Mix	Q	X_1	X_2	S_1	S_2	Rasio
			10	5	0	0	
0	X_2	$180/17$	0	1	$5/17$	$-4/17$	
10	X_1	$200/17$	1	0	$-2/17$	$5/17$	
Z_j		$2900/17$	10	5	$5/17$	$30/17$	
$Z_j - C_j$			0	0	$5/17$	$30/17$	

Pada Tabel 6.3 terlihat bahwa pada baris identitas Zj-Cj semua unsur sudah positif. Oleh karena itu, proses sudah tiba pada tahapan optimal.

Hasil optimal proses adalah sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 180/17 \\ 200/17 \\ 2900/17 \end{bmatrix}$$

Sehingga:

$$X_1 = 180/17 \text{ unit}$$

$$X_2 = 200/17 \text{ unit}$$

$$P_{\max} = \text{Rp}2.900/17$$

Dengan hasil seperti tersebut di atas maka pemecahan optimal dengan bukan bilangan bulat (*non-integer outcome*). Oleh karena itu, dalam usaha mendapatkan hasil dalam bentuk bilangan bulat, perlu ditempuh langkah berikut.

Langkah pertama:

Harus menyusun program pemecahan yang baru dengan mempergunakan data simpleks optimal.

1. Baris X_2 : $180/17 = 0X_1 + 1X_2 + 5/17S_1 - 4/17S_2$

Tiap suku dalam persamaan harus ada unsur yang berbentuk integer dan dari acuan itu diperoleh:

$$180/17 \text{ adalah sama dengan: } 10 + 10/17$$

$0X_1$ dan $1X_2$ koefisiennya adalah integer dan karena itu sudah memenuhi syarat.

$5/17S_1$ dapat ditulis: $(0+5/17)S_1$ dan 0 tersebut dapat diabaikan karena tidak memengaruhi hasil operasi jumlah atau pengurangan.

$$-4/17S_2 \text{ dapat ditulis: } (-17/17 + 13/17)S_2 \text{ atau } (-1 + 13/17)S_2$$

Dengan demikian, baris X_2 dapat ditulis:

$$10 + 10/17 = 0X_1 + 5/17S_1 + (-1+13/17)S_2$$

Melalui operasi pemindahan variabel *slack* s_j ke sisi kiri diperoleh:

$$-5/17S_1 - 13/17S_2 = -10 - 10/17 + 0X_1 + 1X_2 - 1S_2$$

Selanjutnya, dapat ditulis:

$$-5/17S_1 - 13/17S_2 = -10/17 + \text{Angka tertentu}$$

Atau:

$$-5/17S_1 - 13/17S_2 \leq -10/17$$

Agar supaya ketidaksamaan di atas menjadi sebuah persamaan maka sisi kiri ketidaksamaan harus ditambah variabel *slack* dalam hal ini $1S_1$.

Sejalan dengan itu, diperoleh persamaan yang memenuhi syarat untuk pemecahan simpleks, yaitu:

$$-5/17S_1 - 13/17S_2 + 1S_1 = -10/17$$

2. Baris X_1 : $200/17 = 1X_1 + 0X_2 - 2/17S_1 + 5/17S_2$

Seperti halnya pada baris X_2 , maka tiap suku dalam persamaan harus ada unsur integer (bilangan bulat) sehingga sejalan dengan acuan tersebut diperoleh:

$200/17$ adalah sama dengan : $11 + 13/17$

$1X_2 + 0X_1$, koefisiennya adalah integer (bilangan bulat) dan oleh karena itu telah memenuhi syarat.

$-2/17S_1$ dapat ditulis : $(-17/17 + 15/17)S_1$ atau $(-1 + 15/17)S_1$

$+ 5/17S_2$ dapat ditulis $(0 + 5/17)S_2$. Tetapi karena unsur bilangannya adalah 0, penulisannya dapat diabaikan berhubung angka 0 tersebut tidak berpengaruh terhadap hasil operasi penjumlahan ataupun pengurangan.

Dengan hasil operasi di atas, diperoleh:

$$11 + 13/17 = 1 X_1 + 0X_2 + (-1 + 15/17)S_1 + 5/17S_2$$

Melalui operasi pemindahan unsur variabel *slack* S_j yang *non-integer* ke sisi kiri persamaan menghasilkan:

$$-15/17S_1 - 5/17S_2 = -13/17 - 11 + 1X_1 + 0X_2 - 1S_1$$

Persamaan di atas dapat pula ditulis:

$$-15/17S_1 - 5/17S_2 = -13/17 + \text{Angka tertentu}$$

Jika "angka tertentu" tersebut dihilangkan maka diperoleh pertidaksamaan:

$$-15/17S_1 - 5/17S_2 \leq -13/17$$

Untuk memperoleh suatu persamaan maka sisi kiri harus ditambah dengan sebuah variabel *slack* S_3 sehingga diperoleh:

$$-15/17S_1 - 5/17S_2 + 1S_3 = -13/17$$

Setelah tahapan ini proses dilanjutkan ke langkah kedua.

Langkah kedua:

Dari pemecahan tersebut di atas, diperoleh dua baris program baru, yaitu sebagai berikut.

$$(1) -10/17 = -5/17S_1 - 13/17S_2 + 1S_3$$

dan :

$$(2) -13/17 = -15/17S_1 - 5/17S_2 + 1S_3$$

Pada langkah kedua ini, proses ditujukan untuk memilih persamaan yang memenuhi syarat. Untuk mendapatkan persamaan yang memenuhi syarat maka NSK fungsi kendala dibagi dengan setiap koefisien fungsi yang ada pada sisi kanan dan yang memiliki hasil bagi bilangan bulat (*integer*) merupakan indikasi baris yang memenuhi syarat.

Pada persamaan (1) diperoleh:

$$-10/17 : -5/17 = 2 \text{ (integer)}$$

$$-10/17 : -13/17 = 10/13 \text{ (non-integer)}$$

Pada persamaan (2) diperoleh:

$$-13/17 : -15/17 = 13/15 \text{ (non-integer)}$$

$$-13/17 : -5/17 = 13/5 \text{ (non-integer)}$$

Sehubungan dengan hasil yang diperoleh di atas, baris yang memenuhi syarat ialah baris (1).

Dengan terpilihnya baris (1) maka fungsi kendala menjadi:

$$0X_1 + 1X_2 + 5/17S_1 - 4/17S_2 + 0S_3 = 180/17$$

$$1X_1 + 0X_2 + 2/17S_1 - 5/17S_2 + 0S_3 = 200/17$$

$$0X_1 + 1X_2 + 5/17S_1 - 4/17S_2 + 1S_3 = -10/17$$

Dan fungsi tujuan adalah:

$$\text{Maksimumkan } Z = 10X_1 + 5X_2 + 5X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

Langkah ketiga:

Masukkan fungsi tujuan dan fungsi kendala ke tabel analisis, seperti Tabel 6.4.

Tabel 6.4 Pemecahan Program Bilangan Bulat Maksimisasi Kontribusi

C_i	Mix	Q	10	5	0	0	0	Rasio
			X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	
5	X_1	180/17	0	1	5/17	-4/17	0	36
10	X_2	200/17	1	0	-2/17	5/17	0	Inf.
0	S_3	-10/17	0	0	-5/17	13/17	1	2
$Z_1 - C_1$		2900/17	10	5	5/17	30/17	0	
$Z_2 - C_2$			0	0	-5/17	-30/17	0	

Jika dipakai operasi yang lazim, khususnya pada baris identitas $Z_j - C_j$ maka semua unsur telah positif sehingga proses telah optimal dan oleh karena itu, tidak perlu dilanjutkan. Sehubungan dengan itu maka pada program bilangan bulat (*integer programming*) ini, baris identitas memakai teladan operasi $C_j - Z_j$. Pada operasi demikian, baris identitas memiliki dua unsur yang bertanda minus, yaitu $-5/17$ dan $-30/17$.

Untuk menentukan kolom kunci, operasinya berbeda dengan simpleks yang lazim. Pada program bilangan bulat, unsur bertanda negatif dibagi dengan koefisien yang sesuai dari baris sisipan S_3 sehingga diperoleh:

$$-5/17 : -5/17 = 1, \text{ serta } -30/17 : -13/17 = 30/13$$

Hasil bagi terkecil ialah 1, berada pada kolom S_1 . Dengan demikian, kolom S_1 adalah kolom kunci. Lebih lanjut dicari rasio baris dan mempergunakan teladan operasi yang sama dengan yang terdahulu, yaitu unsur kolom Q dibagi dengan unsur kolom kunci S_1 .

Rasio yang diperoleh dan terkecil adalah 2 pada baris S_3 . Oleh karena itu, baris S_3 adalah baris kunci. Sejalan dengan acuan operasi pemindahan baris metode simpleks ke tabel analisis berikutnya, yang dipindahkan pertama kali ialah baris S_3 sesudah lambangnya diganti dengan lambang kolom kunci S_1 .

Baris $S_3 = (\text{Baris } S_3) : (\text{Angka kunci})$

Angka kunci baris = $-5/17$

Lembar kerja:

Uraian	Q	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3
Baris $S_3 : -5/17$	$(-10/17) / (-5/17)$	$(0) / (5/17)$	$(0) / (-5/17)$	$(-5/17) / (-5/17)$	$(-13/17) / (-5/17)$	$(1) / (-5/17)$
Baris S_1	2	0	0	1	13/5	-17/5

Selanjutnya, dicari baris X_2 dan baris X_1 yang baru.

Baris X_2 yang baru = (Baris X_2 yang lama) – (Angka kunci) x (Baris S_1)

Angka kunci baris X_2 adalah $5/17$.

Lembar kerja:

Uraian	Q	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃
Baris X ₂ yang lama	180/17	0	1	5/17	-4/17	0
5/17 x Baris S ₁	5/17(2)	5/17(0)	5/17(0)	5/17(1)	5/17(13/5)	5/17(-17/5)

Terakhir dicari baris X_1 yang baru.

Baris X_1 yang baru = (Baris X_1 yang lama) – (Angka kunci) x (Baris S_1)

Angka kunci baris X_1 adalah $-2/17$.

Lembar kerja:

Uraian	Q	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃
Baris X ₁ yang lama	200/17	1	0	-2/17	5/17	0
-2/17 x (Baris S ₁)	-2/17(2)	-2/17(0)	-2/17(0)	-2/17(1)	-2/17(13/5)	-2/17(-17/5)

Baris baru yang diperoleh kemudian dipindahkan ke tabel analisis berikutnya, yaitu Tabel 6.5.

Langkah keempat:

Pemasukan baris baru diperoleh ke tabel analisis berikutnya.

Tabel 6.5 Pemecahan Program Bilangan Bulat Maksimisasi Kontribusi

C _i	Mix	Q	10	5	0	0	0	Rasio
			X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃	
5	X ₂	10	0	1	0	-1	1	
10	X ₁	12	1	0	0	0.6	-0.4	
0	S ₁	2	0	0	1	13/15	-17/5	
Z ₁		170	10	5	0	1	1	
Z ₁ - C _i			0	0	0	1	1	

Pada Tabel 6.5 di atas diperoleh data bahwa pada baris identitas Z_j-C_j seluruhnya sudah bertanda positif. Oleh karena itu, pemecahan sudah tiba pada tahapan optimal. Hasil pemecahan sudah dalam bilangan bulat (*non-negative integer*) dan dengan demikian sasaran pemecahan tercapai.

Tahapan berikutnya adalah pengambilan keputusan. Pengambilan keputusan didasarkan atas matriks identitas tabel optimal, yaitu sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 \\ X_1 \\ S_1 \\ \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 12 \\ 2 \\ 170 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh hasil optimal berikut.

$$X_2 = 10 \text{ unit}$$

$$X_1 = 12 \text{ unit}$$

$$S_1 = 2 \text{ unit, dan}$$

$$\pi_{\text{maks}} = 10(12) + 5(10) = 170$$

Jika nilai optimal dimasukkan ke fungsi kendala diperoleh:

$$\text{Kendala 1: } 4X_1 + 5X_2 + 1S_1 + 0S_2 = 100$$

$$4(12) + 5(10) + 1(2) + 0(0) = 48 + 50 + 2 + 0 = 100$$

Dengan hasil itu, berarti hasil optimal tersebut memenuhi syarat.

$$\text{Kendala 2: } 5X_1 + 2X_2 + 0S_1 + 1S_2 = 80$$

$$5(12) + 2(10) + 0(2) + 1(0) = 80$$

Untuk kendala kedua ini, juga memenuhi syarat.

Pada hasil optimal dengan bukan bilangan bulat, kontribusi maksimum adalah sebagai berikut.

$$\pi = 200/17(10) + 180/17(5)$$

$$= 2.000/17 + 900/17$$

$$= 2.900/17 = 170.59$$

Apabila dilakukan pembulatan sesuai dengan yang lazim, yaitu nilai yang kurang daripada setengah (<0.50) dibulatkan ke bawah dan setengah atau lebih (≥ 0.50) dibulatkan ke atas, diperoleh sebagai berikut.

$$X_1 = 200/17 \text{ atau } 11.76, \text{ dibulatkan menjadi } 12$$

$$X_2 = 180/17 \text{ atau } 10.59, \text{ dibulatkan menjadi } 11$$

Jika dimasukkan ke fungsi kendala satu dan dua, diperoleh sebagai berikut.

- a. $4(12) + 5(11) = 48 + 55 = 103$ (tidak memenuhi syarat, karena lebih besar daripada NSK 100).
- b. $5(12) + 2(11) = 60 + 22 = 82$ (tidak memenuhi syarat, karena lebih besar daripada NSK 80).

Memerhatikan uraian di atas jika diinginkan hasil dalam bilangan bulat, maka hasil optimal simpleks maksimisasi kontribusi atau minimisasi biaya, masih harus dilanjutkan ke analisis *integer programming*. Apabila kasus tersebut diselesaikan dengan memakai perangkat lunak QM for Windows maka hasilnya seperti tersebut Gambar 6.1 dan Gambar 6.2. Dalam Gambar 6.1 dimasukkan nilai-nilai fungsi tujuan dan fungsi kendala pemecahan. Sedangkan pada Gambar 6.2 diketengahkan hasil pemecahan atas program bilangan bulat ini (*integer programming*).

	X1	X2	Right
Maximize	100	5	
Constraint 1	4	5	100
Constraint 2	5	2	80

Gambar 6.1 Input Program yang akan Dipecahkan

Dalam Gambar 6.2, hasil yang diperoleh sama dengan didapatkan pada pemecahan secara manual dalam Tabel 6.5 (lihat halaman 125). Hasil tersebut adalah sebagai berikut.

$$X_1 = 12 \text{ unit}$$

$$X_2 = 10 \text{ unit}$$

$$S_2 = 2 \text{ unit}$$

$$\text{Kontribusi optimal} = 170$$

Dibandingkan dengan hasil optimal bukan dengan bilangan bulat pada Tabel 6.3 dengan hasil optimal adalah sebagai berikut.

$$X_1 = 11.76 \text{ unit}$$

$$X_2 = 18.59 \text{ unit}$$

$$\text{Kontribusi} = 170.59$$

Iteration	Label	Active Constraint Type	Solution Value	X1	X2
1	0	Optimal	170.59	11.7647	18.5882
2	1	X1=11	168	11	11.2
3	2	X2=11	165	11	11
4	3	X2=12	160	10	12
5	4	Optimal	170.59	11.7647	18.5882

Gambar 6.2 Hasil Pemecahan *Optimal Integer Programming*

Pada Gambar 6.2 yaitu tampilan hasil pemecahan terlihat bahwa apa yang dihitung dengan cara yang rumit sesuai pemecahan simpleks secara manual, dapat ditampilkan hasil yang sama dengan bentuk yang sederhana. Proses iterasi keseluruhannya berjumlah 5 kali. Iterasi ke-1 hasilnya sama dengan Tabel 6.3, yaitu $X_1 = 200/17 = 11.7647$ dan $X_2 = 180/17 = 10.5882$ dan $\pi = 177.5882$. Pada Gambar 6.2 selanjutnya hasil terbaca, ada iterasi

Baik pemecahan secara manual maupun dengan memakai perangkat lunak, hasilnya adalah sama. Hal yang berbeda ialah jika diselesaikan secara manual, karena di samping memerlukan ketelitian juga diperlukan kesabaran. Hal itu karena proses pemecahannya lebih rumit. Akan tetapi, apabila diselesaikan dengan menggunakan perangkat lunak QM for Windows maka proses sangat mudah dan cepat dengan hasil yang sama.

BAB 7

PROGRAM TRANSPORTASI DAN TRANSHIPMENT

Logistik merupakan sesuatu yang penting bagi sebuah perusahaan. Logistik dibedakan atas logistik masuk (*inbound logistic*) dan logistik keluar (*outbound logistic*). Logistik masuk menyangkut kegiatan pengangkutan bahan dari sumber pasokan ke lokasi pengolahan (pabrik). Sedangkan logistik keluar adalah kegiatan yang berhubungan dengan distribusi produk, dari berbagai lokasi pabrik atau gudang wilayah ke beberapa daerah pemasaran atau gudang distribusi.

Terkait dengan kegiatan logistik keluar tersebut, permasalahan yang harus dicari solusinya ialah meminimasi biaya distribusi, rute yang paling pendek dan paling murah biayanya, serta kesesuaian dengan program *logistic management* perusahaan. Sedangkan pada logistik masuk, yaitu angkutan bahan ke lokasi pengolahan atau pabrik, biasanya dipergunakan peralatan analisis lokasi. Dengan analisis lokasi akan diketahui, di lokasi mana pabrik atau gudang pusat sebaiknya ditempatkan sehingga biaya angkutan bahan menjadi minimum. Peralatan yang biasa digunakan adalah *central gravity method* (metode pusat titik berat).

Program transportasi merupakan salah satu program yang lazim diterapkan untuk memecahkan kasus pendistribusian produk, dari beberapa lokasi pabrik atau gudang wilayah ke beberapa lokasi pemasaran atau gudang distribusi. Seperti pada pemecahan dengan metode program linear lainnya maka pemecahan program transportasi ini juga dapat dilakukan berdasarkan acuan maksimisasi kontribusi dan minimisasi biaya. Sehubungan dengan itu maka program transportasi ini sangat penting artinya bagi divisi pemasaran sebuah perusahaan manufaktur atau perusahaan perdagangan besar.

Oleh karena model sangat dibutuhkan dalam aktivitas bisnis maka pakar matematika berusaha mengembangkan model transportasi ini sehingga menjadi lebih sederhana dan lebih mudah menerapkannya. Simplifikasi model yang sekarang ini dipakai luas adalah hasil penyempurnaan yang dilakukan oleh Vogel. Vogel adalah seorang ahli matematika berkebangsaan Jerman. Model Vogel ini kemudian lebih terkenal dengan sebutan VAM (*Vogel's Approximation Method*).

Vogel's Approximation Method ini dalam perkembangannya tidak saja dipakai untuk memecahkan kasus program distribusi, tetapi juga dipakai dalam memecahkan kasus pemilihan lokasi pabrik yang baru. Sehubungan dengan itu, sangat menarik untuk menyetengahkan bahasan tentang aplikasi program linear ini dalam memecahkan kasus transportasi.

Dalam bab ini, kajian akan diawali dengan pemecahan kasus dengan mempergunakan metode ABL (Alokasi Barat Laut) atau *Northwest Corner Method*, baik mempergunakan metode manual maupun perangkat lunak logistik. Perangkat lunak logistik yang lazim digunakan adalah *QM for Windows*, *POM for Windows*, dan *Excel*. Cara manual metode ABL dan VAM, dan hasilnya akan dibandingkan jika kasus dipecahkan dengan perangkat lunak logistik atau *Excel*.

A. APLIKASI UNTUK MINIMISASI BIAYA

Aplikasi untuk minimisasi biaya akan dikaitkan dengan kegiatan logistik keluar. Sebagai langkah awal, bahasan akan dimulai pada pemecahan minimisasi biaya dari pabrik gula yang berlokasi di tiga tempat, sebut saja A, B, dan C. Gula yang dihasilkan dipasarkan di tiga daerah pemasaran utama, yaitu provinsi D, E, dan F.

Kapasitas giling rata-rata per bulan dari ketiga pabrik dimaksud masing-masing 25.000 ton, 35.000 ton, dan 40.000 ton. Kapasitas permintaan pasar masing-masing 35.000 ton, 30.000 ton, dan 35.000 ton per tahun. Biaya transportasi per kg disajikan dalam Tabel 7.1.

Tabel 7.1 Biaya Angkutan Produk Gula (Rp/Kg)

Dari/Ke	D	E	F
A	Rp9	Rp8	Rp5
B	Rp6	Rp8	Rp4
C	Rp7	Rp6	Rp9

Kapasitas giling pabrik A = 25.000 ton per tahun, pabrik B = 35.000 ton per tahun, dan pabrik C = 40.000 ton per tahun. Permintaan provinsi D per tahun 35.000 ton, provinsi E per tahun 30.000 ton, dan provinsi F per tahun 35.000 ton per tahun. Pengusaha pabrik gula yang bersangkutan ingin mengetahui ke provinsi mana produk itu dipasarkan dan berapa ton sehingga biaya angkutan distribusi minimal.

1. Aplikasi Metode ABL (Alokasi Barat Laut)

Metode alokasi ini disebut metode ABL karena alokasi awal dimulai pada sudut kiri atas tabel analisis dan berakhir pada sudut kanan bawah tabel yang bersangkutan. Dilihat dari sudut arah mata angin maka arah alokasi dimaksud mengikuti arah mata angin barat laut. Dengan prosedur itu maka alokasi distribusi produk dari sumber (pabrik atau gudang wilayah) ke tujuan (daerah pemasaran atau gudang distribusi) dimaksimalkan mulai dari kotak alokasi yang berada di sudut kiri atas tabel. Kemudian secara bertahap bergeser ke kanan bawah sampai semua kapasitas sumber teralokasi seluruhnya ke tujuan.

Untuk menguji apakah alokasi awal sudah optimal atau belum maka pengujian dilakukan dengan memakai dua pendekatan, yaitu melalui evaluasi sebagai berikut.

- Kotak yang berisi atau pasar mendapatkan alokasi.
- Kotak yang tidak berisi atau pasar yang tidak dilayani.

Untuk kotak yang berisi, diperiksa jumlahnya dan harus memenuhi syarat $(m + n - 1)$, dengan m menunjukkan jumlah sumber (pabrik atau gudang wilayah) dan n menunjukkan jumlah tujuan (pasar atau gudang distribusi). Pada contoh terdahulu $m = 3$ dan $n = 3$ sehingga kotak analisis (pasar) yang harus mendapatkan alokasi adalah $3 + 3 - 1 = 5$ buah.

Selanjutnya, untuk kotak kosong (pasar alternatif yang tidak dilayani) harus memenuhi syarat: $C - K - R \geq 0$ atau syarat *non-negative*, yaitu sebagai berikut.

C = biaya distribusi satuan untuk pasar yang tidak dilayani

K = indeks kolom

R = indeks baris

Syarat *non-negative* (harus positif atau ≥ 0) mengindikasikan bahwa jika pasar itu dilayani maka biaya distribusi akan meningkat. Sedangkan kotak yang tidak mendapat alokasi tetapi bertanda minus harus diisi, karena akan mengurangi biaya distribusi (pemecahan belum memenuhi syarat optimal).

Berdasarkan persamaan dasar di atas, selanjutnya dapat dicari indeks kolom K, yaitu $C - R = K$, dan juga dapat dicari indeks baris R, yaitu $C - K = R$. Pada tahap pertama, baris yang ada (pabrik yang ada) dapat dipilih secara acak sebagai titik awal analisis, dan baris itu diberi nilai indeks 0, atau $R_1 = 0$.

Apabila dari hasil pengujian terdapat kotak kosong yang memiliki nilai negatif maka kotak itu harus diisi karena akan menurunkan biaya total distribusi. Proses mengisi kotak kosong mengikuti proses *stepping stone* (sistem batu loncatan) dan MODI (*Modified Distribution Program* - Modifikasi Program Distribusi).

Tabel 7.2 Aplikasi Metode ABL dalam Minimisasi Biaya Transportasi

Ke \ Dari		D	E	F	Supply (ton)
		KD = 9	KE = 11	KF = 14	
A		9	8	5	25.000
RA = 0	25.000		X	X	
B		6	8	4	35.000
RB = -3	10.000		25.000	X	
C		7	6	9	40.000
RC = -5	X		5.000	35.000	
Demand (ton)	35.000	30.000	35.000	100.000	

Sebagai langkah awal, contoh pada Tabel 7.1 akan dipecahkan dimulai dengan metode manual minimisasi. Metode ini dibedakan atas metode

ABL dan metode VAM. Kecermatan hasilnya akan dibandingkan dengan menggunakan Excel, serta menggunakan perangkat lunak *QM for Windows* dan *POM for Windows*.

Sebagai langkah awal, kotak di sudut kiri atas (AD) diisi lebih dahulu dengan membandingkan kapasitas *supply* (25.000) dan kapasitas *demand* (35.000). Dalam hal ini, dipilih yang lebih kecil, yaitu kapasitas *supply* sebesar 25.000 ton. Ini berarti kapasitas pabrik A sudah diserap oleh pasar AD, dan pasar D masih memiliki kapasitas yang belum diisi, yaitu $35.000 \text{ ton} - 25.000 \text{ ton} = 10.000 \text{ ton}$. Kapasitas permintaan ini dipenuhi dari pabrik B sebesar 10.000 ton (= pasar BD). Sehubungan dengan itu, kotak AE dan AF diberi tanda silang (x), artinya tidak dilayani. Kotak CD juga diberi tanda silang (x) yang bermakna sama, yaitu tidak dilayani.

Sisa kapasitas pabrik B = $35.000 \text{ ton} - 10.000 \text{ ton} = 25.000 \text{ ton}$. Kapasitas ini dialokasikan ke BE sehingga kotak BF diberi tanda silang (x). Kapasitas pabrik C sebesar 40.000 ton, dengan 5.000 ton dialokasikan ke CE agar permintaan pasar E sebesar 30.000 ton terpenuhi. Sisanya dialokasikan pada kotak CF = $40.000 \text{ ton} - 5.000 \text{ ton} = 35.000 \text{ ton}$ yang sama dengan permintaan pasar F.

Sampai pada tahapan ini, kapasitas pabrik sudah dialokasikan ke tiap pasar sesuai jumlah permintaannya masing-masing. Sesuai dengan penjelasan terdahulu, tahapan berikutnya ialah pengujian alokasi awal untuk menilai, apakah sudah optimum atau belum.

Uji kotak berisi:

Syarat $m + n - 1 = 3 + 3 - 1 = 5$ buah dipenuhi, karena kotak yang mendapat alokasi seluruhnya 5 buah.

Uji kotak kosong:

Sebagai langkah awal dipilih baris A sebagai titik pijak pengujian dan karena itu $R_A = 0$. Pada baris A, yang berisi hanya AD dengan $C = 9$. Untuk itu, indeks kolom D dapat dicari, yaitu: $K_D = C_{AD} - R_A = 9 - 0 = 9$. Kotak yang berisi pada kolom D ini ialah BD dan karena itu R_B dapat dicari dari indeks K_D , $R_B = C_{BD} - K_D = 6 - 9 = -3$. Selanjutnya, pada Baris B, kotak yang berisi adalah BE sehingga dari R_B dapat dicari indeks kolom E, $K_E = C_{BE} - R_B = 8 - (-3) = 11$. Dengan cara yang sama dari K_E dapat dicari R_C , yaitu $R_C = C_{CE} - K_E = 6 - 11 = -5$. Terakhir, $K_F = C_{CF} - R_C = 9 - (-5) = 14$.

Karena nilai indeks baris dan kolom sudah lengkap maka uji optimal sudah dapat dilakukan. Langkah awal adalah menguji indeks kotak kosong yang ada dalam Tabel 7.2 dengan mengaplikasi rumus: $C - K - R \geq 0$.

$$AE = C_{AE} - R_A - K_E = 8 - 0 - 11 = -3 \text{ (tidak memenuhi syarat)}$$

$$AF = C_{AF} - R_A - K_F = 5 - 0 - 14 = -9 \text{ (tidak memenuhi syarat)}$$

$$BF = C_{BF} - R_B - K_F = 4 - (-3) - 14 = -7 \text{ (tidak memenuhi syarat)}$$

$$CD = C_{CD} - R_C - K_D = 7 - (-5) - 9 = 3 \text{ (memenuhi syarat)}$$

Dari hasil uji di atas terdapat tiga kotak yang bertanda negatif. Alternatif yang harus dipilih ialah kotak dengan minus terbesar dan dalam contoh ini ialah -9 pada kotak AF. AF dapat diisi dengan menggeser alokasi pada AD atau CF. Pada contoh ini, misalnya dipilih pemindahan AD ke AF.

Angka alokasi yang tercetak hitam ialah alokasi awal, dan yang tercetak merah ialah alokasi sesudah modifikasi. Penggeseran alokasi harus memenuhi syarat *stepping stone*, dengan garis penggeseran harus berbelok menuju ke kotak yang memiliki isi kemudian berbelok lagi kepada yang memiliki isi berikutnya. Garis alokasi hanya boleh berbelok pada kotak yang memiliki isi dan tidak bisa pada yang kosong (tidak mempunyai alokasi). Hasil kemudian dimasukkan ke tabel analisis berikutnya, dalam hal ini Tabel 7.3.

Untuk melakukan penggeseran, sumber pertama dalam contoh, kotak AD diberi tanda (-) dan AF (+), berikutnya CF (-), CE (+), BE (-), BD (+) dan kembali ke AD (-). Amati alokasi pada kotak yang diberi tanda (-). Pilihlah alokasi terkecil untuk digeser. Dalam contoh adalah 25.000 unit.

Tabel 7.3 Pergeseran Alokasi dengan Cara *Stepping Stone* I

Ke \ Dari	D	E	F	Supply
A	(0) 25.000		(25.000)	25.000
B	(35.000) 10.000	(0) 25.000		35.000
C		5.000 (30.000)	-(10.000) 35.000	40.000
Demand	35.000	30.000	35.000	100.000

Pada kotak bertanda (-) dikurangi 25.000 unit dan yang bertanda (+) ditambah 25.000 unit. Ulangi penjumlahan kolom dan baris. Jika sesuai, lanjutkan ke uji optimal berikutnya. Hasil penggeseran akan menurunkan biaya total $25.000 \times -9 = \text{Rp}225.000$.

Tabel 7.4 Hasil Modifikasi Alokasi Awal dengan *Stepping Stone* I

Dari \ Ke	D	E	F	Supply (ton)
	KD=9	KE=2	KF=5	
A RA=0	9 ε	8 X	5 25.000	25.000
B RB=-3	6 35.000	8 X	4 X	35.000
C RC=4	7 X	6 30.000	9 10.000	40.000
Demand (ton)	35.000	30.000	35.000	100.000

Biaya semula = $25.000 \times \text{Rp}9 + 10.000 \times \text{Rp}6 + 25.000 \times \text{Rp}8 + 5.000 \times \text{Rp}6 + 35.000 \times \text{Rp}9 = \text{Rp}830.000$. Biaya setelah digeser = $25.000 \times \text{Rp}5 + 35.000 \times \text{Rp}6 + 30.000 \times \text{Rp}6 + 10.000 \times \text{Rp}9 = \text{Rp}605.000$. Berkurang sebesar $\text{Rp}225.000$ (dengan catatan biaya di AD sebesar $\epsilon \times \text{Rp}9$ tidak terdefinisi). Demikian halnya pada pergeseran berikutnya.

Oleh karena kotak yang berisi sesudah penggeseran hanya 4 buah maka untuk memenuhi syarat $(m+n-1)$, salah satu kotak kosong diisi tanda (ϵ) dengan syarat kotak yang dipilih memungkinkan untuk memperoleh indeks baris dan kolom secara utuh (lengkap). Pada contoh dipilih kotak AD.

Dengan memilih $RA = 0$ maka $K_A = 5$, $K_D = 9$, $R_C = 9 - 5 = 4$, dari R_C dicari $K_E = 6 - 4 = 2$ dan dari K_D dicari $R_B = 6 - 9 = -3$.

$$AE = 8 - 0 - 2 = 6 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$BE = 8 - (-3) - 2 = 9 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$BF = 8 - (-3) - 5 = 2 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$CD = 7 - 4 - 9 = -6 \text{ (tidak memenuhi syarat)}$$

Oleh karena CD bertanda minus maka harus diisi dari kotak yang memungkinkan dan memenuhi syarat *stepping stone*. Dalam hal ini, dimungkinkan dari AC atau AD.

Tabel 7.5 Hasil Modifikasi Alokasi Awal dengan *Stepping Stone* II

Dari \ Ke	D	E	F	Supply
	KD=3	KE=2	KF=5	
A RA=0	- ← (6)	X	+ 25.000	25.000
B RB=3	35.000	X	X	35.000
C RC=5	+ (e)	30.000	- 10.000	40.000
Demand	35.000	30.000	35.000	100.000

Dengan menganggap bahwa $\epsilon = 0$ maka ϵ digeser dari AD ke CD, sedangkan yang lainnya tetap tidak berubah. Selanjutnya, dilakukan pengujian derajat optimalisasi.

Dengan memiliki baris A sebagai titik awal penilaian maka $R_A = 0$ dan $K_A = 5$. Dari K_A dicari $R_C = 9 - 5 = 4$; dari R_C dicari $K_D = 7 - 4 = 3$; selanjutnya dari R_C dicari $K_E = 6 - 4 = 2$ dan dari K_D dicari $R_B = 6 - 3 = 3$.

Koefisien kotak kosong adalah sebagai berikut.

$$AD = 9 - 0 - 3 = 6 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$AE = 8 - 0 - 2 = 6 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$BE = 8 - 3 - 2 = 3 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$BF = 4 - 3 - 5 = -4 \text{ (tidak memenuhi syarat)}$$

Operasi belum optimal karena masih ada kotak kosong yang bertanda minus, yaitu kotak BF. Kotak BF harus diisi, yaitu dari CF sehingga diperoleh pemindahan seperti tersebut dalam lembar kerja di bawah.

Tabel 7.6 Hasil Modifikasi Alokasi Awal dengan *Stepping Stone* III

Dari \ Ke	D	E	F	Supply
A	x	X	25.000	25.000
B	+ 25.000 35.000	X	+ X ; (10.000)	35.000
C	(10.000) 10	30.000	- (0) 10.000	40.000
Demand	35.000	30.000	35.000	100.000

Hasil operasi pada lembar kerja di atas dipindahkan ke tabel analisis seperti dalam Tabel 7.7. Kotak yang berisi = 5 buah (sesuai dengan syarat $m+n-1$).

Dengan berangkat dari $R_A = 0$ maka $R_B = 5$; $R_C = 4-5 = -1$; dan dari R_B dicari $K_D = 6 - (-1) = 7$ dan dari K_D dicari $R_C = 7 - 7 = 0$ dan dari R_C dicari $K_E = 6 - 0 = 6$.

$$AD = 9 - 0 - 7 = 2 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$AE = 8 - 0 - 6 = 2 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$BE = 8 - (-1) - 6 = 3 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$CF = 9 - 0 - 5 = 4 \text{ (memenuhi syarat)}$$

Oleh karena semua kotak kosong sudah memiliki indeks yang bertanda positif maka operasi pendistribusian menurut metode ABL telah optimal. Jika diamati maka hasil operasi ini sudah optimal.

Tabel 7.7 Hasil Modifikasi Alokasi Awal dengan *Stepping Stone* IV

Dari \ Ke	D	E	F	Supply
	KD=7	KE=6	KF=5	
A	9	8	5	25.000
RA=0	X	X	25.000	

Ke	D	E	F	Supply
Dari	KD=7	KE=6	KF=5	
B	6	8	4	35.000
RB=-1	25.000	X	10.000	
C	7	6	9	40.000
RC=0	10.000	30.000	X	
Demand	35.000	30.000	35.000	100.000

Kotak yang berisi = 5 buah (sesuai dengan syarat $m+n-1$).

Dengan berangkat dari $R_A = 0$ maka $R_B = 5$; $R_C = 4-5 = -1$; dan dari R_C dicari $K_D = 6 - (-1) = 7$ dan dari K_D dicari $R_E = 7 - 7 = 0$ dan dari R_E dicari $K_F = 6 - 0 = 6$.

$AD = 9 - 0 - 7 = 2$ (memenuhi syarat)

$AE = 8 - 0 - 6 = 2$ (memenuhi syarat)

$BE = 8 - (-1) - 6 = 3$ (memenuhi syarat)

$CF = 9 - 0 - 5 = 4$ (memenuhi syarat)

Oleh karena semua kotak kosong sudah memiliki indeks yang bertanda positif maka operasi pendistribusian menurut metode ABL telah optimal. Sehubungan dengan itu, keputusan alokasi sudah dapat dilakukan sesuai dengan nilai-nilai Tabel 7.7.

- Hasil produksi pabrik A seluruhnya didistribusikan ke pasar AF, yaitu 25.000 ton dengan biaya 25.000 ton x Rp5/kg atau 25.000 x Rp5.000 = Rp125.000.000.
- Hasil produksi pabrik B didistribusi ke pasar BD 25.000 ton @Rp6/ kg. Biaya = 25.000 x Rp6.000 = Rp150.000.000 dan ke pasar BF 10.000 ton @ Rp4/kg. Biaya = 10.000 x Rp4.000 = Rp40.000.000. Seluruhnya berjumlah Rp190.000.000.
- Hasil produksi pabrik C didistribusi ke pasar CD 10.000 ton @ Rp7/ kg. Biaya = 10.000 x Rp7.000 = Rp70.000.000 dan ke pasar CE 30.000 ton @Rp6/kg. Biaya = 30.000 x Rp6.000 = Rp180.000.000. Seluruhnya berjumlah Rp250.000.000.

- d. Biaya total distribusi = Rp125.000.000 + Rp190.000.000 + Rp250.000.000
= Rp565.000.000.

2. Pemecahan dengan VAM

Pemecahan dengan metode VAM dilakukan atas kasus terdahulu. Prosedur penyelesaian adalah sebagai berikut.

- Identifikasi dua angka biaya minimal pada setiap baris dan kolom.
- Untuk baris A, ialah 5 dan 8 selisih 3. Baris B ialah 4 dan 6, selisih 2. Baris C ialah 6 dan 7 selisih 1. Kolom D ialah 6 dan 7 selisih 1. Kolom E ialah 6 dan 8 selisih 2. Kolom F ialah 4 dan 5 selisih 1.
- Identifikasi selisih terbesar. Dalam hal ini adalah 3, yaitu selisih pada baris A. Dengan demikian, kapasitas pabrik A yang harus dialokasi pertama pada pasar dengan biaya paling rendah, yaitu AF. Alokasi dilakukan dengan memerhatikan kapasitas *supply* (25.000) dan kapasitas *demand* (35.000). Alokasi harus dilakukan sesuai angka kapasitas yang kecil, yaitu 25.000 ton. Oleh karena itu, semua kapasitas pabrik A sudah teralokasi sehingga pasar AD dan AE diberi tanda silang "x", artinya "tidak dilayani"
- Proses diulangi, yaitu mencari selisih baris dan kolom. Pada tahap ini yang terbesar adalah 5, yaitu pada kolom F. Alokasi dilakukan pada BF karena memiliki biaya transpor terendah. Alokasi dilakukan dengan membandingkan kapasitas *supply* pabrik B (35.000) dan kapasitas pasar F (=10.000 yaitu 35.000 – 25.000). Alokasi dilakukan sebesar 10.000 ton. Kotak BF diberi tanda silang "x", artinya kapasitas *supply* dan *demand* sudah sesuai sehingga BF tidak perlu mendapat alokasi.
- Pada operasi ketiga, ada dua selisih terbesar yang sama, yaitu 2. Selisih yang pertama pada baris B dan kedua pada kolom E. Biaya terkecil pada baris B adalah 6 (BD) dan kolom E adalah 6 (CE). Kondisi sama dan dipilih baris B dengan sisa kapasitas 25.000 ton dan kapasitas D 35.000 ton. Alokasi sebesar 25.000 ton di pasar BD.
- Pada tahapan ini sisa dua kotak atau pasar yang belum mendapat alokasi, CD dan CE. Pasar CE mendapat alokasi 30.000 ton. Sisa kapasitas pabrik C sebesar 10.000 ton dialokasikan di pasar CD.

Tabel 7.8 Aplikasi Metode VAM dalam Minimisasi Biaya Transportasi

Dari \ Ke	D KD = 7	E KE = 6	F KF = 5	Supply (ton)	Selisih Baris
A RA = 0	9 x	8 x	5 25.000 ^(a)	25.000	3 ^(a) , x, x
B ^(a) RB = -1	6 25.000 ^(a)	8 x	4 10.000 ^(a)	35.000	2, 2, 2 ^(a)
C RC = 0	7 10.000 ^(a)	6 30.000 ^(a)	9 X	40.000	1, 1, 1
Demand (ton)	35.000	30.000	35.000	100.000	
Selisih Kolom	1, 1, 1	2, 2, 2	1, 5 ^(a) , x		

Sekarang semua kapasitas sudah teralokasi. Selanjutnya, melakukan pengujian hasil alokasi apakah sudah optimal atau belum. Pengujian dilakukan dengan memeriksa kotak yang berisi dan kotak yang kosong.

Kotak yang berisi = 5, ini sama dengan $m + n - 1$, $3 + 3 - 1 = 5$. Jadi, kotak berisi memenuhi syarat. Selanjutnya, dilakukan pemeriksaan atas kotak kosong dengan terlebih dahulu mencari indeks baris dan indeks kolom seperti yang telah dikemukakan pada waktu menguji metode ABL.

Untuk $RA = 0$ maka $KF = 5 - 0 = 5$, $RB = 4 - 5 = -1$, $KD = 6 - (-1) = 7$, $RC = 7 - 7 = 0$, $KE = 6 - 0 = 6$.

Kotak AD = $9 - 0 - 7 = +2$ (memenuhi syarat)

Kotak AE = $8 - 0 - 6 = +2$ (memenuhi syarat)

Kotak BE = $8 - (-1) - 6 = +3$ (memenuhi syarat)

Kotak CF = $9 - 0 - 5 = +4$ (memenuhi syarat)

Oleh karena semua kotak kosong memiliki nilai yang positif maka alokasi sudah optimum. Alokasi persis sama dengan pemecahan ABL dan Excel. Biaya alokasi tentu sama, yaitu Rp565.000.000. Perhitungan tidak diulangi lagi karena hasilnya sama dengan yang sebelumnya.

Implementasi metode VAM ini memperlihatkan proses pemecahan yang lebih baik dibandingkan dengan metode ABL. Metode VAM secara teori memiliki 65 persen peluang untuk langsung optimal dan hanya 35 persen kemungkinannya tidak langsung optimal. Dengan demikian, pergeseran

dengan *stepping stone method* tidak selalu harus dilakukan seperti pada metode ABL.

3. Pemecahan dengan Excel

Pemecahan dengan perangkat lunak Excel dilakukan dengan membuat lembaran kerja. Awalnya, aktifkan lembar kerja Excel. Kemudian buat matriks biaya angkutan per unit berat atau volume yang disesuaikan dengan jumlah sumber (pabrik atau gudang wilayah). Untuk contoh terdahulu terdiri dari tiga pabrik dan tiga daerah pemasaran utama.

Pada lembar kerja yang sudah diaktifkan terlihat bahwa untuk memasukkan *input* biaya satuan distribusi, dibuat *cell* yang diarsir, yaitu C3 sampai E5. Untuk lokasi pemecahan, diarsir *cell* yang bersesuaian (matriks 3 x 3), yaitu C11 sampai E13. Sebagai langkah awal, semua *cell* diisi angka nol. Kapasitas pabrik atau gudang wilayah dicatat secara bersesuaian pada J11 sampai J13 di bawah kolom *supply*. Jumlah kapasitas yang dipakai dicatat di I11 sampai I13. Untuk keperluan itu maka di I11 diketik rumus: =SUM(C11:E11), kemudian disalin ke I12 dan I13.

Kapasitas permintaan pasar, diketik di baris *demand*, yaitu *cell* C16 sampai E16. Di *cell* C17 diketik rumus: =SUM(C3:C5) kemudian disalin pada *cell* D17 dan E17. Di *cell* I19 pada baris ***objective minimize of transportation cost*** diketik rumus: =SUMPRODUCT(C3:E5,C11:C13). Pada *cell* I19 akan diperoleh biaya distribusi yang minimum. Selanjutnya, ketik *solver* parameter sesuai pada lembar kerja, mulai C21 sampai C25. Pada *cell* E22 diketik rumus: =I19 sehingga akan menyalin angka biaya minimum yang diperoleh. Pada E23 diketik kata: Min, maksudnya sasaran pemecahan adalah minimisasi biaya. Pada E24 diketik kata: *solution_matrix*. Pada *cell* E25 diketik formula: =I11:I13<=J11:J13 sebagai pemberi informasi status pemecahan. Jika tidak dicapai keadaan yang optimum, secara otomatis di *cell* E25 akan muncul FALSE. Di *cell* E26 diketik rumus: =C17:E17>=C16:E16 sehingga secara otomatis akan memberikan informasi TRUE jika pemecahan yang dilakukan benar sudah optimal.

Pemecahan dilakukan dengan memakai pendekatan VAM. Untuk itu, dicari selisih dari dua angka biaya minimum menurut baris dan kolom. Kemudian memberikan alokasi pada selisih terbesar yang terdapat baris atau kolom setelah memerhatikan kotak (pasar) dengan biaya minimal serta

kapasitas *supply* dan *demand*. Pilihlah kapasitas yang lebih kecil. Demikian seterusnya sampai semua kotak atau pasar terlayani sesuai kapasitas *supply* dan *demand* yang ada.

Untuk contoh ini, baris A memiliki selisih: $8 - 5 = 3$, baris B = $6 - 4 = 2$, baris C = $7 - 6 = 1$. Kolom D = $7 - 6 = 1$, kolom E = $8 - 6 = 2$, dan kolom F = $5 - 4 = 1$. Didapatkan bahwa selisih biaya terbesar adalah 3, pada baris A. Pada baris A tersebut, kotak atau *cell* dengan biaya satuan paling murah ialah kotak AE, atau E3 dengan biaya satuan Rp5. Untuk itu, dilakukan pengisian pada *cell* E11 (matriks penyelesaian) sebesar 25.000 ton (sesuai kapasitas *supply*, karena $25.000 < 35.000$, kapasitas *demand*). Pada kolom E, kapasitas pasar (*demand*) masih harus diisi 10.000 ton. Alokasi itu dilakukan pada *cell* berbiaya minimal, yaitu E12 (biaya sesuai matriks biaya adalah Rp4, di E4). Kapasitas pabrik B masih tersisa $35.000 \text{ ton} - 10.000 \text{ ton} = 25.000 \text{ ton}$. Kapasitas ini dialokasikan pada pasar BD di *cell* C12 karena biayanya lebih murah dibanding BE (atau $\text{Rp}6 < \text{Rp}8$). Terakhir dilakukan alokasi atas kapasitas pabrik C. Pasar yang paling murah biayanya ialah CE = Rp6.



Gambar 7.1 Pemecahan Kasus Minimisasi dengan Excel

Dengan demikian *cell* D13 diisi 30.000 ton. Sisa kapasitas 10.000 ton dialokasikan ke pasar CD dan di *cell* C13 diisi 10.000. Sampai tahapan ini, semua kapasitas pabrik dan pasar sudah dialokasikan. Untuk mengetahui biaya distribusi ke pasar yang dilayani dan harus dipikul maka di *cell* K11 diketik =SUMPRODUCT(C3:E3,C11:E11) kemudian disalin ke *cell* K12 dan K13.

Biaya distribusi minimal Rp565.000 seharusnya dibaca Rp565.000.000 karena biaya satuan dalam kg sedangkan alokasi per ton. Oleh karena itu, biaya yang diperoleh harus dikali dengan 1000. Pada kotak I26 muncul kata TRUE, artinya perhitungan yang dilakukan adalah optimum.

Sebagai bahan bandingan maka contoh ini yang dianalisis dengan memakai metode ABL dibandingkan dengan hasil pemecahan dengan metode Excel. Ternyata hasil pada Tabel 7.7 adalah sama dengan hasil Excel pada Gambar 7.1. Untuk dapat memahirkannya memakai pendekatan ini, Anda diminta membuat kasus minimisasi dengan pabrik/gudang wilayah sebanyak 5 buah dan pasar juga sebanyak 5 buah (matriks 5 x 5). Angka biaya dan kapasitas, disilahkan untuk menentukannya sendiri.

4. Pemecahan dengan Perangkat Lunak POM for Windows

Pemecahan dengan perangkat lunak *POM or QM for Windows* lebih mudah dan lebih praktis. Permasalahan yang dihadapi ialah sulitnya mendapatkan perangkat lunak yang bersangkutan.

Awalnya pada Gambar 7.2 disajikan masukan program minimisasi biaya transportasi distribusi. Selanjutnya, terlihat perbedaan antara pemecahan dengan perangkat lunak Excel, yakni pada perangkat lunak Excel data *supply* dan *demand* tidak menyatu dengan biaya distribusi unit pada satu matriks di lembar kerja yang bersangkutan. Akan tetapi, dipisah sehingga membentuk matriks tersendiri. Pada program *QM for Windows*, seperti yang tampak pada Gambar 7.2, semua elemen *input* analisis menyatu pada satu matriks.

	D	E	F	SUPPLY
A	8	8	5	25,000
B	8	8	4	35,000
C	7	8	9	40,000
DEMAND	35,000	30,000	35,000	

Gambar 7.2 Data Input untuk Minimisasi Biaya Distribusi

Dengan mencentang tombol *solve* maka diperoleh hasil seperti yang tersaji dalam Gambar 7.3. Hasil analisis sama dengan yang diperoleh pada dua metode pemecahan sebelumnya.

Kelebihan dari perangkat lunak *POM or QM for Windows* ialah keluaran dapat mengikhtisarkan kemana potensi *supply* dari pabrik atau gudang wilayah akan dialokasikan. Dalam Gambar 7.3 dapat dibaca, ke pasar mana hasil produksi ketiga pabrik akan didistribusikan dan berapa biaya distribusi yang timbul. Untuk metode pemecahan lainnya, hal seperti itu masih harus dihitung di luar model. Kecuali pada pemecahan dengan Excel, informasi yang sama dapat diperoleh pada lembar kerja pemecahan.

The screenshot shows the 'Optimal Solution' window with the following data:

	D	E	F
Optimal cost = \$563,000			
A			25,000
B	25,000		10,000
C	10,000	30,000	

The 'Shipment' window shows the following data:

From	To	Shipment	Cost per unit	Shipment cost
A	F	25,000	5	125,000
B	D	25,000	6	150,000
B	F	10,000	4	40,000
C	D	10,000	7	70,000
C	E	30,000	6	180,000

Gambar 7.3 Hasil Pemecahan Optimal dan Biaya per Pasar

B. APLIKASI PADA PROGRAM MAKSIMISASI KONTRIBUSI

Berikut dijelaskan tentang beberapa aplikasi pada program maksimisasi kontribusi.

1. Pemecahan dengan VAM

Model transportasi dapat pula dipakai pada kasus dengan tujuan maksimisasi kontribusi atau keluaran. Pada uraian di bawah, pemecahan akan dilakukan dengan mengaplikasi metode simpleks dengan VAM dan mengecualikan pemakaian ABL untuk memecahkan kasus maksimisasi kontribusi ini. Selanjutnya, dilanjutkan dengan memakai perangkat lunak POM-for-Windows.

Misalnya, sebuah perusahaan perdagangan besar memiliki empat gudang wilayah, masing-masing di kota A, B, C, dan D. Perusahaan juga melayani empat wilayah pemasaran, yaitu E, F, G, dan H. Kontribusi rata-rata yang diperhitungkan pada setiap gudang wilayah A, B, C, dan D adalah masing-masing Rp14, Rp9, Rp15 dan Rp27 per kg.

Kapasitas gudang wilayah masing-masing 100.000 ton; 80.000 ton; 120.000 ton, dan 90.000 ton per tahun. Selanjutnya, kapasitas permintaan wilayah pemasaran per tahun masing-masing 100.000 ton, 70.000 ton, 160.000 ton, dan 60.000 ton per tahun.

Tabel 7.9 Matriks Biaya Distribusi Pemasaran per Kg

Dari/ke	E	F	G	H
A	11	10	9	7
B	7	0	3	1
C	12	13	8	11
D	21	22	23	21

Diminta:

Tentukan alokasi distribusi produk tersebut pada kontribusi yang maksimum. Nyatakan pula kontribusi maksimum tersebut.

Pemecahan:

Untuk memecahkan kasus di atas, yang harus dihitung pertama kali adalah kontribusi unit untuk setiap daerah pemasaran. Kontribusi tersebut adalah selisih antara kontribusi sewaktu produk masih berada di dalam gudang wilayah dengan biaya transpor distribusi.

Tabel 7.10 Kalkulasi Mendapatkan Kontribusi Netto per Kg

Dari/ke	E	F	G	H
A	$14-11=3$	$14-10=4$	$14-9=5$	$14-7=7$
B	$9-7=2$	$9-0=9$	$9-3=6$	$9-1=8$
C	$16-12=4$	$16-13=3$	$16-8=8$	$16-11=5$
D	$27-21=6$	$27-22=5$	$27-23=4$	$27-21=6$

Kontribusi untuk setiap alternatif daerah pemasaran disajikan dalam Tabel 7.10. Untuk memudahkan penyusunan fungsi tujuan dan fungsi kendala, dipakai matriks sumber tujuan yang dilengkapi dengan peubah keputusan Xj

untuk setiap sel alternatif. Matriks sumber tujuan dimaksud disajikan pada lembar kerja berikut.

Dari/ke	E	F	G	H	Supply
A	X_1 (3)	X_2 (4)	X_3 (5)	X_4 (7)	100
B	X_5 (2)	X_6 (9)	X_7 (6)	X_8 (8)	80
C	X_9 (4)	X_{10} (3)	X_{11} (8)	X_{12} (5)	120
D	X_{13} (6)	X_{14} (5)	X_{15} (4)	X_{16} (6)	90
Demand	100	70	160	60	390

Berikut akan disajikan pemecahan dengan menggunakan model VAM. Penerapan model dengan sasaran maksimisasi kontribusi, prosesnya berkebalikan dengan tujuan minimisasi biaya. Jika pada penyelesaian minimisasi dicari selisih baris dan kolom dari dua angka biaya yang minimum maka pada acuan maksimisasi kontribusi ini, selisih baris dan kolom dimaksud adalah antara dua angka kontribusi yang terbesar dari baris dan kolom yang bersangkutan. Selanjutnya, dipilih selisih baris dan kolom yang terbesar sebagai landasan pilihan untuk alokasi distribusi kotak (mewakili pasar) yang layak diberi alokasi. Dalam hal ini, ialah yang memiliki kontribusi terbesar pada baris atau kolom yang bersangkutan. Sebaliknya, pada acuan minimisasi biaya dipilih kotak yang mewakili angka biaya terkecil. Langkah sedemikian diulangi sampai semua kapasitas *supply* tersalur ke pasar yang direncanakan.

Untuk menguji derajat optimal alokasi, juga dilakukan dengan memerhatikan dua unsur, yaitu : (a) kotak yang telah memperoleh alokasi dan (b) kotak yang tidak memiliki alokasi (kosong). Jumlah kotak berisi yang mendapatkan alokasi, juga harus memenuhi syarat $(m + n - 1)$, yaitu jumlah baris (sumber) ditambah dengan kolom (tempat pemasaran). Dalam hal ini, sumber tersebut adalah pabrik atau gudang wilayah dan kolom (tujuan), yang dalam hal ini ialah pasar yang akan dilayani. Kemudian hasil penjumlahannya dikurangi dengan 1.

Untuk kotak yang kosong (yang pada tahapan analisis itu, pasar yang belum dilayani), diuji dengan kriteria $C_j - R_i - K_j \leq 0$. Kriteria uji ini adalah kebalikan dari kriteria uji program minimisasi. Pada program maksimisasi kotak kosong harus memenuhi syarat indeks negatif (*negative indexes condition*). Sedangkan pada program minimisasi diisyaratkan indeks bukan negatif (*non-negative indexes condition*).

Jika dalam uji optimisasi maksimisasi kontribusi ini terdapat kotak kosong yang memiliki indeks yang positif (*non-negative*), berarti kotak (pasar) yang bersangkutan harus diberikan alokasi karena akan meningkatkan kontribusi total yang diterima jika dibandingkan dengan yang sebelumnya. Tetapi apabila semua kotak yang kosong (pasar yang tidak dilayani) telah memiliki indeks yang negatif, berarti operasi alokasi telah sampai pada tahapan yang optimal. Alokasi dengan cara VAM disajikan dalam Tabel 7.11.

Tabel 7.11 Aplikasi VAM dalam Maksimisasi Kontribusi Alokasi

Dari \ Ke	KE = 3 E	KF = 8 F	KG = 5 G	KH = 7 H	Supply	Tabulasi Selisih Baris
A RA = 0	3 10 (e)	4 X	5 40 (f)	7 50 (g)	100	2, 2, 2, 2.
B RB = 1	2 X	9 70 (x)	6 X	8 10 (d)	80	1, 2, 2, 2 (d)
C RC = 3	4 X	3 X	8 120 (b)	5 X	120	3, 3 (b), X
D RD = 3	6 90 (c)	5 X	4 X	6 X	90	0, 0, 0, X
Demand	100	70	160	80	390	
Tabulasi Selisih Kolom	2, 2, 3 (c), 1.	4 (a), X, X.	2, 2, 1, 1.	1, 1, 1, 1		

Dalam operasi memberi alokasi maka terlebih dahulu kita harus mencari selisih dua kontribusi terbesar menurut kolom dan baris. Pada tahapan pertama, untuk baris A dua angka kontribusi terbesar ialah 7 dan 5 sehingga selisihnya sama dengan 2. Untuk baris B ialah 9 dan 8, selisih sama dengan 1. Untuk baris C ialah 8 dan 5, selisihnya sama dengan 3. Untuk baris D ialah 6 dan 6, selisihnya sama dengan 0. Untuk kolom E ialah 6 dan 4, selisihnya 2.

Untuk kolom F ialah 9 dan 5, selisihnya sama dengan 4. Untuk kolom G ialah 8 dan 6, selisihnya sama dengan 2. Terakhir, kolom H ialah 8 dan 7 selisihnya sama dengan 1. Dengan demikian, selisih yang terbesar adalah 4 dan terdapat pada kolom F.

Kontribusi terbesar pada kolom F tersebut adalah 9 (berada pada kotak BF, atau X_6 pada program simpleks). Untuk itu kotak BF diberi alokasi awal sebesar 70 unit (sesuai kapasitas pasar, karena kapasitas pabrik lebih besar, yaitu sebanyak 80 unit). Kotak lain pada kolom F diberi tanda silang (x), artinya kebutuhan pasar F sudah dipenuhi oleh pabrik B. Selanjutnya, dilakukan operasi mencari selisih yang kedua, baik pada baris maupun pada kolom. Pada operasi kedua ini, selisih terbesar adalah 3 (baris C) dan kotak dengan kontribusi terbesar pada baris C adalah CG = 8, atau X_{11} pada program simpleks. CG diberi alokasi sesuai kapasitas pabrik C, yaitu 120 unit karena kapasitas pasar lebih besar (160 unit). Kotak lain pada baris C diberi tanda silang (X). Selanjutnya, dilakukan operasi alokasi tahap ketiga dengan mencari selisih kontribusi baris dan kolom yang belum disilang sesuai cara yang terdahulu.

Pada operasi ketiga ini, selisih terbesar adalah 3 pada kolom E. Kontribusi terbesar pada kolom E adalah 6 (kotak DE, atau X_{13} pada program simpleks). DE diberi alokasi sesuai kapasitas pabrik D = 90 unit (kapasitas pasar E lebih besar, yaitu 100 unit) dan kotak lain pada baris D diberi tanda silang (X). Dengan cara dan prosedur yang sama, pada operasi keempat selisih terbesar adalah 2 yang terdapat pada baris A dan baris B. Kontribusi terbesar pada kedua baris itu (yang masih kosong dan belum disilang) adalah 8 pada baris B, tepatnya kotak BH atau X_9 pada program simpleks. Oleh karena itu, dipilih memberi alokasi ke kotak BH sebesar sisa kapasitas pabrik B = $80 - 70 = 10$ unit. Kotak kosong lainnya pada baris B disilang. Kotak yang tersisa kapasitas pasar H = $60 - 10 = 50$ unit. Berikutnya pada kotak AG (atau X_7) sebesar $160 - 120 = 40$ unit dan terakhir adalah kotak AE (X_5) = $100 - 90$ unit = 10 unit.

Setelah proses alokasi selesai, sesuai dengan prosedur yang telah dikemukakan dalam uraian terdahulu, untuk menguji derajat optimum hasil alokasi maka perlu memeriksa jumlah kotak yang berisi dan indeks kotak yang kosong. Kotak yang mendapatkan alokasi haruslah sebesar $(4 + 4 - 1) = 7$ buah. Dalam Tabel 7.11, kotak yang mendapatkan alokasi berjumlah 7 buah dan karena itu telah memenuhi kriteria uji pertama.

Syarat indeks kotak kosong (tidak mendapat alokasi) harus negatif tersebut mengindikasikan bahwa apabila kotak (pasar) yang bersangkutan diberi alokasi maka keputusan itu justru akan mengurangi jumlah kontribusi yang diterima. Dengan demikian, tidak memenuhi syarat untuk diberi alokasi. Pergeseran alokasi hanya dilakukan untuk mengisi kotak kosong yang memiliki indeks yang positif.

Langkah awal pengujian adalah memilih baris A sebagai titik pijak. Sehubungan dengan itu, $R_A = 0$. Selanjutnya, dapat dicari indeks kolom K_A , K_G dan K_H (sesuai dengan kotak yang mendapat alokasi pada baris A). $K_A = 3 - 0 = 3$, $K_G = 5 - 0 = 5$, dan $K_H = 7 - 0 = 7$. Dari K_A , dicari $R_B = 8 - 7 = 1$. Selanjutnya, dari R_B dicari $K_F = 9 - 1 = 8$. Dari K_G dicari $R_C = 8 - 5 = 3$ dan dari K_G dicari $R_D = 6 - 3 = 3$.

Oleh karena indeks baris dan kolom sudah diperoleh, selanjutnya dicari indeks semua kotak yang kosong.

$$AF = 4 - 0 - 8 = -4 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$BE = 2 - 1 - 3 = -2 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$BG = 6 - 1 - 5 = 0 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$CE = 4 - 3 - 3 = -2 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$CF = 3 - 3 - 8 = -8 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$CH = 5 - 3 - 7 = -5 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$DF = 5 - 3 - 8 = -6 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$DG = 4 - 3 - 5 = -4 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$DH = 6 - 3 - 7 = -4 \text{ (memenuhi syarat)}$$

Data menunjukkan bahwa semua kotak kosong memiliki indeks yang memiliki nilai ≤ 0 (negatif atau sama dengan nol). Sehubungan dengan itu, syarat optimal alokasi telah terpenuhi. Dengan telah dicapainya alokasi yang optimal maka tahapan berikutnya ialah pengambilan keputusan.

Kapasitas pabrik A dipasarkan ke E = 10 unit, ke G = 40 unit, dan ke H = 50 unit, total sesuai kapasitas pabrik yaitu 100 unit. Kapasitas pabrik B dipasarkan ke F = 70 unit dan ke H = 10 unit, total sesuai kapasitas pabrik, yaitu 80 unit. Kapasitas pabrik C hanya dipasarkan ke G = 120 unit total sesuai kapasitas pabrik, yaitu 120 unit. Kapasitas pabrik D hanya dipasarkan ke E = 90 unit, total sesuai kapasitas pabrik, yaitu 90 unit.

Matriks hasil optimal adalah sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} AE = 10 \\ AG = 40 \\ AH = 50 \\ BF = 70 \\ BH = 10 \\ CG = 120 \\ DE = 90 \\ \pi = 2.790 \end{array}$$

$$\pi_{\text{maks}} = 10(3) + 40(5) + 50(7) + 70(9) + 10(8) + 120(8) + 90(6) = 2.790$$

2. Pemecahan dengan POM-for-Windows

Sesuai dengan contoh terdahulu maka nilai-nilai yang dibutuhkan seperti: kontribusi unit, kapasitas supply dari gudang wilayah, dan kapasitas demand setiap daerah pemasaran dimasukkan ke program. Pemasukan input dimaksud disajikan dalam Gambar 7.4.

	Demand				Supply
	E	F	G	H	
A	3	4	5	7	100
B	2	9	6	8	80
C	4	3	8	5	120
D	6	5	4	6	90
DEMAND	100	70	160	60	

Gambar 7.4 Pemasukan input Pemecahan Maksimasi Kontribusi

Setelah input dimasukkan maka program dieksekusi. Berdasarkan eksekusi program diperoleh hasil optimal seperti yang disajikan dalam Gambar 7.5. Pada Gambar 7.5 tersebut hasil optimum adalah: kapasitas gudang A (100

ton) didistribusikan ke pasar E (10 ton), pasar G (30 ton), dan pasar H (60 ton). Kapasitas gudang B (80 ton) didistribusikan ke pasar F (70 ton), dan pasar G (10 ton). Kapasitas gudang C (120 ton) seluruhnya didistribusikan ke pasar G (120 ton). Kapasitas gudang D (90 ton) seluruhnya didistribusikan ke pasar E (90 ton).

Kontribusi total adalah Rp2.790 dan dengan rincian per *shipment* dari gudang ke daerah pemasaran dapat dilihat pada Gambar 7.5. Ternyata pasar G merupakan pasar yang paling dominan pada contoh ini, dengan kontribusi sebesar Rp2.790, dihasilkan dari pasar G sebesar Rp1.170 atau sekitar 41.94 persen. Disusul pasar E dengan kontribusi total Rp570 atau 20.43 persen. Sisanya diperoleh dari pasar F dan H sisanya sebesar Rp1.050 atau hanya sekitar 37.63 persen.

Dalam hal ini, harus diusahakan bagaimana metode pemasaran yang tepat untuk meningkatkan volume distribusi ke pasar F dan H. Meskipun dalam contoh ini F dan H merupakan daerah pemasaran yang paling kecil daya serapnya, namun di masa yang akan datang dapat saja terjadi hal yang sebaliknya.

The screenshot shows a software window with two tables. The top table, titled 'Kapasitas Gudang', shows the capacity of four warehouses (A, B, C, D) for four markets (E, F, G, H). The bottom table, titled 'Shipment', shows the optimal distribution of goods from each warehouse to each market.

Kapasitas Gudang				
	E	F	G	H
A	50		30	60
B		70	10	
C			120	
D	90			

Shipment				
	E	F	G	H
A	90			
B		70	10	
C			120	
D				

Gambar 7.5 Hasil Pemecahan Optimum dan Kontribusi Total Alokasi

(untitled) Solution				
From	To	Shipment (unit)	Contribution per unit	Contribution of Shipment
A	E	10	3	30
A	G	30	5	150
A	H	60	7	420
B	F	70	9	630
B	G	10	6	60
C	G	120	8	960
D	E	90	6	540

Created by POM-QM for Windows

Dengan pemetaan ini manajer dapat menyusun program pemasaran yang kondusif dan efektif untuk memelihara *market share* yang sudah diperoleh. Selibuhnya, bagaimana dapat meningkatkan pangsa pasar di masa yang akan datang.

C. ANALISIS TRANSHIPMENT

Hal yang harus dilakukan dalam analisis *transshipment* adalah sebagai berikut.

1. Menetapkan Frekuensi Pasokan

Sebuah perusahaan yang memiliki beberapa sumber pasokan, baik berupa pabrik maupun gudang wilayah dan beberapa pasar atau gudang distribusi dapat menerapkan model rute terdekat ini. Minimisasi jarak rute sama pemecahannya dengan program distribusi. Hanya saja dalam minimisasi jarak rute ini menargetkan frekuensi pengiriman dari tiap pabrik atau gudang wilayah ke setiap pasar (sama kapasitas *supply* dalam model transportasi). Selain itu, juga dijumpai target kunjungan ke masing-masing pasar (sama kapasitas *demand* dalam model transportasi). Analisis dilakukan dengan cara melihat alokasi perjalanan mana yang akan meminimumkan jarak rute perjalanan distribusi.

Matriks jarak dan target frekuensi perjalanan disajikan pada Gambar 7.6. Dalam contoh tersebut, sumber pasokan ada 3 buah, yaitu D_1 , D_2 dan D_3 . Sedangkan pasar target ada 5 buah, yaitu D_4 , D_5 , D_6 , D_7 dan D_8 . Sehubungan dengan itu, dibuat arsiran tempat pemasukan nilai-nilai jarak dari pabrik

atau gudang wilayah ke masing-masing pasar, yaitu matriks 3 x 5. Pada Gambar 7.6 mencakup C6:G8. Matriks untuk analisis dibuat pada C14:G17, dan pada mulanya setiap *cell* diisi dengan 0. Nilai 0 ini akan diganti dengan angka frekuensi perjalanan yang mungkin sesuai analisis yang dilakukan nanti. Sediaan frekuensi perjalan di setiap pasar (*demand*) ditulis pada C20 hingga G20. Frekuensi hasil analisis ditulis di C21 hingga G21. Untuk itu di *cell* C21 diketik: =SUM(C14:C17), kemudian disalin ke D21 sampai G21. Sebagai kapasitas *supply*, angka-angka dimaksud ditulis pada kolom *available*, yaitu pada *cell* J14 sampai J17. Frekuensi perjalanan yang direalisasi secara total dapat dibaca pada *cell* I14 sampai I17. Untuk keperluan itu, di *cell* I14 diketik: =SUM(C14:G14), kemudian disalin pada *cell* I15 sampai I17. Di baris I18 diketik: =SUM(I15:I17) kemudian disalin ke *cell* J18 dan K18. Di *cell* K14 diketik: =SUMPRODUCT(C6:G6,C14:G14), kemudian disalin ke *cell* K15 sampai K17. Di *cell* E30 diketik: =I14:I18<=J14:J16, dan di *cell* E31 diketik: =C21:G21>=C20:G20. Jika perhitungan **tidak optimum** maka di *cell* E30 akan muncul kata "FALSE", tetapi kalau **optimum** di *cell* E31 muncul "TRUE".



Gambar 7.6 Pemecahan Kasus Minimisasi Jarak dengan Excel

Untuk melakukan analisis alokasi perjalanan dari setiap pabrik ke setiap pasar maka pada *cell* I6:I8 dihitung selisih dua jarak minimum pada baris yang bersangkutan. Selisih kolom dicatat *cell* C9:G9. Pada baris D_1 diperoleh: $80 - 30 = 50$. Baris $D_2 = 95 - 80 = 15$, baris $D_3 = 210 - 190 = 20$. Pada kolom $D_4 = 250 - 190 = 60$. Kolom $D_5 = 170 - 95 = 75$. Kolom $D_6 = 80 - 30 = 50$.

Kolom $D_1 = 95 - 80 = 15$ dan kolom $D_8 = 0 - 0 = 0$. Selisih terbesar adalah 75, pada kolom D_5 . Jarak terpendek pada D_5 ialah 95 km, yaitu pada kotak $D_1 D_5$. Kapasitas *demand* (target) sebesar 6 frekuensi dan kapasitas *supply* (available) sebesar 4 frekuensi. Oleh karena itu, di kotak $D_1 D_5$ diisi 4 frekuensi. Dengan demikian, kapasitas D_1 sudah diserap seluruhnya oleh $D_1 D_5$, sehingga Baris D_1 dikecualikan dalam analisis berikutnya. Baris yang dievaluasi sisa D_2 dan D_3 . Selisih di $D_2 = 95 - 80 = 15$ dan di $D_3 = 210 - 190 = 20$. Untuk kolom $D_4 = 340 - 250 = 90$. Kolom $D_5 = 290 - 170 = 120$. Kolom $D_6 = 210 - 80 = 130$, kolom $D_7 = 190 - 95 = 95$ dan $D_8 = 0$. Selisih terbesar adalah 130 pada kolom D_6 . Jarak paling dekat di kolom D_6 ialah 80 di *cell* $D_2 D_6$. Target perjalanan D_6 adalah 8 frekuensi sedang available D_2 adalah 12 frekuensi. Oleh karena itu, alokasi dilakukan di $D_2 D_6$ pada *cell* E15 = 8 frekuensi. Target Kolom D_6 sudah terpenuhi sehingga dikecualikan pada analisis berikutnya.

Selisih di D_2 adalah $170 - 95 = 75$, di $D_3 = 290 - 190 = 100$. Kolom $D_4 = 340 - 250 = 90$. Kolom $D_5 = 290 - 170 = 120$. Kolom $D_7 = 190 - 95 = 95$. Kolom $D_8 = 0 - 0 = 0$. Selisih terbesar terdapat di kolom D_3 . Jarak terdekat di kolom $D_3 = 170$ km. Alokasi dilakukan di *cell* D15 sebesar 2 frekuensi (sisa kapasitas target = $6 - 4 = 2$, dan sisa kapasitas available = $12 - 8 = 4$). Sampai pada tahap ini, kolom D_3 sudah terpenuhi (dikecualikan pada analisis berikutnya). Kolom yang belum terpenuhi ialah kolom D_4 dan D_7 serta baris D_2 dan D_3 .

Selisih di D_2 adalah $250 - 95 = 155$, dan $D_3 = 340 - 190 = 150$. Kolom $D_4 = 340 - 250 = 90$. Kolom $D_7 = 190 - 95 = 95$. Kolom $D_8 = 0 - 0 = 0$. Selisih terbesar 155 pada baris D_2 . Jarak terkecil 95 km sehingga alokasi dilakukan pada *cell* F15 sebesar 2 frekuensi, dan available untuk baris D_2 sudah terpenuhi. Kapasitas yang belum mendapat alokasi adalah kapasitas available $D_3 = 8$ dan target kolom $D_7 = 8 - 2 = 6$ frekuensi dan target kolom $D_3 = 8 - 6 = 2$ frekuensi. Sisa target kolom $D_3 = 5 - 2 = 3$, nilai 3 frekuensi ini dicatat pada baris *dummy* (total target = 27 frekuensi, sedangkan available = 24, kelebihan pada target = 3. Jika target > available maka selisihnya diserap oleh sumber bayangan atau baris *dummy*. Akan tetapi, seandainya target < available maka kelebihan available diserap oleh pasar *dummy*, atau kolom *dummy*). Alokasi pada F16 = 6 frekuensi dan C16 = 2 frekuensi, dan C17 = 3 frekuensi.

Jumlah jarak = 3.370 km dengan 24 frekuensi perjalanan. Kelebihan = 3 frekuensi. Hasil ini sesuai kata yang muncul di *cell* E31 adalah TRUE, berarti pemecahan sudah optimal.

Keputusan adalah sebagai berikut.

No	Gudang Asal	Gudang Tujuan	Fekkuensi	Jarak (km)
1	D ₁	D ₅	4x	380
2	D ₂	D ₂	2x	340
		D ₆	8x	640
		D ₇	2x	190
			Subtotal	1.170
3	D ₃	D ₄	2x	680
		D ₈	6x	1.140
			Subtotal	1.820
			Jarak total	3.370

Pada keputusan tersebut jumlah perjalanan yang direalisasi adalah 24 perjalanan. Potensi yang ada sebanyak 27 frekuensi. Kapasitas perjalanan yang tidak terpakai sebanyak 3 frekuensi dicatat pada baris *dummy* pada pasar D₉, karena ke D₉ dianggarkan 5 perjalanan dan terpakai hanya 2 frekuensi. Jarak total kegiatan distribusi logistik ini adalah 3.370 km. Memerhatikan prosedur dan langkah pemecahan kasus ini maka prosedur dan langkahnya sama dengan metode VAM. Oleh karena itu, jika sudah menguasai teladan dalam pemecahan metode VAM maka pemecahan frekuensi pasokan terdekat ini akan menjadi lebih mudah.

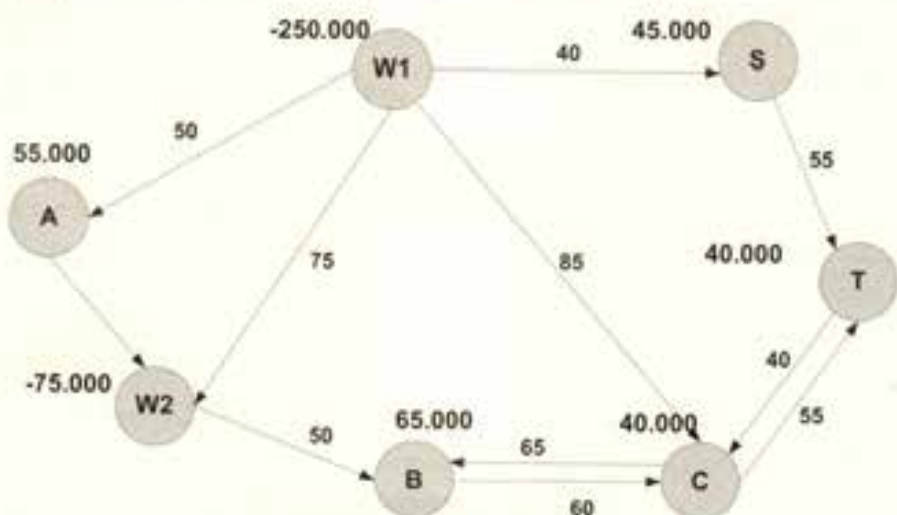
2. Analisis Rute Terpendek dalam *Transshipment*

Analisis rute terpendek ini perlu dilakukan jika lajur distribusi logistik memiliki beberapa alternatif sehingga untuk mencapai efisiensi, perlu mencari rute terpendek agar dapat meminimumkan biaya dan waktu. Misalnya, di Pulau Jawa, jika pusat distribusi di Jakarta dan lokasi gudang wilayah yang dituju adalah di Surabaya maka terdapat pilihan: (a) melalui lajur pantai utara, (b) melalui lajur pantai selatan, dan (c) melalui jalur tengah. Jalur rute logistik dapat saja pindah jalur, misalnya dari pantai utara ke lajur tengah atau dari lajur tengah ke lajur pantai selatan. Perpindahan tersebut dilakukan untuk meminimumkan jarak dan waktu. Berikutnya, dari Surabaya akan diatur pendistribusinya ke daerah lain, misalnya Madura, Bali, Sulawesi Selatan, Ambon, dan sebagainya.

Di Sulawesi Selatan misalnya, pusat distribusi di Makassar. Lokasi gudang wilayah di Watampone untuk memenuhi logistik ke Kolaka (Sulawesi

Tenggara), Raha, dan Bau-Bau. Perjalanan dari Makassar ke Watampone tersedia alternatif: (a) via Parepare, (b) via Camba, Maros, dan (c) via Bulu Dua, Barru. Dianalisislah jarak atau biaya distribusi setiap alternatif dan kondisi jalannya, apakah sesuai dengan kendaraan yang akan digunakan atau tidak.

Pada Gambar 7.7 perusahaan XYZ memiliki dua gudang, yaitu W_1 sebagai gudang induk dan W_2 sebagai gudang pendukung distribusi. Barang dari gudang W_1 dan W_2 diangkut ke lokasi pemasaran, dalam hal ini kota A, B, C, S dan T. Tiap simpul kegiatan akan menerima pasokan dan juga dapat menyalurkan sebagian sediaananya ke simpul kegiatan lainnya. Misalnya, T menerima pasokan dari W_1 melalui S. Di samping itu, T dapat pula mengirimkan sediaananya ke C. Simpul kegiatan C menerima pula pasokan dari W_2 melalui B dan juga langsung dari W_1 . Pada saat yang sama, C juga dapat memasok kebutuhan B. Aktivitas demikian yang disebut *transshipment*. *Transshipment* adalah suatu aktivitas disimpul kegiatan, dalam waktu tertentu menerima pasokan dari gudang wilayah atau gudang pendukung dan simpul (*node*) lainnya, dan pada saat yang lain akan menyerahkan sebagian sediaan yang diterimanya kepada simpul kegiatan (*node*) lainnya.



Gambar 7.7 Peta Rute Logistik Perusahaan XYZ

Dalam Gambar 7.7 angka yang terdapat pada simpul (*node*) menunjukkan kapasitas *supply* (simpul yang bertanda minus) dan kapasitas *demand* (simpul yang bertanda positif). Angka *demand* dan *supply* tersebut adalah

dalam ribuan ton. Angka-angka yang terdapat pada garis panah menunjukkan biaya angkutan per unit (per kg).

Program logistik dalam Gambar 7.8 dianalisis distribusi dan *transshipment* program tersebut pada Gambar 7.8. Distribusi dari W_1 ke W_2 tidak dilakukan, karena biayanya lebih mahal jika dilakukan ke A dan ke S. Distribusi W_1 ke C biaya Rp85, sebab lebih murah jika dibanding W_1 ke W_2 (Rp75) dan ke B (Rp50) kemudian ke C (Rp60). Kebutuhan B lebih murah dipenuhi W_2 .



Gambar 7.8 Rute Distribusi dan Biaya Logistik

Pada cell F19 diketik potensi *supply* dan *demand* setiap simpul. Kapasitas $W_1 = -250.000$ ton, $W_2 = -75.000$ ton, $A = 55.000$ ton, $B = 65.000$ ton, $C = 40.000$ ton, $S = 45.000$ ton, dan $T = 40.000$ ton. Pada saat yang sama S dapat mengirim sebagian sediaannya ke T. Simpul T selain menerima dari S, juga dapat mengirimkan sediaan yang ada ke C, sebaliknya C juga dapat memasok sediaan ke T. Demikian juga simpul C dapat menerima dari B dan selanjutnya menyerahkan sebagian sediaannya ke T. Dengan demikian, akan terjadi *transshipment* di beberapa simpul, yaitu S, T, A, B, dan C.

Realisasi disediakan di cell F20:L20. Untuk itu, pada cell F20 diketik pernyataan: `=SUMPRODUCT(F6:F16,$N6:$N16)` kemudian disalin ke cell G20 sampai L20. Nilai pada F20 sampai L20 harus sama atau lebih kecil dari nilai pada F19 sampai L19. Di cell D17 diketik pernyataan sebagai target biaya minimum distribusi: `=SUMPRODUCT(D6:D16,$N6:$N16)`. Selanjutnya, di cell

N6 sampai N16, dimasukkan nilai analisis. Misalnya, tidak ada aliran barang W1 ke W2, di N6 ditulis "0". Selanjutnya, W1 ke A ditulis 55.000 pada cell N7, W1 ke S ditulis 45.000 di cell N8, W1 ke C ditulis 40.000 di cell N9. Dari A ke W2 tidak ada, ditulis 0 di cell N10. Dari W2 ke B ditulis 65.000 di cell N11. Selanjutnya, dari S ke T disalurkan 20.000 ditulis di cell N12, lainnya adalah 0.

Alokasi yang diterima S adalah 45.000 ton dan sebagiannya, yaitu 20.000 ton dikirim ke T sehingga yang dipakai di S hanya 25.000. Nilai ini dapat dilihat pada cell K20. Dengan demikian, dari seluruh volume angkutan sebesar 225.000 ton dikurangi 20.000 (pemindahan dari S ke T 20.000 ton) sehingga netto 205.000 ton. Biaya total distribusi Rp17.300.000

PEMAKAIAN PROGRAM
LINEAR DALAM
PERENCANAAN AGREGAT**A. PENGERTIAN PERENCANAAN AGREGAT**

Pemilihan metode perencanaan yang benar bagi sebuah organisasi produksi atau penyedia jasa, tergantung pada beberapa faktor. Sebagian faktor penentu itu bersifat eksternal dan sebagian lagi bersifat internal. Faktor berpengaruh yang bersifat eksternal mencakup jenis pasar yang dilayani, sifat permintaan pasar yang dihadapi, kondisi umum perekonomian, dan ketersediaan sumber daya produksi. Sedangkan faktor berpengaruh yang sifatnya internal mencakup antara lain penilaian manajemen mengenai keadaan mendatang yang dihadapi, ketersediaan tenaga ahli perencanaan, dan peralatan pendukung analisis yang tersedia. Namun demikian, pertimbangan yang sangat berpengaruh dalam penyusunan rencana perusahaan adalah jangka waktu dari cakrawala perencanaan yang bersangkutan.

Sehubungan dengan hal tersebut Chase dan Aquillano (1995) membedakan perencanaan itu ke dalam tiga kategori, yaitu perencanaan strategis (perencanaan jangka panjang), perencanaan agregat (perencanaan jangka menengah atau perencanaan taktis), dan perencanaan operasional (perencanaan jangka pendek). Pada dasarnya perencanaan strategis merupakan perencanaan perusahaan, baik di bidang produksi barang maupun penyediaan jasa, untuk skala waktu jangka panjang yang memuat rencana perusahaan secara menyeluruh dan bersifat umum. Jangka waktu panjang biasanya dikaitkan dengan cukupnya waktu untuk melakukan perubahan kapasitas produksi yang ada, serta meningkatkan atau mengurangi jumlah kapasitas dimaksud. Dengan demikian, jangka waktu panjang umumnya

dikaitkan dengan waktu yang dibutuhkan untuk melakukan perubahan kapasitas, misalnya dua tahun atau lebih. Bahkan menurut Chase dan Aquilano (1995), jangka panjang ialah jangka waktu dua sampai lima tahun yang mencakup waktu pembangunan gedung pabrik yang baru, pengadaan dan pemasangan mesin pabrik yang baru, pemasangan instalasi listrik, air, sarana komunikasi dan bahan bakar, produksi percobaan sampai produksi komersial, serta pengadaan sarana pendukung produksi lainnya.

Perencanaan agregat berfungsi untuk menerjemahkan perencanaan strategis sedemikian rupa sehingga dapat dilaksanakan melalui perencanaan operasional. Pada pokoknya perencanaan agregat adalah perencanaan secara garis besar dan umum mengenai rencana produksi dalam waktu tertentu, yang mengabaikan rincian produk secara individual, serta penjadwalan secara rinci atas fasilitas produksi yang diperlukan dan tenaga kerja produksi yang dibutuhkan. Rencana agregat ini mencakup waktu sekitar enam sampai delapan belas bulan yang dirinci ke dalam satuan waktu bulanan.

Masukan perencanaan agregat antara lain meliputi: (1) definisi unit keluaran yang dapat diukur dengan pasti (kilogram, liter, gallon, krat untuk minuman dalam kemasan, dan sebagainya), (2) ramalan permintaan pasar, (3) alternatif produksi, dalam hal ini produksi rutin (selama jam kerja resmi), produksi dengan kerja lembur (bekerja di luar jam kerja resmi), dan subkontraktor (menyediakan produk dengan menggunakan jasa perusahaan lain atau memakai jasa *outsourcing*), serta (4) perhitungan biaya berdasarkan pendekatan biaya relevan atau biaya standar. Selanjutnya, keluaran perencanaan agregat adalah: (1) jadwal produksi, (2) perencanaan kapasitas, (3) perencanaan anggaran produksi pada rujukan biaya optimal, dan (4) perencanaan sediaan (*inventory planning and control*).

Secara umum, rencana agregat berangkat dari anggapan bahwa efisiensi produksi (teknologi produksi yang dipakai) tetap sama, kapasitas produksi tidak berubah, dan tenaga kerja yang didayagunakan juga tetap sama. Sasarannya ialah bagaimana mendayagunakan sumber-sumber yang tersedia itu secara optimal. Usaha untuk mendayagunakan sumber-sumber yang tersedia secara optimal menjadi landasan dipergunakannya metode program linear dalam perencanaan agregat.

Selanjutnya, rencana operasional adalah rencana yang disusun untuk dipakai sebagai pedoman pelaksanaan kegiatan produksi. Rencana operasional

ini merupakan kegiatan penerjemahan rencana agregat menjadi rencana pelaksanaan produksi. Rencana operasional ini disusun untuk waktu satu bulan yang dibagi atas rencana produksi harian atau mingguan. Selanjutnya, rencana operasional adalah rencana yang disusun untuk dipakai sebagai pedoman pelaksanaan kegiatan produksi. Rencana operasional ini merupakan kegiatan penerjemahan rencana agregat menjadi rencana pelaksanaan produksi. Rencana operasional ini disusun untuk waktu satu bulan yang dibagi atas rencana produksi harian atau mingguan.

B. TAHAPAN PERENCANAAN AGREGAT

Menurut Kostas N. Dervitsiotis (1984) perencanaan agregat memiliki empat tahapan, yaitu: (1) tahapan ramalan permintaan agregat, (2) tahapan merinci penggunaan kapasitas, (3) tahapan menentukan alternatif produksi, dan (4) tahapan alokasi permintaan ke periode produksi.

Pada tahapan ramalan permintaan agregat, umumnya diaplikasi metode analisis peramalan statistik yang sesuai untuk jangka menengah, enam bulan sampai delapan belas bulan yang menggunakan satuan waktu bulanan. Metode analisis permintaan pasar berguna sebagai masukan untuk menentukan target produksi per satuan waktu bulanan dimaksud.

Salah satu kegunaan perencanaan agregat adalah menerjemahkan atau mengalokasikan tingkat permintaan pasar ke rencana pelaksanaan produksi sehingga tingkat permintaan itu dapat dipenuhi secara memuaskan dan dengan tingkat biaya yang minimal. Sehubungan dengan itu, dalam usaha memaksimalkan kegunaan perencanaan agregat tersebut maka sangat diperlukan hasil peramalan permintaan pasar yang akurat dan handal.

Oleh karena perencanaan agregat berangkat dari anggapan bahwa kapasitas produksi tetap tidak berubah, kapasitas tersebut harus dialokasi sedemikian rupa sehingga mampu menjawab tingkat permintaan pasar yang ada. Kapasitas produksi dengan menggunakan peralatan produksi yang tersedia sekarang dapat saja ditingkatkan keluarannya melalui kerja lembur. Namun demikian, perlu diketengahkan bahwa kapasitas produksi terpasang pada umumnya dinyatakan untuk jam kerja reguler (*reguler working time*). Jam kerja reguler tersebut umumnya dinyatakan untuk hari kerja biasa antara pukul 08.00 sampai pukul 16.00 waktu setempat. Pada jam kerja reguler

tersebut, tenaga kerja langsung teralokasi untuk satu gilir kerja (satu *shift*). Dengan kerja lembur, berarti perusahaan bekerja lebih daripada satu *shift*, misalnya *shift* kedua (pukul 16.00 – 24.00) dan *shift* ketiga (pukul 00.00 – 08.00). Sehubungan dengan hal itu, kerja lembur (*overtime*) tetap memanfaatkan fasilitas produksi yang dimiliki perusahaan sekarang ini. Dengan melalui kerja lembur tersebut maka volume keluaran per hari dapat ditingkatkan. Di samping itu, apabila permintaan pasar berada di bawah kapasitas yang tersedia, manajer pabrik (manajer perusahaan) perlu mempertimbangkan untuk memakai sisa kapasitas untuk memproduksi produk lain. Produk lain tersebut mungkin saja merupakan produk komplementer

Jika manajemen tidak memanfaatkan kelebihan kapasitas, tentu akan memberikan dampak *under-utilization* yang pada akhirnya akan menekan naiknya biaya produksi di atas anggaran biaya optimal. Menghadapi gejala *over and or under-utilization* tersebut maka manajer perusahaan perlu memiliki kebijakan penentuan harga yang bersifat antisipatif, kegiatan promosi yang berhasil guna, dan waktu penyerahan yang fleksibel.

Alokasi permintaan pasar ke alternatif produksi yang mungkin dengan layak, sangat diperlukan apabila tingkat permintaan pasar melebihi kapasitas produksi reguler. Secara umum, alternatif produksi yang terdapat tiga macam, yaitu: (1) alternatif produksi reguler, (2) alternatif produksi lembur, dan (3) alternatif produksi subkontraktor.

Dalam pembahasan terdahulu telah dikemukakan bahwa produksi reguler dikaitkan dengan aktivitas produksi selama jam kerja reguler yang lazim, yaitu pada gilir kerja pertama selama hari kerja. Sebaliknya, kerja lembur adalah kegiatan produksi di luar jam kerja reguler, baik dalam hari kerja resmi maupun pada hari raya atau hari ahad. Sebaliknya, pada penggunaan subkontraktor, berarti perusahaan mengikutsertakan perusahaan lain dalam kegiatan menghasilkan produk tertentu yang tidak dapat dipenuhi sendiri oleh perusahaan.

Kapasitas subkontraktor dan kapasitas lembur terdapat perbedaan yang mendasar. Kapasitas lembur masih menjadi bagian dari kapasitas produksi perusahaan yang operasinya berada di luar jam kerja reguler. Sebaliknya, kapasitas subkontraktor adalah kapasitas perusahaan lain. Oleh karena perencanaan agregat disusun berdasarkan kapasitas yang konstan maka apabila dalam alokasi kapasitas dan pemilihan alternatif produksi terjadi

kelebihan atau kekurangan tenaga kerja langsung, manajer perusahaan sudah harus memiliki rancangan alternatif.

Menghadapi tenaga kerja langsung perusahaan, pilihan yang dihadapi manajemen perusahaan adalah: (1) tenaga kerja konstan, atau jumlahnya tetap sama dan diarahkan untuk memproduksi keluaran, yang disesuaikan jumlahnya dengan tingkat permintaan pasar, dan (2) tenaga kerja bervariasi, pada pilihan ini jumlah tenaga kerja yang dipekerjakan selalu disesuaikan dengan kebutuhan pasar. Sehubungan dengan itu, terdapat kemungkinan, pada titik waktu tertentu, yakni tenaga kerja berlebihan sehingga perlu merumahkan sebagian dari tenaga kerja yang ada (*layoff*).

Sebagai alat untuk mengantisipasi *over and/or under-utilization* ini, manajemen perusahaan dapat memanfaatkan kebijaksanaan persediaan. Kelebihan produksi yang belum terserap oleh pasar, dapat ditahan sebagai sediaan yang berguna untuk dipakai memenuhi kelebihan permintaan di masa mendatang. Sepanjang memungkinkan, manajemen dapat mempertimbangkan alternatif penyerahan kemudian kelebihan pesanan di atas kapasitas perusahaan, serta memanfaatkan kapasitas subkontraktor. Hal yang pasti ialah pemilihan alternatif produksi tersebut tetap menjamin biaya produksi yang minimum.

Menurut Kostas N. Dervitsiotis (1984), metode perencanaan agregat yang tersedia dapat digolongkan menurut Tabel 8.1.

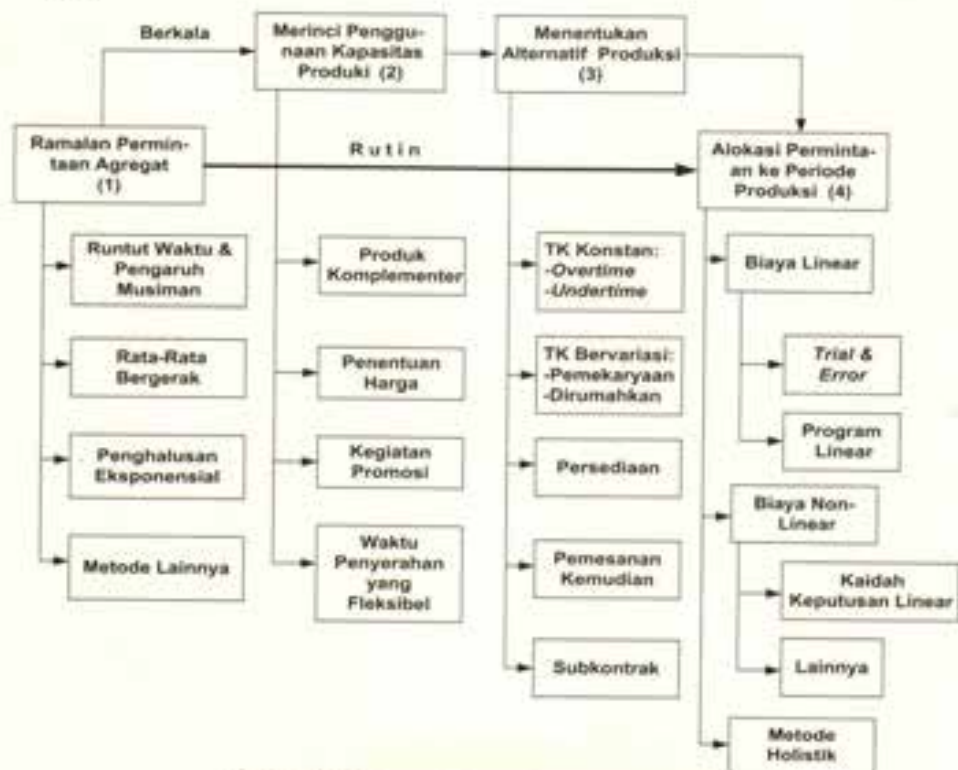
Tabel 8.1 Pendekatan Perumusan Perencanaan Agregat

Metode Perencanaan Agregat	Bentuk Hubungan dengan Biaya Produksi	
	Linear	Non-Linear
Tanpa hasil yang optimal	<i>Trial and error</i> Memakai tabel Memakai grafik	Metode holistik dengan menggunakan program pelacak dengan komputer
Dengan hasil pemecahan yang optimal	Program linear Metode transportasi Metode simpleks	Kaidah keputusan linear program dinamik

Pada tahapan keempat, permintaan dialokasikan pada periode pelaksanaan produksi, setelah terlebih dahulu mengidentifikasi alternatif produksi yang paling layak. Hal ini berarti, pada tahapan keempat dilakukan penentuan strategi produksi yang optimal.

Metode perencanaan agregat untuk mengalokasikan permintaan, pada periode kegiatan produksi yang berbeda berdasarkan asumsi yang dipakai untuk memilih alternatif yang optimal termasuk biayanya. Beberapa metode juga tergantung pada jaminan tercapainya kondisi optimal berdasarkan asumsi yang telah dibuat itu. Dengan demikian, sebagian metode beranjak dari proses *trial and error*.

Dihubungkan dengan topik karangan maka alur pembahasan akan dibatasi pada metode dengan hasil yang optimal yang memiliki bentuk hubungan yang linear, yang ditunjukkan oleh butir B pada Tabel 8.1 di atas. Namun demikian, untuk mendapatkan gambaran perbandingan, model akan didahului dengan analisis kasus yang memakai pola pemecahan *trial and error*.



Gambar 8.1 Diagram Tahapan Perencanaan Agregat

Hasil yang diperoleh dari aplikasi *trial and error* dapat dibandingkan dengan hasil penerapan metode program linear. Penerapan program linear dimaksud berupa penerapan model transportasi. Model transportasi tersebut

sudah disempurnakan dan disederhanakan sehingga mengakomodasi pemakaian kapasitas reguler, *overtime*, dan *outsourcing* (subkontraktor).

Pada Gambar 8.1 terlihat bahwa terdapat kemungkinan tahapan kedua dan ketiga dapat diabaikan sehingga dari tahapan pertama langsung ke tahapan keempat. Tahap kedua ialah merinci kebutuhan kapasitas (rutin, lembur, dan *outsourcing*), dan tahap ketiga ialah menentukan alternatif produksi (menggunakan kapasitas yang ada untuk membuat semua komponen yang dibutuhkan atau memakai kapasitas *outsourcing* sehingga tidak perlu membuat (*buy decision*), atau kombinasinya yaitu *make and buy*). Jika tahap kedua dan ketiga diabaikan, berarti perusahaan berfokus pada kapasitas rutin untuk memenuhi permintaan pasar.

C. APLIKASI *TRIAL AND ERROR* DALAM PERENCANAAN AGREGAT

Pada aplikasi metode dalam pemecahan kasus perencanaan agregat terlebih dahulu akan diterapkan pemecahan dengan metode *trial and error*, kemudian dengan menggunakan metode program linear (metode transportasi). Pemecahan juga akan dilakukan dengan memanfaatkan perangkat lunak komputer. Misalnya, sebuah perusahaan penjahitan antara lain memproduksi kostum olahraga sepak bola. Kostum sepak bola tersebut untuk satu set terdiri atas 20 buah baju lengan pendek berlogo dan 20 buah celana.

Dari hasil peramalan permintaan untuk tahun 2008, diperoleh data berikut:

1. Januari	500 set	7 Juli	1.200 set
2. Februari	400 set	8 Agustus	1.100 set
3. Maret	300 set	9 September	900 set
4. April	500 set	10 Oktober	800 set
5. Mei	700 set	11 November	700 set
6. Juni	900 set	12 Desember	600 set

Seandainya, persediaan awal tidak ada dan manajemen perusahaan menghendaki persediaan akhir sebanyak 250 set.

Kapasitas kerja rutin 650 set per bulan dan biaya pengerjaan per set Rp500.000. Kapasitas lembur 150 per bulan dengan biaya pengerjaan

Rp800.000 per set. Kapasitas subkontraktor 100 unit per bulan dengan biaya pengerjaan Rp1.200.000 per set. Jika pada bulan tertentu dikerjakan lot tertentu untuk bulan lainnya maka diperhitungkan biaya penyimpanan per set setiap bulannya Rp10.000.

Diminta:

Buatlah analisis dengan *trail and error* untuk menentukan rencana agregat perusahaan dan nyatakan pula biaya total keputusan itu.

Pemecahan:

Analisis alokasi untuk perencanaan agregatif disajikan dalam Tabel 8.2. Untuk melakukan alokasi kapasitas dan memilih alternatif produksi yang layak, dilakukan analisis perbandingan biaya antar alternatif, misalnya sebagai berikut.

1. Bulan Mei, kebutuhan 700 set sedang kapasitas rutin hanya 650 set. Jika sisa 50 set dikerjakan dengan kapasitas lembur, biaya satuan adalah Rp800.000 per set. Akan tetapi, jika dikerjakan dengan kapasitas rutin dalam bulan April, biayanya Rp500.000 + biaya penyimpanan Rp10.000 = Rp510.000. Jadi, masih lebih murah jika dikerjakan dalam bulan April dibanding lembur dalam bulan Mei.
2. Dalam bulan Juni 650 set dari kebutuhan dikerjakan dengan kapasitas rutin, sisanya dikerjakan dalam bulan April 100 set dan dalam bulan Maret 150 set. Jika dikerjakan dalam bulan Maret, biaya penyimpanan $(6-3)Rp10.000 + Rp500.000 = Rp530.000$. Selain itu, yang dikerjakan dalam bulan April biayanya $= (6 - 4)(Rp10.000) + Rp500.000$ per set = Rp520.000.
3. Dalam bulan Juli, kebutuhan 1.200 set dikerjakan dengan kapasitas rutin bulan Juli 650 set. Sebanyak 150 set dikerjakan dengan kapasitas lembur dalam bulan Juli dan 150 set dengan kapasitas lembur dalam bulan Juni, seluruhnya sudah mencapai 950 set. Dari sisa 250 set, 200 set dikerjakan dengan kapasitas rutin dalam bulan Maret. Biaya untuk bulan Maret tersebut adalah $Rp500.000 + (7-3)Rp10.000 = Rp540.000$. Jika dikerjakan dengan kapasitas lembur dalam bulan Mei, biayanya $Rp800.000 + (7-5)Rp10.000 = Rp820.000$. Jadi, lebih murah jika dikerjakan dalam bulan

Maret dengan kapasitas rutin. Sisa sebanyak 50 set dikerjakan dalam bulan Februari dengan satuan $Rp500.000 + (7-2)Rp10.000 = Rp550.000$.

Tabel 8.2 Lembar Kerja Penyelesaian Rencana Agregat

Periode	Bulan	Jumlah Permintaan	Alternatif Pengerjaan yang Mungkin dan Layak		
			Rutin	Lembur	Sub-kontrak
1	Januari	500	500(1)	-	-
2	Februari	400	400(2)50(7)200(8)	-	-
3	Maret	300	300(3)150(6)200(7)	-	-
4	April	500	500(4)50(5)100(6)	-	-
5	Mei	700	650(5)	100(8)	-
6	Juni	900	650(6)	150(7)	-
7	Juli	1.200	650(7)	150(7)	-
8	Agustus	1.100	650(8)	150(8)	-
9	September	900	650(9)	150(9)	100(9)
10	Oktober	800	650(10)	150(10)	-
11	November	700	650(11)	50(11)50(12)	-
12	Desember	600+250	650(12)	150(12)	-

4. Untuk bulan Agustus dikerjakan dengan kapasitas rutin dalam bulan Agustus 650 set, sisanya 150 set dikerjakan dengan lembur dalam bulan Agustus sehingga seluruhnya mencapai 800 set. Sisa yang masih harus dialokasi 300 unit. Jika dikerjakan dalam kerja rutin dalam bulan Februari biayanya $(8-2)Rp10.000 + Rp500.000 = Rp560.000/set$. Jika dikerjakan dalam jam lembur bulan Mei, biayanya $(8-5) Rp10.000 + Rp800.000 = Rp830.000/set$ (lebih murah dikerjakan dengan kapasitas rutin di bulan Februari). Oleh karena itu, alokasi 200 set di bulan Februari dan sisanya 100 set dilemburkan dalam bulan Mei. Demikian seterusnya untuk bulan-bulan berikutnya sampai bulan Desember, termasuk 250 set untuk persediaan akhir Desember.

Berdasarkan data dalam lembar kerja di atas, selanjutnya disusun alokasi permintaan tersebut kepada kapasitas alternatif yang layak seperti pada Tabel 8.3.

Tabel 8.3 Alokasi Permintaan Pasar pada Kapasitas Produksi Alternatif yang Layak, Biaya Produksi, dan Sediaannya

Bulan	Target Produksi (set)	Alokasi pada Kapasitas Alternatif dan Biaya Produksi (Rp'000)			Biaya Sediaan (Rp'000)	Jumlah Biaya (Rp'000)
		Rutin	Lembur	Subkontrak		
Januari	500	250.000	-	-	-	250.000
Februari	650	325.000	-	-	14.500	470.000
Maret	650	325.000	-	-	12.500	450.000
April	650	325.000	-	-	2.500	350.000
Mei	750	325.000	80.000	-	3.000	435.000
Juni	800	325.000	120.000	-	1.500	460.000
Juli	800	325.000	120.000	-	-	445.000
Agustus	800	325.000	120.000	-	-	445.000
September	900	325.000	120.000	120.000	-	565.000
Oktober	800	325.000	120.000	-	-	445.000
November	750	325.000	80.000	-	500	450.000
Desember	800	325.000	120.000	-	-	445.000
Total	8.850	3.825.000	880.000	120.000	34.500	4.859.500

Berdasarkan Tabel 8.3, diketahui alokasi target produksi untuk tiap alternatif setiap bulannya, biaya untuk setiap alternatif produksi, dan biaya persediaan setiap bulannya. Rincian tersebut akan memudahkan pihak manajemen perusahaan untuk menyusun jadwal produksi, menyusun anggaran produksi, serta anggaran biaya persediaan. Biaya rata-rata produk yang dihasilkan adalah $\text{Rp}4.899.500/8.850 \text{ set} = \text{Rp}553.616$ (dibulatkan) per set. Oleh karena angka-angka dikecilkan Rp1.000 maka nilai sebenarnya adalah: biaya total Rp4.899.500.000 dan biaya satuan rata-rata Rp553.616.

Sebagai bahan perbandingan, berikut disajikan pemecahan kasus dengan menggunakan perangkat lunak *POM-QM for Windows*. Hasilnya dapat dilihat pada Gambar 8.2.

The image displays two screenshots of the POM-For-Windows software interface, showing the results of a linear programming solution. The interface includes a menu bar, a toolbar, and a main window with a title bar. The main window contains a table with columns for 'Variable Name', 'Period 1', 'Period 2', 'Period 3', 'Period 4', 'Period 5', 'Period 6', 'Period 7', 'Period 8', 'Period 9', 'Period 10', 'Period 11', 'Period 12', 'Outsourcing Capacity', and 'Capacity'. The table lists various variables such as 'Period 1 Regular', 'Period 1 Overtime', 'Period 1 Subcontract', etc., and their corresponding values for each period and capacity. The bottom screenshot shows the same table with the final row labeled 'Demand' and a 'Total' row at the bottom.

Variable Name	Period 1	Period 2	Period 3	Period 4	Period 5	Period 6	Period 7	Period 8	Period 9	Period 10	Period 11	Period 12	Outsourcing Capacity	Capacity
Period 1 Regular		250	250	50										500
Period 1 Overtime														500
Period 1 Subcontract														500
Period 2 Regular				400	200									500
Period 2 Overtime														500
Period 2 Subcontract														500
Period 3 Regular						400	200							500
Period 3 Overtime														500
Period 3 Subcontract														500
Period 4 Regular								400	200					500
Period 4 Overtime														500
Period 4 Subcontract														500
Period 5 Regular							400	200						500
Period 5 Overtime														500
Period 5 Subcontract														500
Period 6 Regular									400	200				500
Period 6 Overtime														500
Period 6 Subcontract														500
Period 7 Regular														500
Period 7 Overtime														500
Period 7 Subcontract														500
Period 8 Regular										400	200			500
Period 8 Overtime														500
Period 8 Subcontract														500
Period 9 Regular														500
Period 9 Overtime														500
Period 9 Subcontract														500
Period 10 Regular														500
Period 10 Overtime														500
Period 10 Subcontract														500
Period 11 Regular														500
Period 11 Overtime														500
Period 11 Subcontract														500
Period 12 Regular														500
Period 12 Overtime														500
Period 12 Subcontract														500
Demand	500	400	300	500	700	800	900	1000	800	600	700	500	1000	

Gambar 8.2 Hasil Pemecahan dengan POM-for-Windows

Gambar 8.2 selanjutnya diikhtisarkan dalam Tabel 8.4 (lihat halaman 170) agar lebih mudah membacanya. Dalam Tabel 8.4 terlihat bahwa kapasitas rutin dimaksimalkan pemanfaatannya, kemudian diikuti dengan memaksimalkan pemakaian kapasitas lembur. Akibatnya, pemecahan dengan *POM-QM for Windows* ini tidak memiliki alokasi untuk kapasitas subkontraktor (*outsourcing capacity*). Dengan cara demikian maka program pemecahan dapat meminimumkan biaya alokasi.

Tabel 8.4 Alokasi Permintaan Pasar pada Kapasitas Produksi Alternatif dan Biaya Produksinya Menurut POM for Windows

Periode	Bulan	Jumlah Permintaan	Alternatif Pengerjaan yang Mungkin dan Layak		
			Rutin	Lembur	Sub-kontrak
1	Januari	500	500(1);150(2)	-	-
2	Februari	400	250(2);300(3);100(4)	-	-
3	Maret	300	400(4);250(5)	-	-
4	April	500	400(5); 250(6)	-	-
5	Mei	700	650(6)	50(5)	-
6	Juni	900	650(7)	150(8)	-
7	Juli	1.200	550(7); 100(8)	150(8);	-
8	Agustus	1.100	650(8)	50(8);100(9)	-
9	September	900	650(9)	150(9)	-
10	Oktober	800	650(10)	150(10)	-
11	November	700	650(11)	50(11);50(12)	-
12	Desember	850*	650(12)	150(12)	-
Jumlah		8.850	7.800	1.050	0

Catatan: *) Termasuk 250 unit persediaan akhir.

Total produksi untuk memenuhi permintaan pasar dan membuat persediaan akhir 250 set adalah 8.850 set. Produksi itu dipenuhi melalui kapasitas reguler atau rutin sesuai kapasitas terpasang, yaitu 12×650 set = 7.800 set. Kekurangan 1.050 set seluruhnya dipenuhi dengan memanfaatkan kapasitas lembur.

Hasil alokasi tersebut menghasilkan biaya produksi sebagai berikut.

1. Biaya produksi untuk kapasitas reguler = $7.800 \text{ set} \times \text{Rp}500.000$
= Rp3.900.000.000
2. Biaya produksi untuk kapasitas lembur = $1.050 \text{ set} \times \text{Rp}800.000$
= Rp840.000.000

Sehingga seluruhnya berjumlah Rp 4.740.000.000

Hasil di atas menunjukkan bahwa alokasi dengan perangkat lunak POM for Windows menyajikan hasil yang lebih optimal. Terdapat penurunan biaya

produksi sebesar Rp85.000.000. Namun demikian, biaya persediaan pada operasi *trial and error* hanya sebesar Rp34.500.000, sedangkan menurut alokasi dengan POM for Windows mencapai Rp44.500.000 atau metode terakhir ini lebih mahal Rp10.000.000. Dengan demikian, secara total, metode POM for Windows masih lebih murah sebesar Rp75.000.000.

Tabel 8.5 Alokasi Permintaan Pasar pada Kapasitas Produksi Alternatif, Biaya Produksi, dan Sediaan Menurut POM for Windows

Bulan	Target Produksi (set)	Alokasi pada Kapasitas Alternatif dan Biaya Produksi (Rp'000)			Biaya Sediaan (Rp'000)	Jumlah Biaya (Rp'000)
		Rutin	Lembur	Sub-kontrak		
Januari	650	325.000	-	-	1.500	326.500
Februari	650	325.000	-	-	5.000	330.000
Maret	650	325.000	-	-	9.000	334.000
April	650	325.000	-	-	9.000	334.000
Mei	700	325.000	40.000	-	6.500	371.500
Juni	800	325.000	120.000	-	9.500	454.500
Juli	800	325.000	120.000	-	2.500	447.500
Agustus	800	325.000	120.000	-	1.000	446.000
September	800	325.000	120.000	-	-	445.000
Oktober	800	325.000	120.000	-	-	445.000
November	750	325.000	80.000	-	500	405.500
Desember	800	325.000	120.000	-	-	445.000
Total	8.850	3.900.000	840.000	0	44.500	4.784.500

D. APLIKASI METODE TRANSPORTASI DALAM PERENCANAAN AGREGAT

Penyelesaian kasus perencanaan agregat dengan program linear dapat dilakukan dengan menggunakan metode transportasi konvensional (pola hubungan sumber-tujuan), dan dapat pula dengan menggunakan metode transportasi yang telah disempurnakan (pola periode waktu).

1. Pemecahan dengan Metode Transportasi Konvensional

Metode transportasi konvensional adalah metode transportasi yang modelnya tetap sama dengan model yang lazim, yaitu memakai pola hubungan sumber-tujuan. Kemudian, model dimaksud diaplikasi dalam perencanaan agregat. Namun demikian, tetap dijumpai perbedaan dengan model transportasi yang biasa. Pada metode konvensional ini, telah dilakukan pengembangan model untuk mengakomodasi pelaksanaan produksi secara lembur di samping pelaksanaan proses produksi dalam jam kerja reguler.

Selanjutnya, dalam penerapannya model ini memiliki dua macam pola pemecahan, yaitu sebagai berikut.

- a. Mengasumsikan kerja reguler sebagai suatu pola relasi sumber-tujuan tersendiri dan terpisah dari hubungan sumber-tujuan kapasitas lembur.
- b. Mengasumsikan kapasitas kerja reguler dan lembur sebagai suatu pola relasi terpadu pada sumber-tujuan.

Sehubungan dengan perbedaan aplikasi tersebut maka dalam uraian mendatang, aplikasi pemecahan juga akan dibedakan menurut kedua asumsi yang telah dikemukakan di atas.

a. Kapasitas Reguler dan Lembur Terpisah

Dalam aplikasi model ini maka kapasitas lembur dianggap duplikasi dari kapasitas reguler. Sehubungan dengan hal itu, jika dimisalkan perusahaan memiliki tiga buah sumber (pabrik), masing-masing pabrik A, B dan C dan ditujukan untuk melayani tiga buah tujuan (pasar), masing-masing P, Q dan R, maka:

- 1) pabrik untuk kapasitas lembur ialah pabrik AA, BB, dan CC,
- 2) pasar untuk kapasitas lembur ialah pasar PP, QQ dan RR.

Contoh kasus:

Misalkan seorang pengusaha pengelolaan udang beku memiliki *cold storage* di empat kota, yaitu A, B, C dan D. Produk udang beku yang dihasilkan dimaksudkan untuk memenuhi permintaan pasar di empat kota di dalam negeri, masing-masing E, F, G dan H. Kapasitas *cold storage* dan pasar masing-masing sebagai berikut.

Tabel 8.6 Kapasitas Pabrik dan Pasar dari Perusahaan *Cold Storage X*

Uraian	Pabrik (<i>Cold Storage</i>)			
	A	B	C	D
Kapasitas reguler (ton/tahun)	100	80	120	90
Kapasitas lembur (<i>overtime</i>)	120	110	160	140
Kontribusi per pabrik (Rp/kg)	14	9	16	27
Biaya <i>overtime</i> per unit (Rp/kg)	5	2	3	4
	Pasar (Daerah Tujuan)			
	E	F	G	H
Permintaan/kebutuhan (ton/tahun)	110	70	160	130
	ke Pasar Tujuan			
Biaya transpor dari Pabrik (Rp/kg)	E	F	G	H
A	11	10	9	7
B	7	0	3	1
C	12	13	8	11
D	21	22	23	21

Diminta:

Susunlah rencana agregat mencakup volume produksi reguler dan *overtime* pada kontribusi yang maksimum.

Pemecahan:

Langkah yang harus ditempuh adalah sebagai berikut.

- 1) Susun tabel analisis sumber-tujuan, dengan sumber (*cold storage*/pabrik) dibagi atas berikut ini.

Untuk kapasitas reguler terdiri atas: A, B, C, dan D.

Untuk kapasitas *overtime* terdiri atas: AA, BB, CC, dan DD.

Untuk tujuan (pasar) terdiri atas: E, F, G, dan H.

- 2) Periksa jumlah kapasitas pabrik dan jumlah kapasitas pasar. Jika kapasitas pabrik lebih besar daripada kapasitas pasar (*supply > demand*) maka timbul pasar *dummy* (pasar boneka). Tetapi apabila jumlah kapasitas pabrik lebih kecil daripada kapasitas pasar (*supply < demand*), timbul pabrik *dummy* (pabrik boneka).

Pada contoh di atas, kapasitas pabrik adalah 530 ton per tahun dan permintaan hanya 470 ton per tahun. Dengan demikian, pada kasus ini

supply > demand dan karena itu harus ada pasar tambahan, yaitu pasar *dummy*.

- 3) Hitung kontribusi bersih setiap tujuan, kemudian masukkan ke tabel analisis yang telah dibuat.

Untuk reguler, kontribusi bersih adalah kontribusi setiap pabrik dikurangi dengan biaya transportasi satuan secara bersesuaian. Proses ini dapat disusun dalam persamaan matematik berikut ini.

$$\pi_{in} = \pi_i - C_{ij}; \text{ dimana:}$$

π_{in} = kontribusi rutin netto

π_i = kontribusi satuan pabrik i dan C_{ij} = biaya angkutan dari pabrik i ke pasar j.

Untuk kapasitas *overtime*, lebih dahulu dikurangkan kontribusi pabrik dengan biaya *overtime* setiap pabrik secara bersesuaian, kemudian dikurangi dengan biaya transpor satuan juga secara bersesuaian. Proses ini dapat disusun dalam persamaan matematik berikut.

$$\pi_{on} = \pi_i - C_{oi} - C_{ij}; \text{ dimana:}$$

π_{on} = kontribusi *overtime* netto

π_i = kontribusi pabrik ke-i

C_{oi} = biaya *overtime* pada pabrik ke-i

C_{ij} = biaya transpor dari pabrik i ke pasar j

Tabel 8.7 Kontribusi Satuan Pendistribusian Produk ke Pasar

Kontribusi Unit	Ke Dari	E	F	G	H	Dm
14	A	3	4	5	7	0
9	B	2	9	6	8	0
16	C	4	3	8	5	0
27	D	6	5	4	6	0
9	AA	-2	-1	0	2	0
7	BB	0	7	4	6	0
13	CC	1	0	5	2	0
23	DD	2	1	0	2	0

Penjelasan:

- 1) Kontribusi pabrik *overtime* AA = 14 - 5; BB = 9 - 2; CC = 16 - 3 dan DD = 27 - 4.

- 2) Kontribusi unit dari pasar reguler $AE = 14 - 11$; $AF = 14 - 10$; $AG = 14 - 9$; $AH = 14 - 7$ dan $Adm = 0$.

Demikian seterusnya untuk pabrik B, C, dan D.

- 3) Kontribusi satuan dari kapasitas *overtime*.

$$AAE = 14 - 5 - 11 = -2$$

$$CCE = 16 - 3 - 12 = 1$$

$$AAF = 14 - 5 - 10 = -1$$

$$CCF = 16 - 3 - 13 = 0$$

$$AAG = 14 - 5 - 9 = 0$$

$$CCG = 16 - 3 - 8 = 5$$

$$AAH = 14 - 5 - 7 = 2$$

$$CCH = 16 - 3 - 11 = 2$$

$$AADm = 0,$$

$$CCDm = 0$$

$$BBE = 9 - 2 - 7 = 0$$

$$DDE = 27 - 4 - 21 = 2$$

$$BBF = 9 - 2 - 0 = 7$$

$$DDF = 27 - 4 - 22 = 1$$

$$BBG = 9 - 2 - 3 = 4$$

$$DDG = 27 - 4 - 23 = 0$$

$$BBH = 9 - 2 - 1 = 6$$

$$DDH = 27 - 4 - 21 = 2$$

$$BBDm = 0$$

$$DDDm = 0$$

Setelah mendapatkan nilai kontribusi, baik untuk setiap pasar pada kapasitas reguler maupun untuk kapasitas *overtime* maka kontribusi tersebut dimasukkan ke dalam tabel analisis, dalam hal ini Tabel 8.8. Alokasi dilakukan dengan menggunakan cara VAM, dan hasilnya dapat dilihat dalam Tabel 8.8.

Setelah alokasi selesai dilakukan, proses dilanjutkan dengan memeriksa kotak yang berisi dan indeks kotak yang kosong. Kotak yang berisi dalam Tabel 8.8 hanya 11 buah. Seharusnya $(8 + 5 - 1) = 12$ buah. Karena kurang dari syarat yang ada maka harus dipilih kotak yang sesuai untuk diberi alokasi dengan symbol ϵ , yaitu pada kotak AG.

Sesudah proses tersebut, kemudian dicari indeks setiap baris dan setiap kolom. Dengan menggunakan cara yang lazim, yaitu memilih baris A sebagai patokan awal maka indeks baris A, $RA = 0$. Dari RA dicari indeks kolom G, KG, dan kolom H, KH. $KG = 5 - 0 = 5$ dan $KH = 7 - 0 = 7$. Dari KH dicari RC = $8 - 5 = 3$ dan dari KH dicari RB = $8 - 7 = 1$. Dari RB dicari KF = $9 - 1 = 8$. Dari KG dicari RCC = $5 - 5 = 0$. Dari KH dicari RBB = $6 - 7 = -1$. Dari RBB dicari KDm = $0 - (-1) = 1$. Dari KDm dicari RDD = $0 - 1 = -1$ dan RAA = $0 - 1 = -1$. Dari RDD dicari KE = $2 - (-1) = 3$. Dari KE dicari RD = $6 - 3 = 3$.

Tabel 8.8 Matriks Distribusi Produk pada Kapasitas Reguler dan Lembur

Dari \ Ke	E KE=3	F KF=8	G KG=5	H KH=7	D_m KD _m =1	Supply	
A RA=0	3 X	4 X	5 X	7 100 (d)	0 X	100	2, 2, 2, 3, X
B RB=1	2 X	9 70 (e)	6 X	8 10 (f)	0 X	80	1, 1, 1, 1, 1, X
C RC=3	4 X	3 X	8 120 (a)	5 X	0 X	120	3(a), X
D RD=3	6 90 (b)	5 X	4 X	6 X	0 X	90	0, 0, X
AA RAA=-1	-2 X	-1 X	0 X	2 X	0 20 (h)	20	2, 2, 2, 2, 2, 2
BB RBB=-1	0 X	7 X	4 X	6 20 (g)	0 10 (i)	30	1, 1, 1, 1, 1, 1, 6(g)
CC RCC=0	1 X	0 X	5 40 (c)	2 X	0 X	40	3, 3, 30, X
DD RDD=-1	2 20 (l)	1 X	0 X	2 X	0 30 (j)	50	0, 0, 0, 0, 0, 0
Demand	110	70	160	130	60	530	
	2, 3(b), 1, 1, 0, 2	2, 2, 2, 2, 2(e), X	2, 1, 1, X	1, 1, 1, 1, 2, 4(f)	0, 0, 0, 0, 0		

Penjelasan:

Oleh karena program pemecahan dalam contoh tersebut Tabel 8.8 adalah program maksimisasi kontribusi maka langkah pemecahan dapat dirinci sebagai berikut.

- 1) Pilihlah dua kontribusi terbesar pada setiap baris dan kolom, kemudian cari selisihnya masing-masing.
- 2) Dari selisih baris dan kolom tersebut, pilihlah selisih yang terbesar untuk dijadikan landasan alokasi. Jika selisih terbesar terdapat pada baris maka amatilah pada baris itu, kotak mana yang memiliki angka kontribusi terbesar.

- 3) Pada kegiatan alokasi dimaksud, bandingkanlah kapasitas pabrik dan kapasitas pasar. Pilihlah kapasitas yang terkecil.

Langkah di atas diulangi sampai semua kapasitas *supply* terdistribusi ke pasar yang harus dilayani. Pada operasi yang pertama, selisih baris dan kolom yang terbesar adalah "3" terdapat pada baris C dan CC. Pada baris C, nilai kontribusi terbesar adalah "8" dan pada baris CC adalah "5". Oleh karena itu, sebaiknya memilih alokasi pada baris C, tepatnya pada kotak CG. Kapasitas pabrik C (reguler) = 120 ton, sedangkan kapasitas permintaan pasar G adalah 160 ton dan yang terkecil adalah 120 sehingga alokasi pertama dilakukan pada kotak CG sebesar 120 ton. Kotak lain pada baris C diberi tanda silang, karena seluruh kapasitas pabrik C telah diserap oleh pasar G dan tidak ada lagi sisa kapasitas.

Pada proses yang kedua, selisih baris atau kolom yang terbesar adalah "3", terdapat pada baris CC dan kolom E. Kontribusi terbesar pada baris CC adalah 5, sedangkan pada kolom E adalah 6. Oleh karena itu, harus memilih kolom E untuk diisi, tepatnya kotak DE. Kapasitas pabrik D = 90 dan pasar E = 110. Kapasitas yang terkecil adalah 90 sehingga kotak DE diberi alokasi sebanyak 90 dan kotak lainnya pada baris D diberi tanda silang.

Langkah seperti itu diulangi sampai seluruh kapasitas *supply* terdistribusi ke pasar yang ada, dan diperoleh hasil sesuai Tabel 8.8 di atas.

Memeriksa derajat optimal:

Sama halnya dengan program transportasi yang lazim, jumlah kotak yang mendapatkan alokasi distribusi harus memenuhi syarat $m + n - 1$. Sesuai contoh di atas, $m = 8$ dan $n = 5$ sehingga $m + n - 1$ adalah $8 + 5 - 1 = 12$ buah. Dalam Tabel 8.8, kotak yang mendapat alokasi hanya 11 buah (kurang 1 buah) sehingga alokasi itu belum memenuhi syarat.

Untuk mengatasi hal itu maka pada kotak yang relevan dan bermanfaat diberikan alokasi sebesar ϵ , yaitu pada AG. Selanjutnya, diperiksa kotak yang kosong, dan kotak yang kosong tersebut harus memenuhi syarat : $C_j - R_j - K_j \leq 0$

Dimana:

C_j = kontribusi satuan yang ditulis pada sudut kanan atas setiap kotak.

R_j = indeks baris

K_j = indeks kolom

Syarat harus negatif mengandung arti bahwa apabila kotak yang kosong tersebut diberi alokasi maka hal itu akan menurunkan jumlah kontribusi yang diterima perusahaan.

Berdasarkan indeks baris dan kolom tersebut di atas, selanjutnya dicari indeks kotak yang kosong, yaitu sebagai berikut.

$$AE = 3 - 0 - 3 = 0 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$AF = 4 - 0 - 8 = -4 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$ADm = 0 - 0 - 1 = -1 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$BE = 2 - 1 - 3 = -2 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$BG = 6 - 1 - 5 = 0 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$BDm = 0 - 1 - 1 = -2 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$CE = 4 - 3 - 3 = -2 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$CF = 3 - 3 - 8 = -8 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$CH = 5 - 3 - 7 = -5 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$CDm = 0 - 3 - 1 = -4 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$DF = 5 - 3 - 8 = -6 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$DG = 4 - 3 - 5 = -4 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$DH = 6 - 3 - 7 = -4 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$DDm = 0 - 3 - 1 = -4 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$AAE = -2 - (-1) - 3 = -4 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$AAF = -1 - (-1) - 8 = -8 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$AAG = 0 - (-1) - 5 = -4 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$AAH = 2 - (-1) - 7 = -4 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$BBE = 0 - (-1) - 1 = -2 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$BBF = 7 - (-2) - 8 = 0 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$BBG = 4 - (-1) - 5 = 0 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$BBDm = 0 - (-1) - 1 = 0 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$CCE = 1 - 0 - 3 = -2 (<0, \text{ memenuhi syarat})$$

$$CCF = 0 - 0 - 8 = -8 (<0, \text{memenuhi syarat})$$

$$CCH = 2 - 0 - 7 = -5 (<0, \text{memenuhi syarat})$$

$$CCDm = 0 - 0 - 1 = -1 (<0, \text{memenuhi syarat})$$

$$DDF = 1 - (-1) - 8 = -6 (<0, \text{memenuhi syarat})$$

$$DDG = 0 - (-1) - 5 = -4 (<0, \text{memenuhi syarat})$$

$$DDH = 2 - (-1) - 7 = -4 (<0, \text{memenuhi syarat})$$

Dari operasi perhitungan indeks kolom kosong tersebut di atas, diperoleh bahwa semua kotak kosong telah memiliki indeks yang sama dengan atau lebih kecil daripada nol (≤ 0). Oleh karena itu, operasi pemecahan telah optimal. Rencana produksi dan distribusi sesuai hasil optimal tersebut disajikan dalam Tabel 8.9.

Tabel 8.9 Rencana Produksi Agregat dan Distribusi pada Kontribusi Maksimum

Pabrik	Alokasi Kapasitas Reguler (R)				Alokasi Kapasitas Lembur (L)				Kontribusi	
	E	F	G	H	E	F	G	H	R	L
A	0	0	0	100	0	0	0	0	700	0
B	0	70	0	10	0	0	0	20	710	120
C	0	0	120	0	0	0	40	0	960	200
D	90	0	0	0	20	0	0	0	540	40
TOTAL	90	70	120	110	20	0	40	20	2.910	360

Dari Tabel 8.9 didapatkan bahwa kebutuhan pasar selain pasar *dummy* (*real market*) berjumlah 470 ton. Target tersebut dikerjakan dalam jam kerja reguler sebanyak 390 ton dan pada kapasitas lembur sebanyak 80 ton.

Kontribusi maksimum yang diperoleh adalah Rp3.270.000 (kontribusi dinyatakan dalam satuan kg sedangkan alokasi dalam ton sehingga hasil harus dikali dengan 1.000). Kapasitas lembur dapat dilihat pada pabrik yang berhuruf kembar, yaitu AA, BB, CC, dan DD.

Alokasi hasil produksi AA adalah keluaran kerja lembur pada pabrik A. Demikian pula untuk BB adalah keluaran kerja lembur pabrik B, CC adalah keluaran kerja lembur pabrik C dan DD adalah keluaran kerja lembur pabrik DD. Pada Tabel 8.9 tidak diperlihatkan alokasi untuk pasar *dummy*, karena pasar *dummy* tersebut tidak memberikan kontribusi.

Sehubungan dengan itu analisis juga menyajikan rencana lembur untuk semua pabrik yang ada. Dari Tabel 8.9 diperoleh bahwa kerja lembur di pabrik A tidak ada, di pabrik B mempunyai sasaran keluaran 20 ton, pabrik C sebanyak 40 ton, dan pabrik D sebanyak 20 ton. Dengan demikian, rencana agregat dengan menggunakan metode transportasi konvensional ini menyajikan berbagai informasi penting kepada manajemen perusahaan.

Sebagai perbandingan, di bawah ini dikemukakan hasil analisis dengan menggunakan perangkat lunak *POM-QM for Windows*. Hasil distribusi dari pemecahan dimaksud disajikan dalam Gambar 8.3.

Gambar 8.3 Hasil Distribusi Pemecahan

Dibandingkan dengan hasil alokasi yang diperoleh dengan aplikasi VAM yang disajikan dalam Tabel 8.10, dijumpai kesamaan dan perbedaan, yaitu sebagai berikut.

Kesamaannya yaitu kotak yang mendapat alokasi sama, yaitu sebanyak 11 buah dan sama-sama tidak memenuhi kriteria $(m + n - 1)$. Sehubungan dengan itu, baik menurut VAM maupun menurut *POM-QM for Windows*, harus ditambahkan 1 kotak dengan simbol alokasi ϵ . Kesamaan lainnya ialah jumlah pemakaian kapasitas reguler sama-sama sebesar 390 ton dan kapasitas lembur sebanyak 80 ton. Total alokasi sebesar permintaan nyata, yaitu 470 ton. Sisanya sebesar 60 ton diserap oleh pasar *dummy*. Kontribusi yang diperoleh juga sama, yaitu Rp3.270.000.

Perbedaannya yaitu alokasi bayangan dengan simbol ϵ pada pemecahan cara VAM ditempatkan pada kotak AG sedangkan pada aplikasi *POM-QM for Windows* ditempatkan pada kotak BG. Alokasi yang berbeda ialah kapasitas dari pabrik B. Pada metode *POM-QM for Windows* kotak BF = 50 ton, sedangkan pada VAM = 70 ton. Kotak BH = 30 ton, sedangkan pada metode VAM hanya 10 ton. Namun demikian, totalnya sama pada kapasitas reguler, yaitu 80 ton.

Tabel 8.10 Distribusi Hasil Pemecahan dengan POM-QM for Windows

Dari K_e	E KE=3	F KF=8	G KG=5	H KH=7	Dm KDm=1	Supply	
A RA=0	3 X	4 X	5 X	7 100	0 X	100	
B RB=1	2 X	9 50	6 ϵ	8 30	0 X	80	
C RC=3	4 X	3 X	8 120	5 X	0 X	120	
D RD=3	6 90	5 X	4 X	6 X	0 X	90	
AA RAA=-1	-2 X	-1 X	0 X	2 X	0 20	20	
BB RBB=-1	0 X	7 20	4 X	6 X	0 10	30	
CC RCC=0	1 X	0 X	5 40	2 X	0 X	40	
DD RDD=-1	2 20	1 X	0 X	2 X	0 30	50	
Demand	110	70	160	130	60	530	

Alokasi kapasitas lembur pabrik B dalam cara VAM teralokasi pada BBH sebanyak 20 ton, sedangkan pada pemecahan dengan *POM-QM for Windows* pada BBF = 20 ton. Perbandingan kontribusi hasil alokasi disajikan dalam Tabel 8.11 (lihat halaman 183).

Tabel 8.11 Rencana Produksi Agregat dan Distribusi pada Kontribusi Maksimum pada Pemecahan POM-QM for Windows

Pabrik	Alokasi Kapasitas Reguler (R)				Alokasi Kapasitas Lembur (L)				Kontribusi	
	E	F	G	H	E	F	G	H	R	L
A	0	0	0	100	0	0	0	0	700	0
B	0	50	0	30	0	20	0	0	690	140
C	0	0	120	0	0	0	40	0	960	200
D	90	0	0	0	20	0	0	0	540	40
TOTAL	90	50	120	130	20	20	40	0	2.890	380

Berdasarkan Tabel 8.9, kontribusi yang diharapkan diperoleh dari pemakaian kapasitas reguler adalah Rp2.910.000 dan dari kapasitas lembur Rp360.000 sehingga total mencapai Rp3.270.000. Nilai ini sama dengan data pada Tabel 8.11. Perbedaan dijumpai pada target penerimaan dari kapasitas lembur mencapai Rp380.000 dan dari kapasitas reguler Rp2.890.000 sehingga totalnya sama, yaitu Rp3.270.000.

b. Kapasitas Reguler dan Lembur Disatukan

Pada pembahasan terdahulu, kapasitas lembur dianggap sebagai sumber tersendiri. Sedangkan pada metode ini, kedua kapasitas tersebut disatukan pada masing-masing pabrik yang ada. Pada metode ini, analisis dilakukan dalam dua tahapan.

Tahap pertama ditujukan untuk menentukan, pabrik mana yang harus bekerja lembur dan pabrik mana yang tidak perlu bekerja lembur. Pabrik yang harus bekerja lembur ialah pabrik yang memiliki sasaran keluaran optimal yang melebihi kapasitas reguler. Sebaliknya, pabrik yang tidak perlu lembur adalah pabrik yang memiliki sasaran keluaran optimal yang lebih kecil daripada atau sama dengan kapasitas reguler.

Sebagai bahan perbandingan, kasus yang sudah dipecahkan dengan metode sumber terpisah akan dipecahkan dengan metode sumber terpadu. Pemecahan tahap pertama untuk menentukan pabrik yang lembur dan yang tidak lembur disajikan dalam Tabel 8.12.

Tabel 8.12 Analisis Distribusi pada Sumber yang Terpadu

Kontribusi Reguler	Biaya Lembur	Ke Dari	E	F	G	H	Dm	Kapasitas Reguler	Total
			3	4	5	7	0		
14	5	A	X	X	X	90 (e)	30	100	120
9	2	B	2	9	6	8	0		
			X	70 (a)	X	40 (d)	X	80	110
16	3	C	4	3	8	5	0		
			X	X	160 (b)	X	X	120	160
17	4	D	6	5	4	6	0		
			110 (c)	X	X	X	30	90	140
Kapasitas Demand			110	70	160	130	60	470	530

Proses pemecahan mengacu pada pemecahan maksimisasi kontribusi seperti yang telah dikemukakan dalam uraian terdahulu. Kapasitas *supply* yang dipakai adalah kapasitas total pabrik (termasuk kapasitas lembur), dan kapasitas reguler hanya dijadikan sebagai tolok ukur untuk menentukan pabrik yang lembur dan yang tidak lembur. Dengan proses seperti contoh terdahulu, diperoleh data bahwa pabrik A tidak perlu lembur, sebab kebutuhan untuk distribusi hanya 90 ton sedang kapasitas reguler pabrik A adalah 100 ton.

Pabrik lainnya, B, C, dan D masing-masing harus lembur karena kebutuhan produk untuk didistribusikan melebihi kapasitas reguler pabrik. Sehubungan dengan uji derajat optimal hasil alokasi Tabel 8.12, proses dilakukan sama seperti pada uji optimisasi sebelumnya.

Kotak yang berisi sebanyak 7 buah, seharusnya $4 + 5 - 1 = 8$ buah. Sehubungan dengan hal tersebut maka kotak AG diberikan alokasi ϵ seperti pada contoh pemecahan terdahulu. Untuk $R_A = 0$, maka $K_G = 5$, $K_H = 7$ dan $K_{Dm} = 0$. $R_B = 8 - 7 = 1$, $K_F = 9 - 1 = 8$, $R_C = 8 - 5 = 3$, $R_D = 0 - 0 = 0$ dan $K_L = 6 - 0 = 6$.

Indeks kotak kosong sebagai berikut.

$$AE = 3 - 0 - 6 = -3 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$AF = 4 - 0 - 8 = -4 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$BE = 2 - 1 - 6 = -5 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$BG = 6 - 1 - 5 = 0 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$BDm = 0 - 1 - 0 = -1 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$CE = 4 - 3 - 6 = -5 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$CF = 3 - 3 - 8 = -8 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$CH = 5 - 3 - 7 = -5 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$CDm = 0 - 3 - 0 = -3 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$DF = 5 - 0 - 8 = -3 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$DG = 5 - 0 - 5 = 0 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$DH = 6 - 0 - 7 = -1 \text{ (memenuhi syarat)}$$

Oleh karena semua indeks kotak kosong sudah memenuhi syarat, berarti alokasi dalam Tabel 8.12 telah optimal. Keputusan tidak lembur pada pabrik A sejalan dengan sasaran analisis, yaitu alokasi pada kontribusi maksimum.

Pada tahapan berikutnya, harus dicari kontribusi tertimbang untuk pabrik yang harus lembur. Cara untuk menghitung kontribusi tertimbang dimaksud disajikan di bawah.

$$\text{Kontribusi Tertimbang B} = \frac{(9 \times 80) + (9 - 2)(110 - 80)}{110} = 8.455$$

$$\text{Kontribusi Tertimbang C} = \frac{(16 \times 120) + (16 - 3)(160 - 120)}{160} = 15.25$$

$$\text{Kontribusi Tertimbang D} = \frac{(27 \times 90) + (27 - 4)(140 - 90 - 30)}{140 - 30} = 26.27$$

Untuk menghitung kontribusi tertimbang ini, kapasitas yang tersalur ke pasar *dummy* harus dikeluarkan sehingga menjadi pengurang terhadap kapasitas lembur. Kontribusi yang dimasukkan ke kotak analisis untuk pabrik yang bekerja lembur, sesuai contoh ialah pabrik B, C dan D dihitung sebagai berikut.

$$\text{Kotak BE} = 8.455 - (9 - 2) = 1.455$$

$$\text{Kotak BF} = 8.455 - (9 - 9) = 8.455$$

$$\text{Kotak BG} = 8.455 - (9 - 6) = 5.455$$

$$\text{Kotak BH} = 8.455 - (9 - 8) = 7.455$$

$$\text{Kotak CE} = 15.25 - (16 - 4) = 3.25$$

$$\text{Kotak CF} = 15.25 - (16 - 3) = 2.25$$

$$\text{Kotak CG} = 15.25 - (16 - 8) = 7.25$$

$$\text{Kotak CH} = 15.25 - (16 - 5) = 4.25$$

$$\text{Kotak DE} = 26.27 - (27 - 6) = 5.27$$

$$\text{Kotak DF} = 26.27 - (27 - 5) = 4.27$$

$$\text{Kotak DG} = 26.27 - (27 - 4) = 3.27$$

$$\text{Kotak DH} = 26.27 - (27 - 6) = 5.27$$

Kotak *dummy* seluruhnya memiliki kontribusi sebesar 0.

Angka-angka kontribusi satuan tertimbang netto tersebut di atas kemudian dimasukkan ke tabel analisis, yaitu Tabel 8.13.

Tabel 8.13 Matriks Distribusi Produk ke Pasar untuk Sumber Disatukan

Ke Dari	E	F	G	H	Dm	Supply
A	3 x	4 x	5 x	7 90	0 30	120
B	1.455 x	8.455 70	5.455 x	7.455 40	0 x	110
C	3.25 x	2.25 x	7.25 160	4.25 x	0 x	160
D	5.27 110	4.27 x	3.27 x	5.27 x	0 30	140
Dmd	110	70	160	130	60	530

Proses untuk menentukan alokasi menggunakan pendekatan maksimisasi kontribusi. Operasi di luar tabel menghasilkan alokasi tersebut pada Tabel 8.13.

Kontribusi maksimum = $90(7) + 30(0) + 70(8,455) + 40(7,455) + 160(7,25) + 110(5,27) + 30(0) = 3.260$ atau tepatnya Rp3.260.000. Jumlah kontribusi ini lebih kecil dari solusi untuk sumber reguler dan sumber lembur dipisahkan.

Rencana agregat yang merinci proses produksi reguler dan lembur untuk setiap pabrik dihitung di luar tabel, yaitu mengurangi kapasitas yang didistribusikan dengan kapasitas reguler guna mendapatkan kapasitas lembur. Pabrik A sesuai uraian terdahulu tidak bekerja lembur, seluruhnya dipenuhi dari kapasitas reguler.

Pabrik B, lembur sebesar $110 - 80 = 30$ ton.

Pabrik C, lembur sebesar $160 - 120 = 40$ ton.

Pabrik D, lembur sebesar $140 - 90 - 30 = 20$ ton.

Berdasarkan hasil tersebut di atas, disusun tabel rencana agregat berikut ini.

Tabel 8.14 Rencana Agregat untuk Sumber yang Disatukan

Pabrik	Reguler	Lembur	Dummy	Total	Distribusi ke Pasar				Kontribusi
					E	F	G	H	
A	90	0	30	120	0	0	0	90	630
B	80	30	0	110	0	70	0	40	890
C	120	40	0	160	0	0	160	0	1.160
D	90	10	30	140	100	0	0	0	580
Total	380	90	60	530	110	70	160	130	3.260

Dibandingkan dengan apabila sumber dipisahkan maka pada sumber yang disatukan ini terdapat perbedaan berikut.

- 1) Sebagian kapasitas reguler pabrik A tidak dipakai optimal (10 ton).
- 2) Produksi untuk lembur naik menjadi 90 ton (sebagai penutup dari tidak digunakannya kapasitas reguler pabrik A secara keseluruhan).
- 3) Akibat dari kendala (1) dan (2) maka kontribusi maksimum juga lebih kecil daripada jika sumber dipisahkan.

Dengan demikian, untuk merumuskan rencana agregat yang mencakup rencana kerja reguler dan lembur, serta program pendistribusian produk yang dihasilkan ke daerah pemasaran lebih mudah dan akurat jika menggunakan sumber yang dipisahkan. Model ini dapat diterapkan jika rencana agregat juga sudah diintegrasikan dengan program pemasaran. Tetapi apabila dikaitkan dengan periode waktu maka harus menggunakan model yang berikut ini.

c. Pemecahan dengan Metode Transportasi Berbasis Periode Waktu

Seperti telah dikemukakan dalam uraian terdahulu bahwa program linear cocok diterapkan dalam penyusunan rencana agregat, terutama jika biaya dan hubungan variabel adalah linear dan volume permintaan dapat diidentifikasi secara deterministik. Namun demikian, kasus tertentu sulit dipecahkan dengan program linear. Untuk kasus khusus demikian, lazim dipecahkan dengan menggunakan metode transportasi. Metode transportasi yang dipakai dalam perencanaan agregat mempunyai dua macam pola pendekatan, yaitu: (1) pola sumber-tujuan, dan (2) pola periode waktu.

Metode transportasi berbasis sumber-tujuan (model transportasi konvensional) telah dikemukakan dalam pembahasan terdahulu. Metode yang akan diuraikan dalam pembahasan mendatang adalah metode transportasi berbasis periode waktu. Model berbasis periode waktu ini mensyaratkan adanya hubungan linear antara periode permintaan (*sales period*) dengan periode produksi.

Pabrik bekerja atas dasar orientasi pasar (*make to order*), yaitu menjalankan proses produksi berdasarkan permintaan pasar atau permintaan pelanggan yang telah diterima sebelumnya. Dengan demikian, sangat cocok untuk menggunakan model ini dalam menyusun rencana agregatnya. Dengan adanya permintaan yang diterima sebelumnya maka pengusaha pabrik dapat menyusun jadwal produksi yang konsisten, serta mengalokasikan kapasitas produksi yang sesuai dengan kapasitas permintaan.

Oleh karena perencanaan agregat termasuk dalam lingkup perencanaan jangka menengah dan disusun dalam rencana bulanan maka aplikasi model biasanya dikaitkan dengan rencana produksi tiga bulanan. Bentuk umum tabel analisis tiga bulanan disajikan dalam Tabel 8.15 (lihat halaman 189).

Tabel 8.15 Matriks Transportasi Tiga Periode

	Periode Penjualan			Persediaan Akhir	Selisih (Slack)	Kapasitas
	1	2	3			
Persediaan Awal	0	c	2c	3c	0	I_0
Reguler 1	r	r+c	r+2c	r+3c	0	R_1
Overtime 1	v	v+c	c+2c	v+3c	0	V_1
Subkontrak 1	g	g+c	g+2c	g+3c	0	S_1
Reguler 2	r+b	r	r+c	r+2c	0	R_2
Overtime 2	v+b	v	v+c	v+2c	0	V_2
Subkontrak 2	g+b	g	g+c	g+2c	0	S_2
Reguler 3	r+2b	r+b	r	r+c	0	R_3
Overtime 3	v+2b	v+b	v	v+c	0	V_3
Subkontrak 3	g+2b	g+b	g	g+c	0	S_3

Penjelasan:

c = biaya penyimpanan sediaan per unit per bulan

r = biaya langsung produksi reguler per unit keluaran

v = biaya lembur per unit keluaran

s = biaya subkontraktor per unit keluaran

b = biaya *back-order* per unit per bulan

I_0 = persediaan awal

R_i = kapasitas produksi reguler pada periode ke-i

V_i = kapasitas produksi *overtime* pada periode ke-i

S_i = kapasitas produksi subkontraktor pada periode ke-i

Contoh aplikasi:

Misalkan sebuah pabrik tegel memiliki kapasitas reguler rata-rata sebanyak 25.000 biji tegel per bulan. Kapasitas lembur rata-rata 5.000 biji per bulan dan kapasitas subkontraktor (*outsourcing*) rata-rata 2.500 per bulan. Biaya

penyimpanan per biji tegel per bulan Rp5. Biaya produksi pada jam kerja reguler Rp50 per biji, pada jam lembur Rp65 per biji, dan biaya subkontraktor Rp90 per biji. Perusahaan memiliki permintaan pasar pada bulan pertama sebanyak 20.000 biji, bulan kedua 30.000 biji, dan bulan ketiga 35.000 biji.

Diminta:

Susunlah rencana produksi agregat tiga bulanan dengan menggunakan metode transportasi. Dalam hal ini dianggap tidak ada *back-order* dan juga tidak ada persediaan awal dan persediaan akhir.

Pemecahan:

Untuk menyelesaikan kasus di atas maka metode transportasi yang dipergunakan adalah VAM yang menggunakan sasaran optimisasi minimisasi biaya. Untuk keperluan itu dibuat tabel analisis yang berpola pada model dimaksud dalam Tabel 8.15 sebelumnya.

Di sudut kanan atas setiap kotak alokasi dinyatakan biaya penyimpanan dan biaya produksi satuan. Biaya dimaksud harus disesuaikan dengan periode dan jenis kapasitas yang dipergunakan. Apabila produksi dalam periode pertama langsung dijual maka keluaran atau sediaan itu tidak dibebani ongkos penyimpanan. Tetapi apabila disimpan selama satu bulan, timbul biaya penyimpanan Rp5 per unit, dan pada bulan ketiga menjadi Rp10 per unit. Demikian seterusnya jika produk itu disimpan sampai pada periode berikutnya.

Sejalan dengan hal itu maka biaya produksi juga bertumbuh sesuai dengan pergerakan biaya penyimpanan. Dengan demikian, untuk kapasitas reguler pada periode pertama, jika langsung terjual (tidak disimpan) biaya satuannya tetap Rp50. Tetapi apabila disimpan sampai bulan kedua maka biaya satuan harus ditambah biaya penyimpanan sehingga menjadi Rp55. Demikian seterusnya jika hasil produksi reguler tersebut tersimpan pada periode berikutnya. Dengan cara yang sama juga dilakukan penyesuaian atas biaya satuan kapasitas lembur dan kapasitas subkontraktor.

Tabel 8.16 Matriks Penyusunan Rencana Agregat Menggunakan Metode Transportasi

	Periode Penjualan			Sediaan Akhir	Kapasitas (unit)	Selisih Baris
	1	2	3			
Persediaan Awal	0 0	5 0	10 0	15 0	0	
Reguler 1	50 20.000	55 5.000	60 X	65 X	25.000	0
Overtime 1	65 X	70 X	75 X	80 X	5.000	5.000
Subkontrak 1	90 X	95 X	100 X	105 X	2.500	2.500
Reguler 2	X	50 25.000	55 X	60 X	25.000	0
Overtime 2	X	65 X	70 5.000	75 X	5.000	0
Subkontrak 2	X	90 X	95 X	100 X	2.500	2.500
Reguler 3	X	X	50 25.000	55 X	25.000	0
Overtime 3	X	X	65 5.000	70 X	5.000	0
Subkontrak 3	X	X	90 X	95 X	2.500	2.500
Pemintaan Pasar	20.000	30.000	35.000	X	X	X
Selisih kolom	0	0	0	X	X	X

Penjelasan operasi pemecahan:

Untuk bulan ke-1, kebutuhan dipenuhi dari kapasitas reguler. Kebutuhan hanya 20.000 biji sedangkan kapasitas produksi adalah 25.000 biji. Sisa kapasitas

bulan ke-1 adalah 5.000 biji. Digunakan untuk memenuhi kebutuhan periode ke-2 sehingga tidak ada sisa kapasitas reguler periode ke-1.

Pada bulan ke-2, kebutuhan sebanyak 30.000 biji dipenuhi dari kapasitas reguler bulan ke-2 sebanyak 25.000 biji. Sisa kebutuhan 5.000 biji dihadapkan pada alternatif berikut ini.

- 1) Memakai sisa kapasitas reguler bulan ke-1, biaya satuan Rp55, yaitu biaya produksi Rp50 dan biaya penyimpanan satu bulan Rp5 per biji.
- 2) Memakai kapasitas lembur bulan ke-2, biaya satuan Rp65.
- 3) Memakai kapasitas subkontraktor bulan ke-2, biaya satuan Rp90.

Memerhatikan angka-angka biaya tersebut maka lebih baik mempergunakan sisa kapasitas reguler bulan ke-1, karena lebih murah. Oleh karena itu, volume produksi dalam bulan ke-1 adalah 25.000 biji dengan peruntukan 20.000 biji untuk bulan berjalan dan 5.000 biji untuk bulan ke-2. Sehubungan dengan itu, kapasitas lembur dan subkontraktor tidak dipakai untuk memenuhi kebutuhan bulan ke-2.

Untuk bulan ke-3, kebutuhan dipenuhi dengan melalui kapasitas reguler sebanyak 25.000 biji. Sisa kebutuhan 10.000 biji menghadapi alternatif berikut ini.

- 1) Memakai kapasitas lembur bulan ke-3 sebanyak 5.000 biji, biaya satuan Rp65.
- 2) Sisa kebutuhan 5.000 biji dapat memakai kapasitas subkontraktor bulan ini, biaya satuan Rp90 sebanyak 2.500 biji.
- 3) Sisa kebutuhan 5.000 biji dipenuhi dari kapasitas lembur bulan ke-2 sebanyak 5.000 biji dengan biaya Rp70 (lembur Rp65 ditambah biaya sediaan Rp5).

Memerhatikan data alternatif biaya produksi tersebut di atas maka lebih layak jika memenuhi kebutuhan sebanyak 10.000 biji itu dari:

- 1) kapasitas lembur bulan ke-3 sebanyak 5.000 biji,
- 2) kapasitas lembur bulan ke-2 sebanyak 5.000 biji.

Dari analisis tersebut Tabel 8.16 sebelumnya, diperoleh rencana produksi agregat tersebut pada Tabel 8.17 (lihat halaman 193).

Tabel 8.17 Rencana Produksi Agregat Triwulan

Jenis Kapasitas	Periode Penjualan			Jumlah	Biaya Produksi	Biaya Sediaan	Biaya Total
	1	2	3				
Reguler 1	20.000	5.000	-	25.000	1.250.000	25.000	1.275.000
Overtime 1	0	0	0	0	0	0	0
Subkontrak 1	0	0	0	0	0	0	0
Total Periode 1	20.000	5.000	0	25.000			
Reguler 2	0	25.000	0	25.000	1.250.000	0	1.250.000
Overtime 2	0	0	5.000	5.000	325.000	25.000	350.000
Subkontrak 2	0	0	0	0	0	0	0
Total Periode 2	0	25.000	5.000	30.000			
Reguler 3	0	0	25.000	25.000	1.250.000	0	1.250.000
Overtime 3	0	0	5.000	5.000	325.000	0	325.000
Subkontrak 3	0	0	0	0	0	0	0
Total Periode 3			30.000	30.000			
Total	20.000	30.000	35.000	85.000	4.400.000	50.000	4.450.000

Dari Tabel 8.17 dapat disusun jadwal produksi berikut.

1) Bulan pertama:

Pemakaian kapasitas reguler 25.000 biji. Dipakai untuk melayani permintaan periode ke-1 sebanyak 20.000 biji. Sisanya 5.000 biji ditahan sebagai sediaan untuk memenuhi permintaan periode kedua. Tidak memakai kapasitas lembur dan subkontraktor. Kebutuhan biaya produksi Rp1.250.000 dan biaya persediaan Rp25.000.

2) Bulan kedua:

Pemakaian kapasitas reguler 25.000 biji. Pemakaian kapasitas lembur 5.000 biji untuk keperluan periode ke-3 sehingga ditahan sebagai sediaan untuk memenuhi kebutuhan periode ke-3 tersebut untuk tidak memakai kapasitas subkontraktor. Kebutuhan biaya produksi Rp1.575.000 dan biaya persediaan sebesar Rp25.000.

3) Bulan ketiga:

Pemakaian kapasitas reguler 25.000 biji. Pemakaian kapasitas lembur 5.000 biji. Tidak menggunakan kapasitas subkontraktor. Kebutuhan biaya produksi Rp1.575.000 dan biaya persediaan tidak ada.

Berdasarkan data pada Tabel 8.17 di atas maka biaya rata-rata dari produksi untuk ketiga periode yang dianalisis adalah: $\text{Rp}4.450.000/85.000 = \text{Rp}52.35$ per biji. Dengan data jadwal produksi dan data biaya rata-rata dimaksud maka manajemen perusahaan sudah dapat merumuskan kebijaksanaan pemasaran, termasuk kebijaksanaan penetapan harga jual.

Memerhatikan contoh sederhana di atas, ternyata metode transportasi sangat berguna dalam usaha memecahkan kasus perencanaan agregat. Dari jadwal produksi yang disusun berdasarkan rencana agregat tersebut lebih lanjut bermanfaat untuk menjadi pedoman, yakni sebagai berikut.

- 1) Rencana pengadaan bahan baku dan bahan penolong.
- 2) Rencana pengadaan tenaga kerja langsung tambahan, atau merumahkan sementara (*layoff*) tenaga kerja yang melebihi kebutuhan.
- 3) Penyediaan sarana gudang penyimpanan sediaan yang sesuai.
- 4) Rencana pengadaan jasa-jasa pihak ketiga dan energi.
- 5) Program kerja lembur.
- 6) Pengawasan hubungan kerja dengan subkontraktor (jika ada).

BAB 9

PROGRAM TUJUAN GANDA (GOAL PROGRAMMING)

A. PENGERTIAN PROGRAM TUJUAN GANDA (GOAL PROGRAMMING)

Program tujuan ganda (*goal programming*) merupakan pengembangan lebih lanjut dari model Program Linear (PL) yang telah disajikan dalam bab-bab sebelumnya. Program linear didasarkan pada optimisasi tunggal. Terdapat situasi dengan beberapa tujuan yang mungkin saling bertentangan, untuk dipecahkan segera dengan cara lebih tepat. Seorang politisi dalam kampanye suksesi nasional dapat menjanjikan untuk mengurangi utang secara nasional dan secara bersamaan menawarkan keringanan pajak penghasilan. Dalam situasi seperti itu, rasanya mustahil untuk menemukan solusi tunggal yang mengoptimalkan tujuan yang saling bertentangan. Sebaliknya, kita dapat mencari solusi berdasarkan kepentingan relatif dari masing-masing tujuan. Untuk mencari solusi terhadap permasalahan demikian, dikembangkanlah metode program tujuan ganda (*goal programming*) (Hamdy A. Taha, 2003).

Gagasan utama adalah untuk mengubah beberapa tujuan sebenarnya (*original objective function*) menjadi satu tujuan pemecahan. Model yang dihasilkan biasanya disebut sebagai model solusi yang efisien. Hal itu karena tidak mungkin optimal dengan semua tujuan, yang saling bertentangan dari permasalahan yang dihadapi.

Goal programming merupakan cabang dari optimasi *multiobjective*, yang pada gilirannya merupakan cabang dari *Multi-Criteria Decision Analysis (MCDA)*. Analisis keputusan multikriteria (MCDA), juga dikenal sebagai *Multi-Criteria Decision Making (MCDM)*. Multikriteria pengambilan keputusan

(MCDM) ini merupakan program optimasi. Hal ini dapat dianggap sebagai perpanjangan atau generalisasi pemrograman linear untuk menangani beberapa fungsi tujuan yang biasanya saling bertentangan. Setiap langkah diberikan suatu tujuan atau nilai target yang harus dicapai. Penyimpangan yang tidak diinginkan dari serangkaian nilai target kemudian diminimalkan dalam fungsi pencapaian. Ini bisa menjadi vektor atau jumlah tertimbang, tergantung pada *varian goal programming* yang digunakan.

Goal programming digunakan untuk melakukan tiga jenis analisis, yakni sebagai berikut.

1. Menentukan sumber daya yang diperlukan untuk mencapai satu set tujuan yang diinginkan.
2. Menentukan tingkat pencapaian tujuan dengan sumber daya yang tersedia.
3. Memberikan solusi terbaik yang memuaskan di bawah jumlah berbagai sumber daya dan prioritas tujuan.

Goal programming pertama kali digunakan oleh Charnes, Cooper, dan Ferguson pada tahun 1955, meskipun namanya pertama kali muncul dalam sebuah buku teks di tahun 1961 karya Charnes dan Cooper. Seminar karya Lee, Ignizio, dan Ignizio, Cavalier, dan Romero diikuti oleh Schniederjans, dalam daftar pustaka sejumlah besar artikel sebelum 1995 yang berkaitan dengan *goal programming*. Jones dan Tamiz memberikan bibliografi periode 1990-2000. Sebuah buku terbaru oleh Jones dan Tamiz memberikan gambaran yang komprehensif tentang *state-of-the-art* dalam *goal programming*. Aplikasi pertama rekayasa *goal programming*, oleh Ignizio pada tahun 1962, adalah desain dan penempatan antena yang digunakan pada tahap kedua Saturnus V. Ini digunakan untuk meluncurkan kapsul ruang angkasa Apollo yang mendaratkan manusia pertama di bulan.

Buffa dan Dyer (1978) mengemukakan bahwa perluasan model program linear yang kemudian disebut *goal programming*, telah banyak dipergunakan untuk memecahkan kasus optimisasi yang berhubungan dengan produksi. Sebagai contoh, Lee dan More (1973) telah menggunakan metode ini dalam memecahkan masalah distribusi dan manajemen telah memiliki suatu jenjang hierarki dari sasaran yang hendak dicapai. Sasaran dimaksud misalnya jaminan memenuhi janji penyerahan pesanan kepada pelanggan pemesan,

mendayagunakan rute angkutan tertentu karena diikat oleh perjanjian, melaksanakan aktivitas pengangkutan dengan menggunakan alokasi dana anggaran tertentu, dan sebagainya. Selanjutnya, Levin dan Kirkpatrick (1978) menyatakan bahwa *goal programming* merupakan variasi algoritma simpleks, yang memungkinkan pengambil keputusan untuk mencapai target sasaran tertentu menurut urutan prioritas yang telah ditetapkan oleh manajemen. Memerhatikan pendapat ahli yang telah dikemukakan di atas maka *goal programming* adalah perluasan program linear untuk membantu manajemen, dalam mengambil keputusan mengenai adonan produk (*product mix*) yang menjamin dicapainya sasaran yang telah ditentukan oleh manajemen berdasarkan atas prioritas tertentu.

Jika program linear berusaha mencapai pemecahan optimum berdasarkan asumsi semua kendala adalah setara, dan pemecahan hanya berorientasi pada satu sasaran saja, yaitu maksimisasi kontribusi atau minimisasi biaya. Dalam *goal programming*, pemecahan sudah mempunyai setidaknya-tidaknya dua sasaran yang akan dicapai sekaligus. *Goal programming* ini selain mencapai pemecahan optimum berdasarkan tujuan berganda yang telah ditetapkan oleh manajemen, juga berusaha mengungkapkan deviasi atau penyimpangan yang terjadi terhadap sasaran yang sudah ditetapkan. Dengan demikian, target hasil adalah mencapai derajat efisien, bukan optimum. Penyimpangan dari sasaran lazim disebut *under-achievement* (d_1) jika yang dicapai di bawah target dan disebut *over-achievement* (d_2) untuk capaian di atas target. Oleh karena itu, tujuan akhir program adalah bagaimana meminimumkan *under-achievement* (d_1) tersebut.

B. APLIKASI MODEL

Hamdy A. Taha, 2003; Wayne L. Winston, 2004; dan Donald Waters, 1994; Buffa dan Dyer (1978); serta Levin dan Kirkpatrick (1978) menyatakan bahwa *goal programming* ini memiliki tiga macam variasi, yakni *Single Goal Model (SGM)*, *Equally Ranked Multiple Goals Model (ER-MGM)*, dan *Priority-Ranked Multiple Goals Model (PR-MGM)*. Berikut penjelasannya.

1. *Single Goal Model (SGM)*

Single Goal Model (SGM) adalah *goal programming* yang berorientasi pada pemecahan masalah dan dibatasi oleh tujuan tunggal tertentu. Misalnya,

sebuah perusahaan pabrikasi bertujuan untuk mewujudkan target anggaran laba yang telah disusun dengan memanfaatkan sarana produksi dan sumber pendanaan yang tersedia saat ini. Pelaksanaan sebuah rencana akan menghadapi berbagai kemungkinan. Kemungkinan tersebut meliputi: (a) mencapai target yang ditetapkan, (b) melampaui target (*over-achievement*) yang telah ditetapkan, d_+ dan (c) tidak mencapai target yang telah ditetapkan (*under-achievement, d_-*).

Sehubungan dengan tipe perwujudan tujuan di atas maka dalam fungsi tujuan harus dimasukkan kemungkinan penyimpangan terhadap sasaran optimisasi. Penyimpangan atau deviasi tersebut ialah (a) *over-deviation* (d_+) dan (b) *under-deviation* (d_-).

Contoh implementasi:

Misalnya sebuah perusahaan manufaktur menghasilkan produk obat-obatan pertanian, yaitu pestisida (X_1) dan insektisida (X_2). Produk dimaksud diproses di dua departemen, yaitu departemen A dan departemen B. Proses produksi dibelanjai dengan memanfaatkan dana perusahaan yang bersumber pada neraca 31 Desember 2010.

Tabel 9.1 Data Pabrikasi

Produk yang Dihasilkan	Waktu Proses di Departemen	
	Departemen A	Departemen B
X_1	2 jam	3 jam
X_2	4 jam	2 jam
Waktu yang Disediakan	80 jam	60 jam

Biaya variabel produk X_1 tercatat Rp2.900 dan harga penjualan per unit Rp3.500. Biaya variabel produk X_2 tercatat Rp4.000 dan harga penjualan per unit Rp4.500. Dari bagian akuntansi dan keuangan perusahaan, diperoleh data pendanaan produksi seperti dinyatakan dalam neraca di bawah ini.

Catatan Bagian Akuntansi & Keuangan lainnya adalah sebagai berikut.

- Dalam periode berjalan harus dibayar beban biaya tunai per kas sebesar Rp9.000.
- Piutang perusahaan jatuh tempo dalam periode ini, dan karena itu semuanya dianggap tertagih.
- Ditargetkan, setelah perusahaan membelanjai kegiatan proses pengolahan produk, dana kas paling tidak tersedia sebesar Rp42.000.

- d. Utang belum ada yang jatuh tempo.
 e. Ke dua macam produk ditargetkan menghasilkan laba Rp15.000.

Neraca Sebagian PT Pabrik XYZ, 31-12-2010

Aktiva		Pasiva	
Dana kas	Rp70.000	Pinjaman Bank	Rp70.000
Piutang	Rp70.000	Kredit Investasi	Rp70.000
Aktiva lainnya	Rp70.000	Utang Investasi lainnya	Rp20.000
		Modal sendiri	Rp50.000
	-----		-----
	<u>Rp210.000</u>		<u>Rp210.000</u>

Diminta:

Hitunglah hasil optimum yang mungkin dari kasus perusahaan PT Pabrik XYZ dengan menggunakan peralatan SGM.

Pemecahan:

Mula-mula disusun fungsi tujuan dan fungsi kendala program, dimulai dengan menyusunnya ke dalam rumusan fungsi yang lazim pada program linear.

Fungsi tujuan untuk memaksimalkan laba, yaitu sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan } Z &= (\text{Rp}3.500 - \text{Rp}2.900)X_1 + (\text{Rp}4.500 - \text{Rp}4.000)X_2 \\ &= 600X_1 + 500X_2 \end{aligned}$$

Kendala produksi:

Departemen A: $2X_1 + 4X_2 \leq 80$

Departemen B: $3X_1 + 2X_2 \leq 60$

Kendala pendanaan:

$$\begin{aligned} \text{Rp}70.000 + \text{Rp}70.000 - \text{Rp}9.000 - \text{Rp}2.900X_1 - \text{Rp}4.000X_2 &\geq \text{Rp}42.000 \\ - \text{Rp}2.900X_1 - \text{Rp}4.000X_2 &\geq \text{Rp}42.000 - \text{Rp}70.000 - \text{Rp}70.000 + \text{Rp}9.000 \\ - \text{Rp}2.900X_1 - \text{Rp}4.000X_2 &\geq - \text{Rp}89.000, \text{ setelah dikali dengan } -1 \text{ untuk} \\ &\text{mendapatkan unsur yang bertanda positif diperoleh sebagai berikut.} \end{aligned}$$

$$\text{Rp}2.900X_1 + \text{Rp}4.000X_2 \leq \text{Rp}89.000$$

Sehubungan dengan program pemecahan diminta dilakukan dengan SGM maka fungsi program linear di atas harus diubah menjadi fungsi pemecahan SGM. Untuk keperluan tersebut, fungsi tujuan laba harus diubah menjadi fungsi kendala, yaitu kendala laba. Selengkapnya, fungsi pemecahan SGM adalah sebagai berikut:

Minimumkan deviasi pencapaian target, d_u

Dengan kendala sesudah disusun menjadi fungsi yang sesuai metode simpleks:

$$\text{Kendala laba} \quad 600X_1 + 500X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 1d_u - 1d_o = 15.000$$

$$\text{Kendala departemen A} \quad 2X_1 + 4X_2 + 1S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0d_u + 0d_o = 80$$

$$\text{Kendala departemen B} \quad 3X_1 + 2X_2 + 0S_1 + 1S_2 + 0S_3 + 0d_u + 0d_o = 60$$

$$\text{Kendala pendanaan} \quad 29X_1 + 40X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 1S_3 + 0d_u + 0d_o = 890$$

Syarat ikatan; $X_i \geq 0$

Untuk memecahkan permasalahan dimaksud, akan digunakan metode simpleks dan menggunakan perangkat lunak POM-for-Windows. Pemecahan dengan memakai metode simpleks tersebut adalah seperti yang lazim diterapkan pada program linear, baik untuk maksimisasi profit maupun untuk minimisasi biaya.

a. Pemecahan Simpleks dengan Lembar Kerja Excel

Pemecahan disajikan pada Gambar 9.1. Lebih dahulu aktifkan lembar kerja Excel dan buat model simpleks sesuai kebutuhan berdasarkan fungsi tujuan dan fungsi kendala. Setelah itu, masukkan koefisien fungsi secara bersesuaian. Lanjutkan untuk mencari nilai-nilai baris identitas, yaitu Z_j dan $C_j - Z_j$. Nilai Z_j diperoleh dengan menempatkan kursor pada cell D9 kemudian ketik " $=\$B\$5*\$D5+\$B\$6*\$D6+\$B\$7*\$D7+\$B\$8*\$D8$ " kemudian tekan kunci Enter dan akan menghasilkan 15.000. Selanjutnya, salin E9:K9 dan kemudian tekan kunci Enter. Di cell E10 ketik " $=E3-E9$ ", kemudian tekan kunci Enter. Cell E10 disalin ke cell F10:K10.

Pada baris identitas $C_j - Z_j$, cari angka bertanda minus dengan nilai mutlak terbesar. Dalam contoh ini ialah "-600" pada kolom X_1 . Berarti kolom kunci ialah X_1 . Atas dasar hasil tersebut, cari baris kunci dengan cara mencari rasio baris, yaitu membagi nilai Q dengan nilai kolom kunci secara bersesuaian.

Dalam hal ini, ketik " $=D5/E5$ " pada cell L5, kemudian Enter. Salin isi cell L5 ke L6:L8. Rasio terkecil ialah 20 pada baris S_2 . Dengan demikian, baris kunci ialah baris S_2 .

Operasi dilanjutkan dengan membuat matriks baru, dengan lebih dahulu mengisi kolom *Mix* dengan bauran: du, S_1, X_1, S_2, S_3 . Pada tahapan ini, lambang baris S_2 diganti dengan X_1 . Nilai X_1 diperoleh dengan membagi nilai baris S_2 dengan angka kuncinya, yaitu 3. Untuk itu, pada cell D13 ketik " $=D7/3$ ". Tekan Enter, kemudian salin ke cell E13:K13.

Nilai baris d_1 yang baru diperoleh dengan cara: ketik di cell D11 " $=D5-600*D13$ ", tekan Enter kemudian salin nilai D11 ke E11:K11. Nilai baris S_1 yang baru diperoleh dengan cara: ketik di cell D12 " $=D6-2*D13$ ", tekan Enter kemudian salin nilai D12 ke E12:K12. Selanjutnya, nilai baris S_3 yang baru diperoleh dengan cara: ketik di cell D14 " $=D8-29*D13$ ", tekan Enter kemudian salin nilai D14 ke E14:K14.

Cari nilai baris Z_j dan C_j-Z_j . Nilai Z_j diperoleh dengan menempatkan kursor pada cell D15, kemudian ketik pernyataan matematik atau rumus: " $=\$B\$11*D11+\$B\$12*D12+\$B\$13*D13+\$B\$14*D14$ " lalu tekan kunci Enter dan akan menghasilkan 3.000. Salin D15 ke E15:K15. Selanjutnya, untuk mendapatkan nilai C_j-Z_j maka pada cell E16 ketik " $=E3-E15$ ", tekan Enter. Salin E16 ke F16:K16.

Periksa baris C_j-Z_j , pilih angka bertanda minus dengan nilai mutal terbesar. Dalam hal ini ialah "-100" pada kolom X2. Jadi, kolom kunci ialah kolom X2. Selanjutnya, cari rasio seperti operasi terdahulu, yaitu nilai Q dibagi dengan angka-angka kolom kunci secara bersesuaian. Ketik di cell L11 " $=D11/F11$ ". Nilai L11 disalin ke L12:L15. Pilih rasio terkecil dan pada contoh ini ada angka minimum yang sama, yaitu 15 pada baris S1 dan baris S3. Pada contoh ini dipilih baris S1.

Buat bauran yang baru, yaitu du, X_2, X_1, S_3 . Cari nilai baris X2 dengan mengetik pada cell D18 rumus " $=D12/\$F\12 ". Salin D18 ke E18:K18. Cari nilai baris du dengan mengetik rumus di cell D17 rumus " $=D11-\$F\$11*D18$ ", Salin cell D17 ke E17:K17. Lanjutkan mencari baris X1, ketik di cell D19 rumus " $=D13-\$F\$13*D18$ ". Salin cell D19 ke E19:K19. Cari nilai baris S3, ketik di cell D20 rumus " $=D14-\$F\$14*D18$ ". Salin cell D20 ke E20:K20. Berikut, cari nilai baris Z_j dan C_j-Z_j . Ketik di cell D21 rumus " $=\$B\$17*D17+\$B\$18*D18+\$B\$19*D19+\$B\$20*D20$ " tekan Enter. Salin nilai D21 ke E21:K21. Geser kursor ke cell E22 dan

ketik rumus "=E3-E21", tekan Enter. Salin nilai cell E22 ke F22:K22. Pada tahap ini, semua elemen baris identitas Cj-Zj sudah positif, berarti operasi sudah optimal.

	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	d ₁	
Departemen A	2	4	0	0	0	80
Departemen B	3	2	0	0	0	60
Pendanaan	29	40	0	0	0	890
Fungsi Laba	600	500	0	0	0	15000
Solusi Optimal	10	15	0	0	1500	

Gambar 9.1 Pemecahan SGM dengan Lembar Kerja Excel

Pemecahan optimum menghasilkan bauran produk berikut.

$$X_1 = 10 \text{ unit}$$

$$X_2 = 15 \text{ unit}$$

$$d_1 = 1.500$$

Variabel S_1 dan d_1 masing-masing sama dengan 0, bukan bagian *product mix* yang optimal. Jika nilai optimum dimaksud dimasukkan ke fungsi kendala didapatkan hasil sebagai berikut.

$$\text{Fungsi laba: } 600(10) + 500(15) + 0 + 1.500 = 15.000 \text{ (memenuhi)}$$

$$\text{Departemen A: } 2(10) + 4(15) = 80 \text{ (memenuhi)}$$

$$\text{Departemen B: } 3(10) + 2(15) = 60 \text{ (memenuhi)}$$

$$\text{Pendanaan : } 29(10) + 40(15) = 890 \text{ (memenuhi)}$$

Hasil penjualan:

$$\text{Produk } X_1 = 10 \text{ unit} \times \text{Rp}3.500 \qquad \text{Rp } 35.000$$

$$\text{Produk } X_2 = 15 \text{ unit} \times \text{Rp}4.500 \qquad \text{Rp } 67.500$$

$$\text{Hasil penjualan total} \qquad \text{Rp}102.500$$

Biaya tunai:

Produk $X_1 = 10$ unit x Rp2.900	Rp 29.000
Produk $X_2 = 15$ unit x Rp4.000	Rp 60.000
Biaya tunai total	Rp 89.000 (-)
Laba yang diperoleh	Rp 13.500
d _v laba yang tidak dicapai	Rp 1.500 (+)
Laba total yang seharusnya (target laba)	Rp 15.000

Nilai ini sama dengan yang diperoleh dari pemecahan.

Laporan arus kas:

Dana kas menurut neraca	Rp 70.000
Hasil pengumpulan piutang	Rp 70.000 (+)
Jumlah dana kas	Rp140.000
Beban biaya tunai:	
Biaya tunai yang dibayar	Rp 9.000
Biaya X_1	Rp 29.000
Biaya X_2	Rp 60.000 (+)
Jumlah biaya tunai yang dibayar	Rp 98.000 (-)
Saldo kas	Rp 42.000

Oleh karena semua syarat terkait terpenuhi, berarti hasil pemecahan dapat dipakai untuk membuat keputusan oleh manajemen. Contoh ini menetapkan tujuan untuk memperoleh profit sebesar 15.000, dengan *under-deviation of achievement* (d_v) atau penyimpangan ke bawah tidak lebih dari 1.500 atau 10 persen dari target. Dalam Tabel 9.1 target itu tercapai. Laba yang diperoleh Rp13.500 sedang penyimpangan ke bawah tidak lebih Rp1.500 sehingga target terpenuhi.

b. Pemecahan dengan Program POM-for-Windows

Pemecahan berikut akan dilakukan dengan memakai perangkat lunak POM-for-Windows Hasil pemecahan disajikan dalam Gambar 9.2.

	x1	x2	b1	b2	b3	b4	b5		RHS
Maximize	400	300	0	0	0	1	-1		
Profit	600	500	0	0	0	1	-1	***	15000
Dept A	2	4	1	0	0	0	0	***	80
Dept B	3	2	0	1	0	0	0	***	60
Pembelian	28	40	0	0	1	0	0	***	800
Saldo	10	15	0	0	0	1500	0		15000

Gambar 9.2 Pemecahan SGM dengan Program POM-for-Windows

Pada kaki tabel di baris paling bawah terdapat nilai solusi optimal dari permasalahan yang dianalisis. Hasil optimal tersebut adalah sebagai berikut.

- 1) $X_1 = 10$ unit
- 2) $X_2 = 15$ unit
- 3) $d_u = 1,500$
- 4) Profit = 15,000

Hasil dimaksud sama dengan yang diperoleh pada pemecahan memakai metode simpleks Gambar 9.1. Dengan demikian, pemecahan secara manual jika dikerjakan dengan hati-hati dan cermat hasilnya akan sama dengan pemecahan dengan perangkat lunak *POM-for-Windows*.

Berdasarkan data Tabel 9.2 terlihat bahwa proses iterasi pada pemakaian program *POM-for-Windows* dilakukan hingga empat kali. Pada pemecahan dengan simpleks yang memanfaatkan lembar kerja Excel, iterasi hanya tiga kali. Namun demikian, yang penting ialah hasil optimumnya sama.

Pemecahan dengan program *POM-for-Windows* secara otomatis berjalan sesuai formulasi matematik yang telah dirumuskan dalam perangkat lunak. Oleh karena itu, perhitungan menjadi lebih mudah dan lebih cepat. Jika memakai lembar kerja Excel, diperlukan ketelitian menuliskan formulasi matematik.

Tabel 9.2 Pemecahan SGM dengan Program POM-for-Windows Beserta Iterasinya

(untitled) Solution													
Cj	Basic Variables	600	500	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	Quantity
		X1	X2	s1	s2	s3	du	do	slack 1	slack 2	slack 3	slack 4	
Iteration 1													
0	slack 1	600	500	0	0	0	1	-1	1	0	0	0	15,000
0	slack 2	2	4	1	0	0	0	0	0	1	0	0	80
0	slack 3	3	2	0	1	0	0	0	0	0	1	0	60
0	slack 4	29	40	0	0	1	0	0	0	0	0	1	890
	zj	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	cj-zj	600	500	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	
Iteration 2													
0	slack 1	0	100.0	0	-200	0	1	-1	1	0	-200	0	3,000
0	slack 2	0	2.6667	1	-0.6667	0	0	0	0	1	-0.6667	0	40
600	X1	1	0.6667	0	0.3333	0	0	0	0	0	0.3333	0	20
0	slack 4	0	20.6667	0	-9.6667	1	0	0	0	0	-9.6667	1	310
	zj	600	400	0	200	0	0	0	0	0	200	0	12,000
	cj-zj	0	100.0	0	-200	0	1	-1	0	0	-200	0	

(untitled) Solution

Iteration 3													
0	slack 1	0	0	-37.5	-175	0	1	-1	1	-37.5	-175	0	1,500.0
500	X2	0	1	0.375	-0.25	0	0	0	0	0.375	-0.25	0	15.0
600	X1	1	0	-0.25	0.5	0	0	0	0	-0.25	0.5	0	10.0
0	slack 4	0	0	-7.75	-4.5	1	0	0	0	-7.75	-4.5	1	0.0
	zj	600	500	37.5	175	0	0	0	0	37.5	175	0	13,500
	cj-zj	0	0	-37.5	-175	0	1	-1	0	-37.5	-175	0	
Iteration 4													
1	du	0	0	-37.5	-175	0	1	-1	1	-37.5	-175	0	1,500.0
500	X2	0	1	0.375	-0.25	0	0	0	0	0.375	-0.25	0	15.0
600	X1	1	0	-0.25	0.5	0	0	0	0	-0.25	0.5	0	10.0
0	slack 4	0	0	-7.75	-4.5	1	0	0	0	-7.75	-4.5	1	0.0
	zj	600	500	0	0	0	1	-1	1	0	0	0	15,000
	cj-zj	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	

Created by POM-QM for Windows

2. Equally Ranked Multiple Goals Model (ER-MGM)

Dalam model ini, program memiliki tujuan lebih dari satu, tetapi ditetapkan sama pentingnya (tidak ada tujuan yang bersifat prioritas, *equally ranked*). Tujuan ganda dimaksud dapat berupa laba total yang ingin dicapai dan laba tertentu per unit dari produk tertentu yang dihasilkan atau dijual. Sejalan dengan hal itu, menurut Richard L. Levin dan Charles A. Kirkpatrick (1978) perlu didefinisikan tujuan dimaksud, misalnya sebagai berikut.

- D_{op} = nilai yang menunjukkan tidak dicapainya sasaran laba total (*underachieved*).
- D_{op} = nilai yang menunjukkan capaian melebihi sasaran laba total (*overachieved*).
- D_{ut} = nilai yang menunjukkan tidak dicapainya sasaran laba dari produk meja (*underachieved*).
- D_{ut} = nilai yang menunjukkan capaian melebihi sasaran laba dari produk meja (*overachieved*).

Berdasarkan rumusan tujuan ganda dimaksud maka perusahaan ingin mencapai dua-duanya sekaligus, target laba total dapat dicapai bahkan jika mungkin melebihi target yang ditetapkan (D_{op}). Pada saat yang sama, produk utama yang dihasilkan juga mencapai target laba unit yang didefinisikan dan jika perlu dapat melampaui target (D_{ut}). Misalnya, sebuah perusahaan penerbangan nasional melayani angkutan penumpang domestik dan penumpang internasional. Penumpang yang dilayani adalah sebagai berikut.

- Penumpang domestik langsung, yaitu penumpang dilayani secara *direct flight* (tanpa transit) di suatu bandar udara tertentu di dalam negeri. Dalam contoh ini dilambangkan dengan X_1 .
- Penumpang domestik transit, yaitu penumpang domestik yang dilayani dan harus singgah di bandara tertentu di dalam negeri sebelum menuju bandara tujuan terakhir. Dalam contoh ini dilambangkan dengan X_2 .
- Penumpang luar negeri, yaitu penumpang dilayani secara *direct flight* (tanpa transit) dari suatu bandar udara tertentu di dalam negeri ke bandar udara di luar negeri, atau sebaliknya dari suatu bandar udara di luar negeri ke bandar udara dalam negeri. Dalam contoh ini dilambangkan dengan X_3 .
- Tujuan yang dirumuskan adalah sebagai berikut.

- 1) Meminimumkan deviasi ketidakcapaian sasaran angkutan penumpang domestik dan luar negeri, dengan definisi berikut:
Minimumkan: $d_{ut} + d_{out}$
- 2) Target laba tertentu yang akan dicapai.

Kedua tujuan itu akan dicapai secara serentak dengan tanpa prioritas. Tujuan ganda tanpa prioritas ini yang disebut *equally ranked multiple goals*, yakni sasaran ganda dengan peringkat yang setara.

Tabel 9.3 Data Proses Bisnis Perusahaan

Jenis Penumpang	Lama Layanan Ticketing (Menit)	Layanan Check-in (Menit)	Layanan Bagasi (Menit)	Kontribusi Unit (Rp)
X_1	1	1	4	35.000
X_2	1	4	5	40.000
X_3	3	1	3	75.000
Sediaan Waktu per Minggu (Menit)	1,800	900	2,700	xxx

Berdasarkan data yang tersedia, disusun fungsi tujuan dan fungsi kendala ERMG yakni sebagai berikut.

Fungsi tujuan:

Minimumkan: $d_{ut} + d_{out}$

Target laba total:

$$35X_1 + 40X_2 + 75X_3 + 0(S_{1,2,3}) + d_{ut} - d_{out} = 50.000$$

Kendala:

$$X_1 + d_{out} - d_{ud} = 250$$

$$X_1 + X_2 + 3X_3 \leq 1.800$$

$$X_1 + 4X_2 + X_3 \leq 900$$

$$4X_1 + 5X_2 + 3X_3 \leq 2.700$$

Syarat ikatan $X_i \geq 0$

Berdasarkan informasi fungsi tujuan dan fungsi kendala yang disajikan di atas maka disusunlah kembali fungsi terkait sehingga sesuai dengan model simpleks yang telah berulang kali diketengahkan. Model simpleks yang sudah

disusun lebih lanjut dimasukkan ke dalam peralatan analisis pemecahan yang digunakan. Model pemecahan yang akan digunakan ialah: (a) metode simpleks manual, dan (b) perangkat lunak *OM-for-Windows*.

a. Pemecahan dengan Metode Simpleks

Permasalahan yang sudah disusun ke dalam model simpleks dimasukkan ke dalam lembar kerja Excel yang sudah disiapkan. Pemasukan nilai koefisien dimulai dengan membuat tabel yang sesuai kebutuhan. Lihat dalam Gambar 9.3.

The image contains two screenshots of an Excel spreadsheet used for solving a linear programming problem via the manual simplex method. The spreadsheet is organized into columns for variables and rows for constraints and the objective function.

Top Screenshot (Initial Tableau):

	Max	z	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	Right
1	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400000
2	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
3	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
4	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
5	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
6	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
7	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
8	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
9	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
10	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
11	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
12	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
13	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
14	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
15	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
16	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
17	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
18	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
19	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
20	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
21	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
22	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
23	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
24	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
25	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
26	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
27	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
28	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
29	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
30	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
31	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
32	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
33	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
34	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
35	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
36	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
37	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
38	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
39	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
40	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
41	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
42	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
43	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
44	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
45	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
46	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
47	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
48	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
49	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
50	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400

Bottom Screenshot (Iteration 1):

	Max	z	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	Right
1	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400000
2	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
3	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
4	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
5	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
6	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
7	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
8	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
9	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
10	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
11	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
12	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
13	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
14	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
15	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
16	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
17	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
18	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
19	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
20	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
21	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
22	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
23	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
24	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
25	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
26	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
27	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
28	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
29	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
30	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
31	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
32	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
33	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
34	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
35	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
36	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
37	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
38	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
39	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
40	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
41	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
42	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
43	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
44	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
45	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
46	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
47	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
48	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
49	Max	20000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400
50	Max	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400

Gambar 9.3 Pemecahan ER-MGM Secara Manual dengan Lembar Kerja Excel Beserta Iterasinya

Setelah mengaktifkan lembar kerja Excel dan membuat tabel model simpleks yang sesuai dengan fungsi tujuan dan fungsi kendala maka nilai koefisien dimasukkan secara bersesuaian. Setelah itu, lanjutkan mencari nilai-nilai baris identitas, yaitu Z_j dan $C_j - Z_j$. Nilai Z_j diperoleh dengan menempatkan kursor pada cell D9 kemudian ketik $=\$B\$4*D4+\$B\$5*D5+\$B\$6*D6+\$B\$7*D7+\$B\$8*D8$ kemudian tekan kunci Enter dan akan menghasilkan 50,250. Selanjutnya salin ke E9:N9, kemudian tekan kunci Enter. Di cell E10 ketik $=E2-E9$, kemudian tekan kunci Enter. Salin ke cell F10:N10.

Pada baris identitas $C_j - Z_j$, cari angka bertanda minus dengan nilai mutlak terbesar. Dalam contoh ini ialah -3 . Berarti kolom kunci ialah X_1 . Atas dasar hasil tersebut, cari baris kunci dengan cara mencari rasio baris, yaitu membagi nilai Q dengan nilai kolom kunci secara bersesuaian. Dalam hal ini, ketik $=D4/G4$ pada cell O4, kemudian Enter. Salin isi O4 ke O5:O8. Rasio terkecil ialah 600 pada baris S1. Dengan demikian, baris kunci ialah baris S1.

Operasi dilanjutkan dengan membuat matriks baru, dengan lebih dahulu mengisi kolom *Mix* dengan bauran: d_{11} , d_{12} , X_1 , S_2 , S_3 . Pada tahapan ini, lambing baris S_1 diganti dengan X_1 . Nilai X_1 diperoleh dengan membagi nilai baris S_1 dengan angka kuncinya, yaitu 3. Untuk itu, pada cell D13 ketik $=D6/3$, atau $=D6/G6$. Tekan Enter, kemudian salin ke cell E13:N13.

Nilai baris d_{11} yang baru diperoleh dengan cara: ketik di cell D11 $=D4-G5*D13$, tekan Enter kemudian salin nilai D11 ke E11:N11. Nilai baris d_{12} yang baru diperoleh dengan cara: ketik di cell D12 $=D5-G5*D13$, tekan Enter kemudian salin nilai D12 ke E12:N12. Selanjutnya, nilai baris S_2 yang baru diperoleh dengan cara: ketik di cell D14 $=D7-G5*D13$, tekan Enter kemudian salin nilai D14 ke E14:N14. Nilai baris S_3 yang baru diperoleh dengan cara: ketik di cell D15 $=D8-G5*D13$, tekan Enter kemudian salin nilai D15 ke E15:N15.

Cari nilai baris Z_j dan $C_j - Z_j$. Nilai Z_j diperoleh dengan menempatkan kursor pada cell D16 kemudian ketik pernyataan matematik atau rumus: $=\$B\$11*D11+\$B\$12*D12+\$B\$13*D13+\$B\$14*D14+\$B\$15*D15$ kemudian tekan kunci Enter dan akan menghasilkan 5,250. Salin D16 ke E16:N16. Selanjutnya, untuk mendapatkan nilai $C_j - Z_j$ maka pada cell E17 ketik $=E2-E16$, tekan Enter. Salin E17 ke F17:N17.

Periksa Baris Cj-Zj, pilih angka bertanda minus dengan nilai mutlak terbesar. Dalam hal ini ialah "-15" pada kolom X_2 . Jadi, kolom kunci ialah kolom X_2 . Selanjutnya, cari rasio seperti operasi terdahulu, yaitu nilai Q dibagi dengan angka-angka kolom kunci secara bersesuaian. Ketik di cell O11 "=D11/F11". Nilai O11 disalin ke O12:O15. Pilih rasio terkecil dan pada contoh ini ada angka minimum yang sama, yaitu 81.81818 pada baris S_1 .

Buat bauran yang baru, yaitu d_{opt} , X_1 , X_2 , S_1 . Cari nilai baris X_2 dengan mengetik pada cell D21 rumus "=E14/\$F\$14". Salin D21 ke E21:N21. Cari nilai baris d_{opt} yang baru dengan mengetik rumus di cell D18 rumus "=D11-\$F\$11*D21". Salin cell D18 ke E18:N18. Lanjutkan mencari baris d_{opt} dengan mengetik di cell D19 rumus "=D12-\$F\$12*D21". Salin nilai D19 ke E19:N19. Selanjutnya, untuk baris X_3 , ketik di cell D20 rumus "=D13-\$F\$13*D21". Salin cell D20 ke E20:N20. Cari nilai baris S_2 , ketik di cell D22 rumus "=D15-\$F\$15*D21". Salin cell D22 ke E22:N22. Berikut, cari nilai baris Zj dan Cj-Cj.

Ketik di cell D23 rumus "=B\$18*D18+B\$19*D19+B\$120*D20+B\$21*D21+B\$22*D22", tekan Enter. Salin nilai D23 ke E23:N23. Geser kursor ke cell E24 dan ketik rumus "=E2-E23", tekan Enter. Salin nilai cell E24 ke F24:N24. Pada tahap ini belum semua elemen baris identitas Cj-Zj bertanda positif, masih ada bertanda negatif, yaitu "-8.27273" pada kolom X_1 , berarti operasi belum optimal. Kolom kunci ialah kolom X_1 , dilanjutkan dengan mencari rasio baris. Ketik rumus "=D18/E18" di cell O18. Rasio terkecil 250 pada baris d_{opt} . Dengan demikian, baris d_{opt} sebagai baris kunci.

Operasi dilanjutkan dengan lebih dahulu membuat bauran yang baru, yaitu d_{opt} , X_1 , X_2 , S_1 . Cari nilai baris X_1 dengan mengetik pada cell D34 rumus "=D19/\$E\$19". Salin D34 ke E34:N34. Cari nilai baris d_{opt} yang baru dengan mengetik rumus di cell D33 rumus "=D18-\$E\$18*D34". Salin cell D33 ke E33:N33. Lanjutkan mencari baris X_2 dengan mengetik di cell D35 rumus "=D20-\$E\$20*D34". Salin nilai D35 ke E35:N35. Selanjutnya, untuk baris X_3 , ketik di cell D36 rumus "=D21-\$E\$21*D34". Salin cell D36 ke E36:N36. Cari nilai baris S_2 , ketik di cell D37 rumus "=D22-\$E\$22*D34". Salin cell D37 ke E37:N37. Berikut, cari nilai Baris Zj dan Cj-Cj.

Ketik di cell D38 rumus "=B\$33*D33+B\$34*D34+B\$35*D35+B\$36*D36+B\$37*D37", tekan Enter. Salin nilai D38 ke E38:N38. Geser kursor ke cell E39 dan ketik rumus "=E31-E38", tekan Enter. Salin nilai cell E39

ke F39:N39. Pada tahap ini belum semua elemen baris identitas C_j-Z_j bertanda positif. Masih ada yang bertanda negatif, yaitu -7.27273 pada kolom d_{out} . Kolom d_{out} adalah kolom kunci. Hal ini berarti operasi belum optimal. Operasi dilanjutkan untuk mencari nilai rasio baris. Ketik rumus $=D33/N33$ di cell O33. Salin nilai O33 ke O34:O37. Nilai rasio baris terkecil ialah 2 pada baris S_1 . Operasi dilanjutkan dengan membuat bauran produk baru, yaitu : d_{out} , X_1 , X_2 , X_3 , d_{out} .

Cari nilai baris d_{out} dengan cara menuliskan rumus $=D37/\$N\37 pada cell D44, kemudian tekan Enter. Nilai D44 disalin ke E44:N44. Cari nilai baris d_{in} dengan menuliskan rumus $=D33-\$N\$33*D44$ pada cell D40. Salin nilai D40 ke E40:N40. Lanjutkan mencari nilai X_1 dengan mengetik rumus $=D34-\$N\$34*D44$ di cell D41. Salin nilai D41 ke E41:N41. Cari nilai baris X_1 dengan menuliskan rumus $=D35-\$N\$35*D44$ pada cell D42. Salin nilai D42 ke E42:N42. Lanjutkan mencari nilai X_2 dengan mengetik rumus $=D36-\$N\$36*D44$ di cell D43. Salin nilai D43 ke E43:N43.

Cari nilai baris Z_j dan C_j-Z_j . Nilai Z_j diperoleh dengan menempatkan kursor pada cell D45 kemudian ketik pernyataan matematik atau rumus: $=\$B\$40*D40+\$B\$41*D41+\$B\$42*D42+\$B\$43*D43+\$B\$44*D44$ kemudian tekan kunci Enter dan akan menghasilkan 1.940. Salin D45 ke E45:N45. Selanjutnya, untuk mendapatkan nilai C_j-Z_j maka pada cell E46 ketik $=E31-E45$, tekan Enter. Salin nilai E46 ke F46:N46.

Sampai pada tahap ini semua elemen baris identitas C_j-Z_j bertanda positif. Tidak ada lagi yang bertanda negatif. Hal ini berarti operasi sudah optimal. Hasil optimal adalah sebagai berikut.

$$\begin{array}{ll} d_{out} = 1.940 & d_{in} = 2 \\ X_1 = 252 & X_2 = 36 \\ X_3 = 504 & \pi = 1.940 \end{array}$$

Berdasarkan hasil optimum ini maka sudah dapat didiuji kecermatan hasil. Nilai dimasukkan ke fungsi tujuan dan fungsi kendala.

Hasilnya adalah sebagai berikut.

$$\text{Minimumkan: } d_{out} + d_{in} = 1.940 + 0 = 1.940$$

Target laba total:

$$35(252) + 40(36) + 75(504) + 0(S_{2,3}) + 1.940 - 0 = 50.000 \text{ (sesuai)}$$

Kendala:

$$X_1 + d_{\text{at}} - d_{\text{out}} = 250 \quad 252 + 0 - 2 = 250 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$X_1 + X_2 + 3X_3 \leq 1.800 \quad 252 + 36 + 3(504) = 1.800 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$X_1 + 4X_2 + X_3 \leq 900 \quad 252 + 4(36) + 504 = 900 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$4X_1 + 5X_2 + 3X_3 \leq 2.700 \quad 4(252) + 5(36) + 3(504) = 2.700 \text{ (memenuhi)}$$

Laba yang sesungguhnya adalah $50.000 - 1.940 = 48.060$

Berdasarkan hasil optimum tersebut maka proses bisnis perusahaan penerbangan yang dijadikan contoh hipotesis sebagai berikut.

- 1) Perusahaan penerbangan bertujuan meminimumkan penyimpangan ke bawah perolehan laba total, dengan rumusan sasaran: Minimumkan $d_{\text{at}} + d_{\text{out}}$. Penyimpangan ke bawah yang dicapai adalah 1.940.
- 2) Mencapai target laba 50.000. Dari proses substitusi nilai optimum ke dalam fungsi laba maka target tidak tercapai. Ada penyimpangan ke bawah 1.940, sehingga laba riil hanya 48.060.
- 3) Penumpang domestik langsung (X_1) ditargetkan diangkut 250 orang. Pemecahan menghasilkan 252 orang, dengan penyimpangan ke atas ($d_{\text{out}} = 2$ orang sehingga $252 - 2 = 250$ orang. Realitanya melebihi target yang ditetapkan.
- 4) Tiga kendala lainnya, yaitu: kendala lama layanan *ticketing*, layanan *check-in*, dan layanan bagasi, melalui pengujian yang telah diketengahkan semuanya memenuhi.

Berdasarkan hasil pemecahan optimum tersebut, diketahui penumpang yang dominan dilayani adalah penumpang internasional (504 orang, X_2), penumpang domestik langsung (252 orang, X_1), dan yang paling kurang ialah penumpang transit dalam negeri ($X_3 = 36$ orang). Selanjutnya, permasalahan di atas akan diselesaikan dengan menggunakan perangkat lunak *POM-for-Windows*.

b. Pemecahan dengan Program Excel OM-for-Windows

Pemecahan kasus dengan memakai perangkat lunak jadi, antara lain dengan *Excel OM-for-Windows* akan disajikan diuraikan berikut. Alternatif pemecahan dengan program *Excel OM-for-Windows* dilakukan untuk membandingkan atau menguji derajat keakuratan pemecahan secara manual dengan metode simpleks.



Gambar 9.4 Pemecahan ER-MGM dengan Program Excel OM-for-Windows

Melalui pembacaan hasil optimal pada baris variabel, diperoleh angka sebagai berikut.

$X_1 = 252$ orang penumpang domestik langsung,

$X_2 = 36$ orang penumpang domestik transit.

$X_3 = 504$ orang penumpang internasional.

d_{und} = *under-target deviation*, penyimpangan di bawah target sebesar 1.940.

d_{od} = *overachieved on goal definition*, pencapaian di atas definisi sasaran sebesar 2 orang penumpang.

Target laba total 50.000 tidak tercapai karena memiliki penyimpangan ke bawah sesuai nilai d_{und} sebesar 1.940. Dengan demikian, laba riil yang dicapai adalah $50.000 - 1.940 = 48.060$.

Berdasarkan hasil optimal dengan memakai program Excel OM-for-Windows pada Gambar 9.4, menunjukkan hasil yang sama dengan cara manual yang menggunakan metode simpleks, serta memanfaatkan lembar kerja Excel (lihat Gambar 9.4). Sehubungan dengan itu, cara manual pun akan mampu memberikan hasil yang akurat. Hanya saja diperlukan ketelitian dan pemahaman atas penulisan rumusan matematik yang diperlukan pada lembar kerja Excel.

Oleh karena hasil kedua metode sama maka penjelasan hasil yang diperoleh dengan cara memasukkan nilai optimal ke dalam fungsi tujuan dan fungsi kendala tidak dilakukan. Pembelajar dan pembaca cukup memanfaatkan hasil terdahulu.

Contoh:

Andaikan sebuah perusahaan mebel, yaitu PT. Mebel Jati mempunyai produk utama berupa kursi ukiran (model klasik). Dalam semester ini perusahaan menetapkan sasaran laba total \$100. Produk kursi (F atau *Table*) ukiran klasik ditargetkan menghasilkan laba \$10 per unit. Untuk produk kursi (C atau *Chair*) tidak ditentukan

Fungsi tujuan:

Minimalkan : $D_{op} - D_{kt}$

Dengan pemeras : $8T + 6C + (D_{kt} - D_{op}) = 100$ target laba

$T - D_{op} - D_{kt} = 10$ tables goals

$4T + 2C \leq 60$ assembly

$2T + 4C \leq 48$ finishing

Dengan syarat semua variabel ≥ 0

Sasaran ganda contoh kasus ini ialah sebagai berikut

- 1) Meminimumkan penyimpangan ke bawah dari target laba. $D_{op} + D_{kt}$
- 2) Target laba total \$100 dengan laba unit F (meja) = \$10.

Sasaran yang ditetapkan bersifat setara. Tidak ada prioritas, melainkan akan dicapai secara serentak.

Pemecahan hanya dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak Excel OM-for-Windows. Pemecahan secara manual dengan menggunakan metode simpleks yang memanfaatkan tempoar kerja Excel tidak dilakukan. Pembelajar dan pembaca dapat memanfaatkan proses terdahulu sebagai landasan patok duga pemecahan

Hasil pemecahan disajikan dalam Gambar 9.5 Berdasarkan Gambar 9.5 dapat dibaca hasil optimum berikut

Produk T = 12 unit

Produk C = 6 unit.

$D_{op} = 32$

$D_{kt} = 2$

Profit total = 132.



Gambar 9.5 Pemecahan ER-MGM dengan Excel OM-for-Windows

Berdasarkan hasil optimal tersebut maka hasil penyimpangan di bawah target adalah sama dengan 0. Target laba total: $8T + 6C + D_{up} - D_{down} = 8(12) + 6(6) + 0 - 32 = 100$, (hasil memenuhi). Target sasaran laba unit atas meja (T): $T + D_{up} - D_{down} = 12 + 0 - 2 = 10$ (hasil memenuhi). Perusahaan berhasil memperoleh insentif kenaikan laba unit \$2 (d_{up}). Kendala perakitan: $4T + 2C \leq 60$, $4(12) + 2(6) = 60$ (tidak melebihi sediaan sumber daya untuk perakitan, memenuhi syarat). Kendala finishing: $2T + 4C \leq 48$; $2(12) + 4(6) = 48$ (tidak melebihi sediaan sumber daya untuk penyelesaian atau finishing, memenuhi syarat).

3. Priority Ranked Multiple Goals Programming (PR-MGM)

Program Tujuan Ganda dengan Skala Prioritas (PR-MGM) adalah model *goal programming* yang dipakai untuk mencapai pemecahan optimal atas suatu permasalahan yang memiliki lebih dari satu sasaran, dan setiap sasaran sudah ditetapkan urutan prioritas untuk mencapainya. Adanya urutan prioritas dari setiap tujuan atau sasaran yang akan dicapai, menandakan PR-MGM ini memiliki tujuan ganda yang berbeda derajat urgensinya atau peringkatnya.

Contoh:

Perusahaan PT. Penerbangan XYZ sesuai contoh terdahulu dianggap memiliki sasaran ganda. Pertama, Sasaran laba sebesar Rp50.000.000 dan ditetapkan

sebagai tujuan dengan prioritas pertama (P_1). Kedua, Realisasi angkutan penumpang domestik langsung (tanpa transit) ditetapkan sebagai sasaran peringkat ke-2 (P_2)

Rumusan fungsi tujuan dan fungsi kendala disajikan sebagai berikut.

$$\text{Minimize: } 0(X_1 + X_2 + X_3) + 0(S_1) + P_1 d_{12} - 0d_{21} - P_2 d_{13} - 0d_{31}$$

Dengan kendala:

$$35X_1 + 40X_2 + 75X_3 + 0(S_1) + 1d_{12} - 1d_{21} - 0d_{13} - 0d_{31} = 50.000$$

$$1X_1 + 0X_2 + 0X_3 + 0(S_1) + 0d_{12} - 0d_{21} + 1d_{13} - 1d_{31} = 250$$

$$1X_1 + 1X_2 - 3X_3 + 0(S_1 + S_2 + d_{12} + d_{21} + d_{13} + d_{31}) = 1.800$$

$$1X_1 + 4X_2 + 1X_3 + 0S_1 + 1S_2 + 0S_3 + 0(d_{12} + d_{21} + d_{13} + d_{31}) = 900$$

$$4X_1 + 5X_2 + 3X_3 + 0S_1 + 0S_2 + 1S_3 + 0(d_{12} + d_{21} + d_{13} + d_{31}) = 2.700$$

$$\text{Syarat ikatan: } X_i \geq 0$$

Permasalahan kemudian dimasukkan ke dalam tabel simpleks untuk memecahkannya. Suatu yang spesifik dari PR-MGM ini ialah dalam fungsi tujuan akan dijumpai koefisien alfabetik dan bukan numerik. Koefisien alfabetik dijumpai pada penetapan prioritas tujuan, sebagai prioritas pertama (P_1), prioritas kedua (P_2) dan seterusnya. Untuk koefisien numerik terdiri koefisien fungsi tujuan dan fungsi kendala yang dinyatakan dengan angka atau bilangan tertentu

Cj	Mb	Qj	X1	X2	X3	S1	S2	S3	P1		P2	
									bat	bat	bat	bat
P1	bat	1954.3	0	0	0	-19.44	-4.995	0	1	-1	-7.27777777	7.27777777
0	X1	250	1	0	0	0	0	0	0	0	1	-1
0	X2	104.30	0	0	1	0.204	-0.095	0	0	0	-0.27777777	0.27777777
0	S2	16.304	0	1	0	-0.095	0.2777	0	0	0	-0.18181818	0.18181818
0	S3	6.5603	0	0	0	-6.430	-1.095	1	0	0	-3.27777777	3.27777777
	P1		0	0	0	-23.44	-4.995	0	1	-1	-7.27777777	7.27777777
			0	0	0	19.44	4.995	0	#VALUE!	1	#VALUE!	-7.27777777
P1	bat	1790	0	0	0	-15.4	-0.4	-3.2	1	-1	0	0
0	X1	250	1	0	0	-0.20	-0.40	0.44	0	0	0	0
0	X2	104	0	0	1	0.46	0.04	-0.22	0	0	0	0
0	X3	304	0	0	1	0.46	0.04	-0.22	0	0	0	0
0	S2	16	0	1	0	-0.04	0.30	-0.08	0	0	0	0
0	S3	2	0	0	0	-0.20	-0.40	0.44	0	0	-1	1
	P1		0	0	0	-23.4	-0.4	-3.2	1	-1	0	0
			0	0	0	15.4	0.4	3.2	#VALUE!	1	#VALUE!	0

Gambar 9.6 Pemecahan PR-MGM Secara Manual dengan Lembar Kerja Excel Beserta Iterasinya

Proses pemecahan kasus ini mirip dengan yang telah dipecahkan pada kasus Gambar 9.3. Perbedaan dijumpai pada fungsi tujuan, yaitu ada prioritas. Dengan demikian, dijumpai koefisien fungsi tujuan yang berbentuk koefisien alfabetik, yaitu P_1 dan P_2 . Sama dengan yang sebelumnya, setelah mengaktifkan lembar kerja Excel dan membuat tabel model simpleks yang sesuai kebutuhan berdasarkan fungsi tujuan dan fungsi kendala maka nilai koefisien dimasukkan secara bersesuaian. Setelah itu, lanjutkan mencari nilai-nilai baris identitas, yaitu P_1 dan P_2 . P_1 dan P_2 adalah koefisien dari variabel keputusan d_{in} dan d_{out} . Nilai P_1 diperoleh dengan menempatkan cursor pada cell E9 kemudian ketik "=1*E4", kemudian tekan kunci Enter. Hasilnya disalin ke F4:N4. Untuk mendapat baris identitas, ketik di cell E10 rumus "=E2-E9", kemudian tekan kunci Enter. Hasil cell E10 disalin ke F10:N10. Selanjutnya, cari nilai-nilai untuk P_2 . Tempatkan cursor di cell E11 dan ketik rumus "=1*E5", kemudian tekan kunci Enter. Hasil cell E11 disalin ke F11:N11. Angka pengali 1 ialah koefisien dari P_1 dan P_2 yang tidak ditulis.

Pada baris identitas P_1 dan P_2 , cari angka bertanda minus dengan nilai mutlak terbesar. Dalam contoh ini ialah "-75" untuk identitas P_1 dan "-1" untuk identitas P_2 . Terbesar ialah -75 sehingga kolom kunci ialah Kolom X_2 . Atas dasar hasil tersebut, cari baris kunci dengan cara mencari rasio baris, yaitu

membagi nilai Q dengan nilai kolom kunci secara bersesuaian. Dalam hal ini, ketik " $=D4/G4$ " pada cell O4, kemudian Enter. Salin isi O4 ke O5:O8. Rasio terkecil ialah 600 pada baris S_1 . Dengan demikian, baris kunci ialah baris S_1 .

Operasi dilanjutkan dengan membuat matriks baru, dengan lebih dahulu mengisi kolom *Mix* dengan bauran: d_{ur} , d_{ur} , X_1 , S_2 , S_3 . Pada tahapan ini, lambang Baris S_1 diganti dengan X_1 . Nilai X_1 diperoleh dengan membagi Nilai baris S_1 dengan angka kuncinya, yaitu 3. Untuk itu, pada cell D15 ketik " $=D6/3$ ", atau " $=D6/$G6 ". Tekan Enter, kemudian salin nilai D15 ke cell E15:N15.

Nilai baris d_{ur} yang baru diperoleh dengan cara: ketik di cell D13 " $=D4-$G$4*D15$ ", tekan Enter. Kemudian salin nilai D13 ke E13:N13. Nilai baris d_{ur} yang baru diperoleh dengan cara: ketik di cell D14 " $=D5-$G$5*D15$ ", tekan Enter kemudian salin nilai D13 ke E13:N13. Selanjutnya, nilai baris S_2 yang baru diperoleh dengan cara: ketik di cell D16 " $=D7-$G$7*D15$ ", tekan Enter kemudian salin nilai D14 ke E14:N14. Nilai baris S_3 yang baru diperoleh dengan cara: ketik di cell D17 " $=D8-$G$8*D15$ ", tekan Enter kemudian salin nilai D17 ke E17:N17.

Cari nilai baris P_1 dan P_2 . Nilai P_1 diperoleh dengan menempatkan kursor pada cell E18 kemudian ketik rumus: " $=1*E13$ " kemudian tekan kunci Enter. Salin nilai E18 ke F18:N18. Selanjutnya, untuk mendapatkan nilai identitas maka pada cell E19 ketik " $=E2-E18$ ", tekan Enter. Salin E19 ke F19:N19. Selanjutnya, cari nilai-nilai untuk P_2 . Tempatkan kursor di cell E20 dan ketik rumus " $=1*E14$ ", kemudian tekan kunci Enter. Hasil cell E20 disalin ke F20:N20.

Periksa baris identitas P_1 dan P_2 , pilih angka bertanda minus dengan nilai mutlak terbesar. Dalam hal ini, untuk P_1 ialah "-15" pada kolom X_2 dan P_2 adalah "-1". Jadi, kolom kunci ialah kolom X_2 . Selanjutnya, cari rasio seperti operasi terdahulu, yaitu nilai Q dibagi dengan angka-angka kolom kunci secara bersesuaian. Ketik di cell O13 " $=D13/F13$ ". Nilai O13 disalin ke O14:O17. Pilih rasio terkecil dan pada contoh ini ada angka minimum yang kecil, yaitu 81.81818 pada baris S_2 .

Buat bauran yang baru, yaitu d_{ur} , d_{ur} , X_1 , X_2 , S_3 . Cari nilai baris X_2 dengan mengetik pada cell D25 rumus " $=D16/$F16 ". Salin D25 ke E25:N25. Cari nilai Baris d_{ur} yang baru dengan mengetik rumus di cell D22 rumus " $=D13-$F$13*D25$ ". Salin cell D22 ke E22:N22. Lanjutkan mencari baris d_{ur} dengan mengetik di cell D23 rumus " $=D14-$F$14*D25$ ". Salin nilai D23 ke E23:N23.

Selanjutnya, untuk baris X_2 , ketik di cell D24 rumus " $=D15-5F15*D25$ ". Salin cell D24 ke E24:N24. Cari nilai baris S_2 , ketik di cell D26 rumus " $=D17-5F17*D25$ ". Salin cell D26 ke E26:N26. Berikut, cari nilai Baris P_1 dan P_2 .

Untuk mendapatkan nilai-nilai baris P_1 , ketik di cell E27 rumus " $=1*23$ ", tekan Enter. Salin nilai E27 ke F27:N27. Geser kursor ke cell E28 dan ketik rumus " $=E2-E27$ ", tekan Enter. Salin nilai cell E28 ke F28:N28. Untuk baris P_2 , ketik rumus " $=1*E23$ " pada cell E29, tekan Enter. Salin nilai cell E29 ke F29:N29. Baris identitas diperoleh dengan menuliskan rumus " $=E2-E29$ " di cell E30. Salin cell E30 ke F30:N30. Pada tahap ini belum semua elemen baris identitas P_1 bertanda positif, masih ada bertanda negatif, yaitu " -7.273 " pada kolom X_2 . Pada baris identitas P_2 dijumpai " -1 " dan yang terbesar ialah " -7.273 ". Ini berarti operasi belum optimal. Kolom kunci ialah kolom X_1 , dilanjutkan dengan mencari rasio baris. Ketik rumus " $=D37/N37$ " di cell O37. Nilai cell O37 disalin ke O38:O41. Rasio terkecil 250 pada baris d_{out} . Dengan demikian, baris d_{out} sebagai baris kunci.

Operasi dilanjutkan dengan lebih dahulu membuat bauran yang baru, yaitu d_{out} , X_1 , X_2 , X_3 , S_1 . Cari nilai baris X_1 dengan mengetik pada cell D38 rumus " $=D23/5E23$ ". Salin D38 ke E38:N38. Cari nilai baris d_{out} yang baru dengan mengetik rumus di cell D37 rumus " $=D22-5E22*D38$ ". Salin cell D38 ke E38:N38. Lanjutkan mencari baris X_2 dengan mengetik di cell D39 rumus " $=D24-5E24*D38$ ". Salin nilai D39 ke E39:N39. Selanjutnya, untuk baris X_3 , ketik di cell D40 rumus " $=D25-5E25*D38$ ". Salin cell D40 ke E40:N40. Cari nilai baris S_1 , ketik di cell D41 rumus " $=D26-5E26*D38$ ". Salin cell D41 ke E41:N41. Berikut, cari nilai baris P_1 dan P_2 .

Pada tahapan ini, P_2 sebagai koefisien tujuan dari d_{out} sudah tidak ada, sudah diganti dengan variabel keputusan lainnya, yaitu X_2 . Oleh karena itu, tidak ada lagi baris P_2 . Untuk baris P_1 , ketik di cell E42 rumus " $=1*E37$ ", tekan Enter. Salin nilai E42 ke F42:N42. Geser kursor ke cell E43 untuk mendapatkan baris identitas dan ketik rumus " $=E35-E42$ ", tekan Enter. Salin nilai cell E43 ke F43:N43. Pada tahap ini belum semua elemen baris identitas C_j-Z_j bertanda positif. Masih ada yang bertanda negatif, yaitu " -7.27273 " pada kolom d_{out} . Kolom d_{out} adalah kolom kunci. Ini berarti operasi belum optimal. Operasi dilanjutkan untuk mencari nilai rasio baris. Ketik rumus " $=D37/N37$ " di cell O37. Salin nilai O37 ke O38:O41. Nilai rasio baris terkecil ialah " 2 " pada baris

S_2 . Operasi dilanjutkan dengan membuat bauran produk baru, yaitu : d_{opt} , X_1 , X_2 , X_3 , d_{opt} .

Cari nilai baris d_{opt} dengan cara menuliskan rumus "=D41/\$N\$41" pada cell D48, kemudian tekan Enter. Nilai D48 disalin ke E48:N48. Cari nilai baris d_{opt} dengan menuliskan rumus "=D37-\$N\$37*D48" pada cell D44. Salin nilai D44 ke E44:N44. Lanjutkan mencari nilai X_2 dengan mengetik rumus "=D38-\$N\$38*D48" di cell D45. Salin nilai D45 ke E45:N45. Cari nilai baris X_3 dengan menuliskan rumus "=D39-\$N\$39*D48" pada cell D46. Salin nilai D46 ke E46:N46. Lanjutkan mencari nilai X_2 dengan mengetik rumus "=D40-\$N\$40*D48" di cell D47. Salin nilai D47 ke E47:N47.

Cari nilai baris P_1 . Nilai P_1 diperoleh dengan menempatkan kursor pada cell E49 kemudian ketik pernyataan matematik atau rumus: "=1*E44" kemudian tekan kunci Enter. Salin E49 ke F49:N49. Selanjutnya, untuk mendapatkan nilai baris identitas maka pada cell E50 ketik "=E35-E49", tekan Enter. Salin nilai E50 ke F50:N50.

Sampai pada tahap ini semua elemen baris identitas P_1 sudah bertanda positif. Tidak ada lagi yang bertanda negatif. Ini berarti operasi sudah optimal. Hasil optimal adalah sebagai berikut.

$$\begin{array}{ll} d_{opt} = 1.940 & d_{opt} = 2 \\ X_1 = 252 & X_2 = 36 \\ X_3 = 504 & \pi = 1.940 \end{array}$$

Prioritas pertama (P_1) ialah meminimumkan penyimpangan tidak tercapainya sasaran profit total (d_{opt}), yaitu Rp50.000.000, serta penyimpangan tidak tercapainya sasaran penumpang domestik langsung (d_{opt}) sebesar 250 orang (sebagai P_2). Baik sasaran P_1 maupun sasaran P_2 tercapai. Sasaran P_1 dicapai dengan penyimpangan tidak dicapainya sasaran profit total dengan *underachieved* Rp1.940.000. Bahkan P_2 justru berhasil surplus atau *overachieved* dengan target 250 orang dan yang dicapai 252 orang sehingga terdapat *overachieved* 2 orang.

Berdasarkan hasil optimum ini maka sudah dapat diuji kecermatan hasil. Nilai dimasukkan ke fungsi tujuan dan fungsi kendala.

Hasilnya adalah sebagai berikut.

$$\text{Minimumkan: } d_{opt} + d_{opt} = 1.940 + 0 = 1.940$$

Target laba total:

$$35(252) + 40(36) + 75(504) + 0(S_{1,2,3}) + 1.940 - 0 = 50.000 \text{ (sesuai)}$$

Kendala:

$$X_1 + d_{\text{out}} - d_{\text{in}} = 250 \quad 252 + 0 - 2 = 250 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$X_1 + X_2 + 3X_3 \leq 1.800 \quad 252 + 36 + 3(504) = 1.800 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$X_1 + 4X_2 + X_3 \leq 900 \quad 252 + 4(36) + 504 = 900 \text{ (memenuhi syarat)}$$

$$4X_1 + 5X_2 + 3X_3 \leq 2.700 \quad 4(252) + 5(36) + 3(504) = 2.700 \text{ (memenuhi syarat)}$$

Laba yang sesungguhnya adalah $50.000 - 1.940 = 48.060$

Sekadar untuk memeriksa kecermatan hasil pemecahan ini maka pada Tabel 9.7 disajikan pemecahan dengan menggunakan perangkat lunak *OM-for-Windows*. Hasil pemecahan menunjukkan hasil yang sama. Ini berarti pemecahan secara manual juga akan menyajikan hasil yang akurat. Hanya saja dengan melalui pemecahan secara manual diperlukan kehati-hatian dari analis.

	x1	x2	x3	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	Right Hand Side
Objective	35	40	75	0	0	0	0	0	0	0	0	50000
Constraint Right	1	1	3	1	0	0	0	0	0	0	0	1800
Ticketing	1	4	1	0	1	0	0	0	0	0	0	900
Check in	4	5	3	0	0	1	0	0	0	0	0	2700
Baggage												
Results												
Variables	252	36	504	0	0	0	1940	0	0	0	0	
Objective												50000

Gambar 9.7 Pemecahan PR-MGM dengan Menggunakan Program Excel OM-for-Windows

Oleh karena hasil persis sama maka pembahasannya tidak akan diulangi lagi. Cukup memerhatikan uraian yang telah dikemukakan sebelumnya.

A. PENGERTIAN TEORI ANTREAN

Teori antrean merupakan sebuah teori analisis keefektifan sistem yang dikenalkan oleh A.K. Erlang, seorang ahli teknik berkebangsaan Denmark. A.K. Erlang berusaha mengukur kemampuan sebuah fasilitas servis untuk memberikan pelayanan yang sebaik-baiknya kepada pelanggannya. A.K. Erlang adalah seorang teknisi yang bekerja pada Kantor Telepon Denmark dengan tugas untuk melakukan penyambungan permintaan pembicaraan lokal dan interlokal (waktu itu belum dikenal telepon otomatis dan SLJJ). Ia mendapati kenyataan bahwa permintaan sambungan lokal dan interlokal yang tiba pada saat yang sama terkadang sebagian harus antre menunggu giliran. Hal itu terjadi karena fasilitas penyambungan sibuk. Pada saat yang lain, permintaan sambungan lokal dan interlokal kurang sehingga fasilitas menganggur.

Berdasarkan fenomena di atas maka A.K. Erlang melakukan suatu studi untuk melakukan modifikasi sistem untuk mengefektifkan pemakaian sistem pelayanan. Studi dimaksudkan untuk mencari solusi, yakni bagaimana melayani permintaan sambungan lokal dan interlokal secepatnya. Pada akhirnya, hal tersebut akan meningkatkan kepuasan setiap pelanggan yang tiba meminta pelayanan.

Teori yang dikenalkan itu kemudian disebut sebagai teori antrean (*waiting line theory*). Model antrean ini berguna untuk mengukur keefektifan sistem secara cepat dan secara garis besar dengan melihat beberapa indikator pelayanan yang penting, yaitu estimasi tentang berikut ini.

1. Berapa pelanggan yang antri menunggu pelayanan dalam waktu tertentu.
2. Berapa pelanggan yang ada dalam sistem, yaitu yang sedang dilayani dan sedang antri menunggu giliran pelayanan.
3. Berapa lama pelanggan harus menunggu dalam antrian, sebelum tiba gilirannya untuk menerima pelayanan.
4. Berapa lama pelanggan harus berada dalam sistem, yaitu waktu untuk menerima pelayanan dan waktu untuk menunggu dalam antrian sebelum menerima pelayanan.
5. Berapa besar utilisasi sistem pelayanan.
6. Berapa besar peluang sistem tersebut untuk menganggur.

Ada tiga komponen pokok yang ada dalam sebuah antrian, yaitu: (1) populasinya, (2) sistem antrian, dan (3) kapasitas fasilitas servis. Populasi dalam hal ini merupakan sumber dari entitas yang datang meminta layanan, seperti pelanggan di loket layanan, mobil di sebuah SPBU, pesawat udara yang akan *landing* atau *take-off*, dan sebagainya. Dalam populasi ini terkait karakteristik entitas, seperti pola kedatangan, apakah terjadwal atau datang secara acak. Kapasitas sistem apakah tidak terbatas (*infinite*) atau terbatas (*finite*), serta perilaku antrian. Perilaku entitas ini dapat berupa: (1) sabar antri menunggu giliran, (2) tidak sabar dan meninggalkan antrian jika merasa sudah lama antri, dan (3) memakai joki, meminta seorang teman untuk antri dan memberi kabar jika gilirannya sudah tiba. Semua perilaku itu akan memengaruhi efektivitas pelayanan.

Sistem antrian dapat berupa: (1) panjangnya tidak terbatas, seperti misalnya antrian yang terbentuk dalam layanan Bantuan Langsung Tunai (BLT) pada penduduk prasejahtera, dan (2) panjangnya terbatas, seperti pada antrian pada umumnya.

Kapasitas dari fasilitas, karakteristiknya dapat berupa: (1) dari aspek struktur dapat berupa *single* atau *multiple channel*, (2) kecepatan pemberian layanan, dapat bersifat konstan (memakai fasilitas otomatis) dan dapat pula bersifat acak (menggunakan tenaga manusia), dan (3) disiplin antrian, dapat bersifat FCFS (*First Come, First Service*) atau FIFO (*First In, First Out*), atau sembarang (*random*).

B. TIPE SUMBER POPULASI

Sumber populasi merupakan asal dari mana objek yang akan dilayani berasal. Sumber dimaksud dibedakan atas *infinite source model* (model dengan sumber populasi tidak yang terhingga), serta *finite source model* (model dengan sumber populasi yang terhingga), berikut penjabarannya.

1. *Infinite Source Model*

Tipe ini merupakan model sumber unit analisis antrean dengan objek yang datang meminta pelayanan pada fasilitas servis jumlahnya tidak tentu (bersifat acak). Misalnya, kendaraan bermotor yang akan tiba di sebuah Stasiun Pengisian Bensin Umum (SPBU), tidak dapat dipastikan asalnya dan tidak dapat dipastikan jumlahnya. Ada kemungkinan seseorang yang mengisi bensin di SPBU X hari ini, berasal dari luar daerah (kota lain). Pada esok harinya, yang bersangkutan mengisi bensin di SPBU Y, Z, dan seterusnya yang berada di kota yang sama atau kota yang lain. Demikian pula pelanggan sebuah restoran, swalayan, *departement store*, bengkel kendaraan bermotor, dan sebagainya merupakan sistem yang sumber populasinya bersifat tidak terhingga. Kedatangan mereka ke sistem untuk meminta pelayanan bersifat tidak tentu (*random*). Objek akan tiba dengan jadwal yang ditentukan. Oleh karena itu, terdapat kemungkinan pada jam tertentu tidak ada, dan pada jam yang lain pelanggan berdatangan dengan jumlah yang banyak. Gejala kedatangan yang bersifat acak ini menjadi penyebab terjadinya antrean pada fasilitas servis.

Ada beberapa postulat yang dipakai pada model ini, yaitu sebagai berikut.

- Pelanggan yang tiba memiliki Distribusi Poisson, maksudnya terdapat kecenderungan (probabilita) jumlah objek yang tiba pada jumlah yang lebih besar daripada tingkat rata-rata kedatangan adalah lebih kecil. Sedangkan kecenderungan (probabilita) jumlah objek yang tiba dengan jumlah yang lebih kecil dari pada tingkat rata-rata kedatangan adalah lebih besar.
- Kemampuan melayani memiliki distribusi eksponensial negatif, maksudnya waktu pelayanan kepada pelanggan lebih singkat daripada waktu pelayanan rata-rata, memiliki probabilita yang lebih besar untuk terjadi. Sedangkan untuk lebih lama daripada waktu pelayanan rata-rata memiliki

probabilita yang lebih kecil. Dengan demikian, kemampuan melayani lebih banyak dari tingkat kemampuan rata-rata adalah lebih besar, dan untuk melayani lebih sedikit memiliki peluang yang lebih kecil.

- c. Pelayanan pelanggan di fasilitas servis mengikuti disiplin: Datang Pertama, Dilayani Pertama, *First Come, First Service*.
- d. Pada sistem dengan model *Single Channel, Single Phase* tingkat mampu layani (μ) lebih besar dari tingkat rata-rata kedatangan (λ) pelanggan. Pada sistem yang *Multi Channel, Single Phase*, jumlah saluran pelayanan (M) lebih besar dari *service-rate* (r) atau $M\mu > \lambda$.



Sumber: <http://www.metrosulawesi.com/sites/default/files/main/articles/Antrian%20SPBU.jpg>

Gambar 10.1 Asal Kendaraan yang Tiba di SPBU Bersifat Tidak Tertentu

2. *Finite Source Model*

Tipe ini merupakan model dengan sumber unit analisis antrean (objek) yang datang meminta pelayanan pada fasilitas servis adalah tertentu atau terdefinisi jumlahnya. Misalnya, pegawai sebuah kantor berjumlah 125 orang maka pegawai yang datang meminta layanan di Departemen SDM berupa naik pangkat atau kenaikan gaji berkala adalah 125 orang. Mungkin saja mereka datang beberapa orang sekaligus atau datang secara bergiliran. Hal yang penting sumber dan populasinya diketahui dengan pasti. Demikian

pula mahasiswa dari sebuah perguruan tinggi yang datang meminta layanan akademik di Biro Administrasi Akademik atau di kantor program studi jumlahnya diketahui, yaitu sama dengan jumlah mahasiswa yang terdaftar di program studi yang bersangkutan. Demikian juga pesawat terbang yang datang atau tiba meminta layanan perbaikan di sebuah hanggar reparasi pesawat juga diketahui jumlahnya, yaitu sebanyak pesawat udara yang dimiliki perusahaan penerbangan yang bersangkutan.



Sumber: https://usimages.detik.com/content/2015/09/28/4/160809_hanggargaruda7.jpeg

Gambar 10.2 Hanggar untuk Perawatan Pesawat Udara

C. TIPE STRUKTUR ANTREAN

Sebelumnya, perlu dikemukakan struktur sistem pelayanan yang umum dijumpai di dunia nyata. Bentuk struktur tersebut dibedakan atas berikut ini.

1. *Single Channel, Single Phase Model (SC-SP).*
2. *Multi Channel, Single Phase Model (MC-SP).*
3. *Single Channel, Multiphase Model (SC-MP).*
4. *Multi Channel, Multiphase Model (MC-MP).*
5. *Mixed phase, single to multiphase.*
6. *Mixed with alternative phase.*

Single Channel, Single Phase (SC-SP) adalah sistem pelayanan yang hanya memiliki satu saluran pelayanan dan jasa, yang diberikan akan selesai atau

sempurna pada satu tahapan saja. Misalnya, usaha pangkas rambut yang hanya dilayani oleh seorang tukang cukur, dan pelayanan yang diberikan adalah selesai pada satu tahap saja, yaitu gunting rambut. Hal serupa juga dijumpai pada bengkel kendaraan bermotor yang hanya memiliki seorang montir, atau *point of sale* di sebuah *departement store* hanya satu buah sehingga pelanggan hanya dilayani oleh seorang kasir di *point of sale* tunggal yang ada. Layanan hanya satu tahapan saja dan setelah selesai dilayani oleh aparaturnya pelayanan yang ada (montir, kasir, tukang pangkas rambut), pelanggan akan meninggalkan sistem.

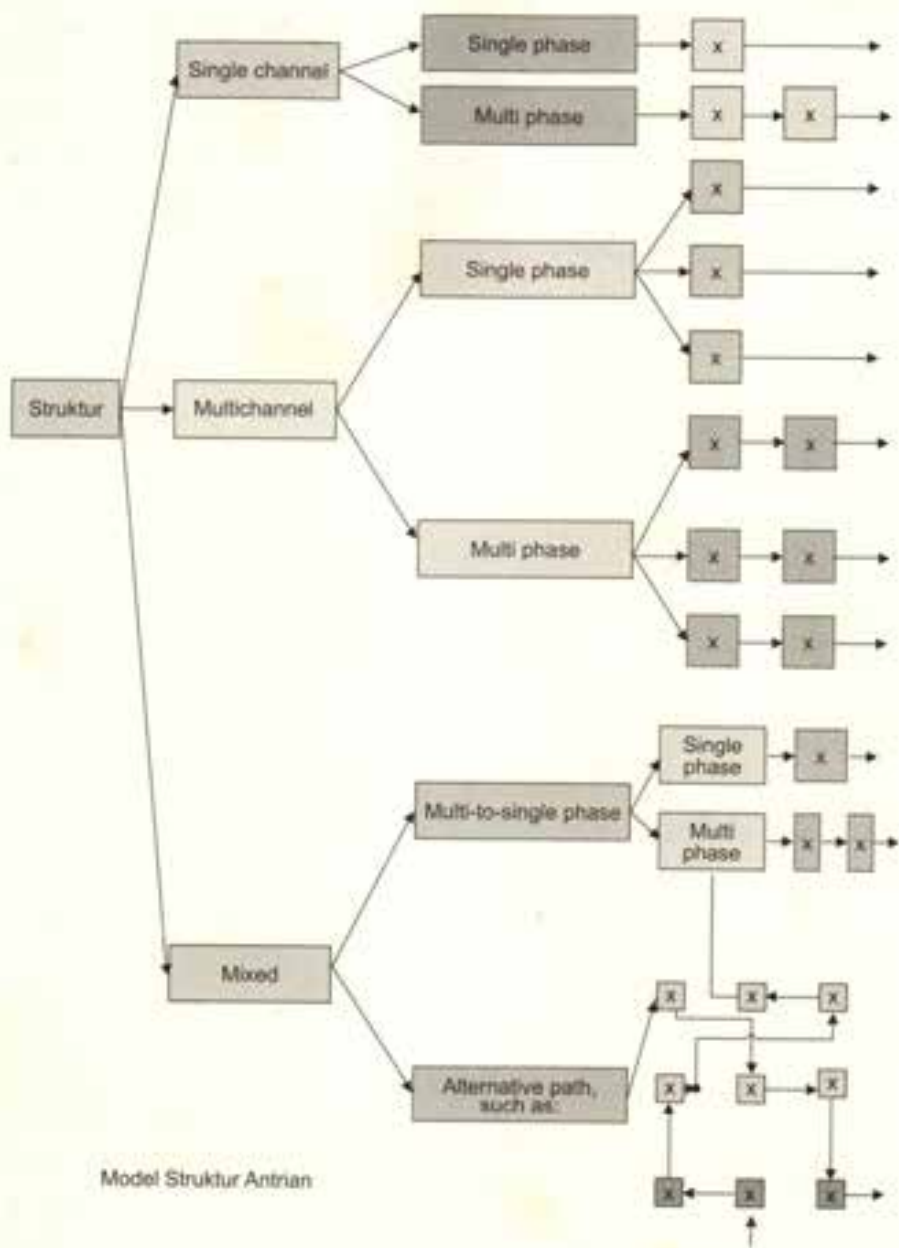
Multi Channel, Single Phase (MC-SP), pada hakikatnya merupakan gandaan dari sistem yang pertama. Jasa yang diberikan selesai hanya pada satu tahapan saja, tetapi tenaga pelayanan lebih daripada satu. Misalnya, usaha pangkas rambut yang mempekerjakan dua atau lebih tukang cukur atau SPBU memiliki pompa pengisian bensin yang lebih daripada satu saluran pengisian.

Single Channel, Multiphase System (SC-MP) adalah sistem pelayanan yang hanya memiliki satu saluran pelayanan, tetapi jasa yang diberikan akan selesai dalam beberapa tahapan. Misalnya, pada usaha salon yang menyediakan beberapa jenis layanan jasa, seperti cuci muka, keramas, memasang sanggul, namun petugas hanya satu barisan atau satu lini saja.

Multi Channel, Multiphase System (MC-MP) adalah sistem yang memberikan jasa pelayanan yang akan selesai dalam beberapa tahapan, dan petugas pelayanan lebih dari satu barisan atau lebih dari satu orang pelayanan.

Mixed, Alternative Phase, struktur campuran dengan tahapan yang bersifat pilihan, dengan sebuah sistem pelayanan yang menyediakan jasa *single-phase* dan *multiphase*. Pada struktur ini, terdapat pilihan: (1) kita menemukan, baik berupa baris atau lini layanan yang menyatu menjadi satu untuk layanan tahapan tunggal. Misalnya, seperti di sebuah jalan *fly-over*, dua jalur jalan bergabung menjadi satu, atau beberapa lini bergabung menjadi satu untuk layanan *multiphase*, seperti lini *subassembly* menjadi satu jalur perakitan utama yang terdiri atas beberapa tahap pengerjaan sampai menjadi produk selesai. (2) Kita jumpai dua struktur yang berbeda dalam persyaratan aliran yang arahnya dapat menyatu dan akhirnya berpisah kembali pada tahanan tertentu.

Tipe struktur yang disajikan di atas, secara visual dapat dilihat dalam Gambar 10.3.



Gambar 10.3 Model Struktur Antrian

Variasi tipe menjadi tipe campuran dewasa ini lazim dijumpai pada SPBU. Di samping menyediakan layanan pengisian BBM, juga menyediakan jasa cuci kendaraan dan layanan *cafe*. Kendaraan memiliki pilihan, apakah hanya akan mengisi BBM atau mengisi BBM dan mencuci kendaraan. Setelah itu, masuk ke kedai untuk minum kopi atau makanan siap saji lainnya. Pada usaha gunting rambut lazim juga dijumpai tipe yang sama, yaitu tidak hanya menyediakan jasa gunting rambut, tetapi juga jasa pijat refleksi. Selanjutnya, ada yang dikombinasikan dengan jasa keramas atau jasa pijit.

D. ANALISIS PEMECAHAN KASUS ANTREAN

Kasus antrean yang akan dipecahkan dengan metode *waiting-line* (metode antrean) akan diarahkan kepada berbagai struktur antrean yang terjadi di dunia nyata. Kajian akan melakukan pemecahan atas kasus berikut.

1. Kasus pada SC-SP.
2. Kasus pada MC-SP.
3. Kasus sistem dengan sumber populasi yang terbatas.
4. Kasus dengan kedatangan pelanggan terjadwal yang tertentu intervalnya.

1. Model SC-SP

Model pertama ini adalah model antrean yang sederhana. Dijumpai pada usaha jasa pelayanan yang tergolong *Single Channel, Single Phase, SC-SP* (Bersaluran Tunggal dan Bertahap Tunggal). SC-SP merupakan model layanan jasa yang paling sederhana. Sistem hanya memiliki satu saluran atau tenaga pelayanan, dan layanan jasa yang diminta oleh pelanggan akan selesai pada satu tahapan saja. Model ini dapat dilihat pada usaha gunting rambut (*barber shop*) yang hanya memiliki satu tukang gunting rambut atau tukang cukur. Layanan jasa gunting rambut merupakan jasa tunggal yang diberikan oleh tukang gunting rambut yang bersangkutan. Layanan selesai pada satu tahap layanan. Lain halnya jika usaha gunting rambut yang bersangkutan menyediakan jasa lain, seperti jasa keramas dan pijit.

Disiplin antrean memiliki teladan berikut.

- a. Pertama datang atau tiba, pertama dilayani.
- b. Pelanggan sabar menunggu giliran dilayani dan tidak meninggalkan baris antrean sampai layanan jasa selesai diberikan.

- c. Kemampuan sistem melayani pelanggan adalah lebih besar dari pada jumlah pelanggan yang tiba ($\mu > \lambda$).
- d. Distribusi kedatangan pelanggan mengikuti pola Distribusi Poisson, sedangkan distribusi pelayanan mengikuti distribusi eksponensial negatif.
- e. Pelanggan yang tiba meminta pelayanan memiliki interval waktu yang tidak tentu.
- f. Tahap pelayanan hanya satu tahapan saja dan saluran pelayanan juga hanya satu buah.

Distribusi Poisson

$$P_i(n) = \frac{(\lambda T)^n e^{-\lambda T}}{n!}$$

dengan,

$n = 0, 1, 2, 3, \dots$ (jumlah pelanggan yang tiba dalam waktu T)

$e = 2.71828$

λ = rata-rata kedatangan per satuan waktu

T = satuan waktu kedatangan

Misalnya: Rata-rata pelanggan yang tiba untuk gunting rambut di *barber shop* 3 orang per jam ($T = 1$). Hitung peluang pelanggan yang tiba per jam masing-masing sama dengan 0, 1, 2, 3, 4, 5 orang.

$$P_i(0) = = [1(2.71828)]^{-1}/1 = 0.04979$$

$$P_i(1) = = [3(2.71828)]^{-1}/1 = 0.14936$$

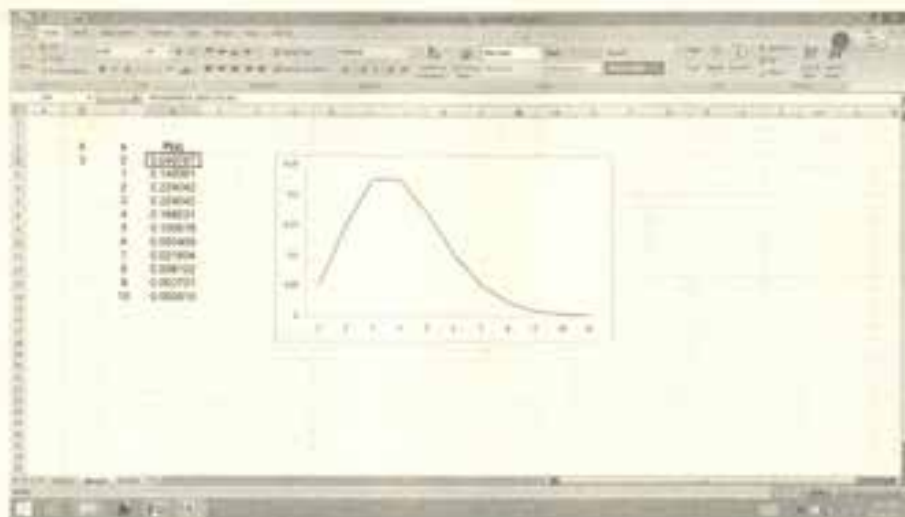
$$P_i(2) = = [9(2.71828)]^{-1}/2 = 0.22404$$

$$P_i(3) = = [27(2.71828)]^{-1}/6 = 0.22404$$

$$P_i(4) = = [81(2.71828)]^{-1}/24 = 0.16803$$

$$P_i(5) = = [243(2.71828)]^{-1}/120 = 0.04979$$

Distribusi Poisson yang kelihatan rumit dapat diselesaikan dengan mempergunakan lembar kerja Excel. Metodenya disajikan dalam Gambar 10.4.

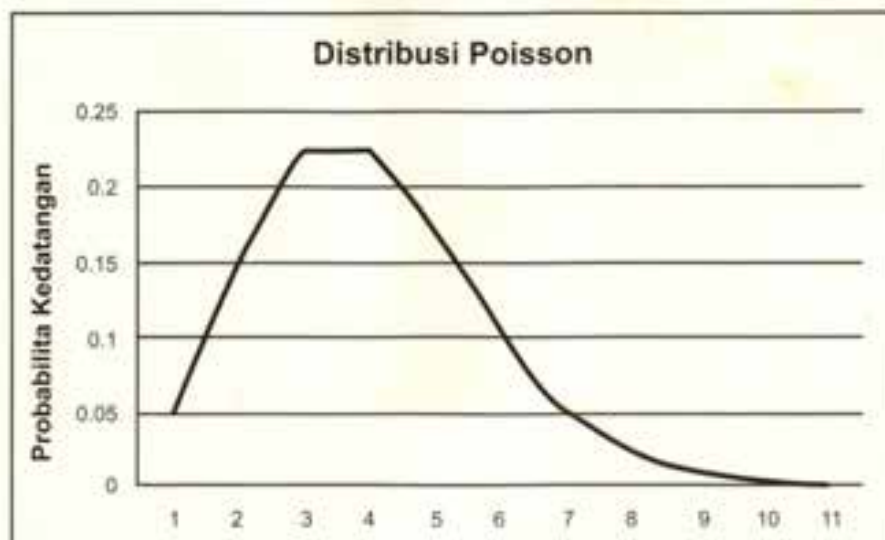


Gambar 10.4 Cara Menyelesaikan Distribusi Poisson dengan Excel

Lebih dahulu tuliskan simbol terkait dengan Distribusi Poisson ini, yaitu: λ di cell B3, X di cell C3, dan P(x) di cell D4. Masukkan nilai kedatangan (λ) di cell B4, dalam contoh ialah 3. Pelanggan yang akan tiba di cell C4 mulai 0 sampai 10. Tempatkan kursor pada cell D4, ketik rumus `"=POISSON(C4,B4,FALSE)"`. Tekan kunci Enter. Hasil pada D4 salin ke D5:D14. Bila diperhatikan dengan teliti maka hasil tersebut sama dengan yang diperoleh melalui penurunan rumus secara manual sebelumnya.

Grafik distribusi yang dihasilkan dapat pula dicari pada lembar kerja Excel yang digunakan menghitung nilai distribusi. Hasil pada D4:D14 diblok, kemudian klik Insert pada menu lembar kerja, pilih Line, dan dari Line yang aktif, pilih salah satu dan klik. Secara otomatis akan dihasilkan grafik Distribusi Poisson.

Sekalipun dalam lembar kerja Excel sudah ada grafik distribusi dimaksud, namun untuk kepentingan pembelajaran, grafik tersebut disalin dan dipindahkan ke lembar kerja word untuk diedit. Bentuk distribusinya disajikan dalam Gambar 10.5.



Gambar 10.5 Grafik Distribusi Poisson dengan $\lambda = 3$

Grafik yang disajikan menunjukkan bahwa probabilitas tibanya pelanggan yang lebih besar dari 3 orang per jam ($x > \lambda$) adalah kecil. Jelas terlihat bahwa kemungkinan 4 atau 5 orang pelanggan tiba meminta layanan per jam peluangnya lebih kecil untuk terjadi. Oleh karena itu, berdasarkan sifat dari Distribusi Poisson disimpulkan bahwa kecenderungan tibanya pelanggan lebih besar dari tingkat kedatangan rata-rata (λ) memiliki probabilitas yang lebih kecil.

Berdasarkan contoh di atas maka perlu diperjelas, berapa pelanggan yang dapat dilayani per jam oleh tukang gunting rambut di *barber shop* tersebut. Misalnya, tukang gunting rambut tersebut mampu melayani rata-rata 4 pelanggan per jam atau seorang pelanggan dilayani dalam waktu 15 menit (= 60 menit/15 menit = 4 orang).

Distribusi kemampuan melayani menurut distribusi eksponensial dapat dihitung sebagai berikut.

$$P(T) = \mu e^{-\mu t}$$

t = waktu yang dibutuhkan untuk melayani seorang pelanggan

T = jangka waktu tertentu penyelesaian layanan

μ = rata-rata pelanggan yang dapat dilayani per unit waktu

$e = 2.71828$

Untuk contoh di atas, $\mu = 4$, $t = 1/4$ jam atau 15 menit per unit.

Berbagai nilai T misalnya, 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7 jam dan seterusnya maka:

$$P(1) = (4)2.71828^{-4(1)} = 0.07326$$

$$P(1/2) = (4)2.71828^{-4(1/2)} = 0.03663$$

$$P(1/3) = (4)2.71828^{-4(1/3)} = 0.02442$$

$$P(1/4) = (4)2.71828^{-4(1/4)} = 0.01832$$

$$P(1/5) = (4)2.71828^{-4(1/5)} = 0.01465$$

$$P(1/6) = (4)2.71828^{-4(1/6)} = 0.01221$$

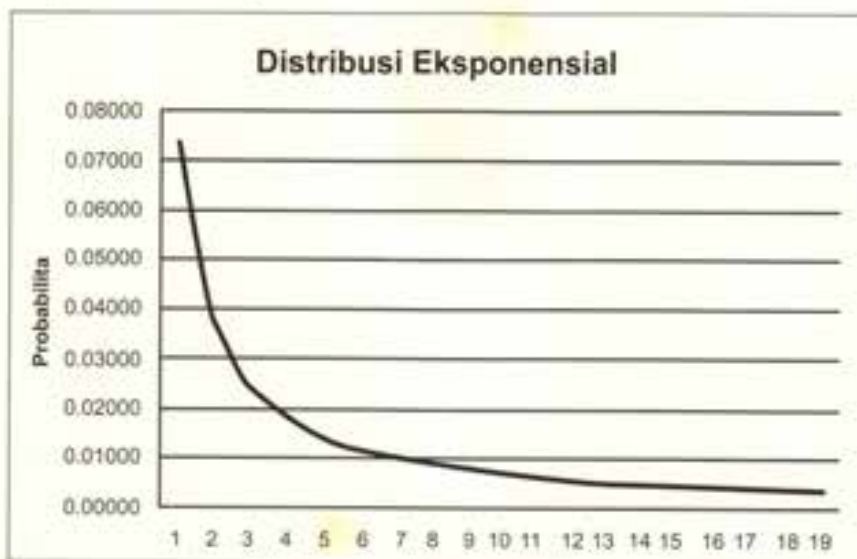
$$P(1/7) = (4)2.71828^{-4(1/7)} = 0.01047$$

Seperti pada metode mencari nilai Distribusi Poisson maka nilai distribusi eksponensial dapat pula dicari melalui lembar kerja Excel. Untuk keperluan itu, pada lembar kerja yang sudah diaktifkan dibuat kolom analisis, yaitu: di cell A3, ketik e, cell B3 ketik μ , di cell C3 ketik T, dan cell D3 ketik P(T). Kemudian cell A4 diisi nilai $e = 2.7183$; di cell B4 diisi nilai 4, di cell C4 diisi distribusi waktu: 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/9, 1/10, 1/11, 1/12, dan seterusnya sampai C22. Di cell D4 diketik rumus " $=\$B\$4*\$A\$4^{(-\$B\$4)*C4}$ ". Nilai D4 disalin ke D5:D22. Nilai yang diperoleh sama dengan yang dihitung secara manual.



Gambar 10.6 Cara Menyelesaikan Distribusi Eksponensial dengan Excel

Grafik distribusi eksponensial diperoleh dengan cara memblok hasil perhitungan $P(T)$, dari cell D4:D22, kemudian klik menu Insert, pada *utility Chart* pilih Line, klik salah satu yang tersedia dan akan dihasilkan seperti yang ada pada lembar kerja.



Gambar 10.7 Grafik Distribusi Eksponensial dengan $\mu = 4$

Grafik waktu penyelesaian aktivitas seperti yang disajikan dalam Gambar 10.7 menunjukkan bahwa peluang untuk menyelesaikan dalam waktu lebih singkat dari waktu rata-rata ($t < 1/4$ jam) adalah lebih besar. Pada sumbu horizontal terlihat bahwa semakin besar nilai T , akan semakin kecil probabilitanya. Ini berarti untuk menyelesaikan pekerjaan lebih lama dari waktu rata-rata (15 menit, atau $\mu = 4$), kecil kemungkinannya untuk terjadi. Sebaliknya, untuk lebih singkat, probabilitanya lebih besar.

Misalnya, rata-rata pelanggan yang tiba untuk gunting rambut adalah 3 orang per jam ($\lambda = 3$) dan tukang gunting rambut yang dipekerjakan sekarang hanya satu orang dengan kapasitas pelayanan 4 orang per jam ($\mu = 4$).

Hitunglah: pelanggan yang antre (L_q), lamanya dalam antrean (W_q), yang ada dalam sistem (L_s), lama pelanggan berada di dalam sistem (W_s), dan faktor penggunaan fasilitas (r), serta peluang pelanggan tidak ada yang datang untuk meminta layanan ($P_0 = 1 - r$).

Pemecahan:

Jumlah pelanggan dalam antrian (Lq) = $\frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{3^2}{4(4 - 3)} = 2.25$ orang

per jam atau 9 orang dalam empat jam. Jumlah pelanggan dalam sistem

(Ls) = $Lq + \frac{\lambda}{\mu} = 2.25 \text{ orang} + 3/4 \text{ orang} = 3 \text{ orang per jam}$. Logikanya, satu

orang sedang dilayani dan dua orang sedang menunggu. Waktu menunggu

pelanggan dalam antrian (Wq) = $\frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = 3/4 \text{ jam} = 45 \text{ menit}$. Waktu berada

dalam sistem (Ws) = $\frac{1}{(\mu - \lambda)} = 1/(4-3) = 1 \text{ jam atau } 60 \text{ menit}$. *Utilization*

factor (r) = $\lambda/\mu = 3/4 = 0.75$ atau 75 persen. Peluang tidak ada pelanggan yang datang atau sistem kosong (menganggur) = $1 - 0.75 = 0.25$ atau 25 persen dari satuan waktu. Peluang ada n -pelanggan dalam system (Pn) = $(1 - r)^n$. Untuk $P2 = (1 - 0.75) \times 0.75^2 = 0.25 \times 0.5625 = 0.140625$.

Pemecahan dapat pula dilakukan dengan mempergunakan lembar kerja Excel. Metode pemecahan ini disajikan dalam Gambar 10.8.



Gambar 10.8 Pemecahan Kasus SC-SP dengan Excel

Buatlah ruang untuk memasukkan nilai *input* proses pemecahan. Untuk tipe SC-SP, meliputi: satuan waktu pengukuran, dalam contoh ini ialah satuan "JAM". Tingkat kedatangan rata-rata (λ), tingkat mampu-layan (μ), jumlah saluran, karena SC-SP, nilainya ialah 1, dan tarif, untuk contoh ini Rp10.000 per orang. Dalam contoh ruang *input* disediakan pada cell D5:D9. Di cell D5 diketik "JAM", D6 diketik nilai λ , ketik 3, D7 diketik nilai μ , ketik 4, D8, diketik jumlah saluran, yaitu 1 dan di D9 tarif potong rambut per orang, dalam contoh Rp10.000.

Kemudian, buat pula ruang untuk *output* pemecahan dan ketik sebagai berikut.

- 1) *Utilization factor*, ρ di C11 dan di D11 diketik rumus " $=D6/D7$ ".
- 2) Peluang sistem kosong, P_0 , di C12 dan di D12 ketik rumus " $1-D11$ ".
- 3) Peluang n -pelanggan dalam sistem, P_n , misalnya P_2 , di C13 dan di D13 ketik rumus " $=(1-D11)*D11^2$ ".
- 4) Jumlah pelanggan yang antre, L_q di cell C14 dan di cell D14 ketik rumus " $=D6^2/(D7*(D7-D6))$ ".
- 5) Jumlah pelanggan dalam sistem, L_s di cell C15 dan di cell D15 ketik rumus " $=D14+D11$ ".
- 6) Waktu pelanggan dalam antrean, W_q di cell C15 dan cell D16 ketik rumus " $=D6/(D7*(D7-D6))$ ".
- 7) Waktu pelanggan dalam sistem, W_s di cell D17 dan di D17 ketik rumus " $=1/(D7-D6)$ ".
- 8) Potensi kerugian, di cell C18 dan di cell D18 ketik rumus " $=D14*D9$ ".

Setelah lembar kerja disiapkan sesuai yang dikemukakan dan mengisi ruang *input* di D5:D9 maka secara otomatis hasil pemecahan dapat dibaca pada D11:D18. Perlu diingat bahwa satuan waktu adalah "JAM" maka $W_q = 0.75$ jam atau 45 menit dan $W_s = 1$ jam atau 60 menit. Sedangkan L_q dan L_s adalah unit, dalam hal ini pelanggan.

Jika kasus diselesaikan dengan perangkat lunak Excel-OM for Windows, hasilnya sama saja dengan hitungan manual atau pun menggunakan lembar kerja Excel. Hasil dimaksud disajikan pada Gambar 10.8. Anda cukup memasukkan nilai λ di B5 = 3 dan nilai μ di B6 = 4. Sesudah itu, perangkat lunak secara otomatis akan menyajikan hasil seperti pada E5:E10. Hasil yang diperoleh sama dengan pemecahan sebelumnya. Hasil hitungan yang tidak muncul pada Gambar 10.9 ialah potensi kerugian, yaitu hasil kali dari L_q dengan

tarif ialah $2.25 \times \text{Rp}10.000 = \text{Rp}22.500$. Artinya, jika seandainya yang antri sebanyak 2.25 orang tidak sabar menunggu dan pergi meninggalkan sistem maka *barber shop* yang bersangkutan akan kehilangan potensi penerimaan Rp22.500.

Results	
Average server utilization	0.75
Average number of customers in the queue	0.25
Average number of customers in the system	0
Average waiting time in the queue	0.15
Average time in the system	1
Probability that the system is empty	0.25

Gambar 10.9 Penyelesaian Antrean SC-SP dengan Excel OM

Model seperti kasus ini dapat dijumpai pada sistem yang lain, seperti tukang jahit yang hanya memiliki seorang tukang jahit atau hanya sebuah mesin jahit, bengkel dengan seorang montir, layanan pembelian tiket dengan melalui satu loket, dan sebagainya.

2. Model MC-SP

Model *Multi Channel, Single Phase* adalah model antrean yang memiliki lebih dari satu saluran pelayanan, tetapi layanan yang diberikan akan selesai dalam satu tahapan proses. Tipe ini dijumpai pada usaha bengkel kendaraan bermotor yang mempekerjakan lebih dari satu montir, *front liner* di sebuah bank yang memiliki lebih dari satu loket, swalayan yang memiliki lebih dari satu *point of sale* (mesin kasir), SPBU yang memiliki lebih dari satu stasiun pengisian BBM, dan sebagainya.

Model berguna untuk melakukan evaluasi keefektifan dari sebuah sistem yang memiliki beberapa saluran pelayanan (*multichannel*) namun tahapan penyelesaiannya tetap satu tahap. Model dapat juga dipakai untuk melakukan

pengujian kelayakan dari penambahan saluran pelayanan. Evaluasi dilakukan dengan membandingkan kerugian yang terjadi atas adanya antrean objek, yang kemungkinan akan meninggalkan sistem dengan biaya yang timbul atas penambahan saluran.

Misalnya:

Rata-rata mobil yang tiba untuk diservis di sebuah bengkel adalah 3 buah per jam dan montir yang dipekerjakan sekarang hanya satu orang. Montir tersebut dapat melayani 4 unit mobil per jam. Tetapi apabila montir ditambah menjadi 2 orang maka kapasitas pelayanan akan meningkat menjadi 12 unit per jam. Upah mekanik per jam Rp7.500 dan jam kerja adalah 8 jam per hari. Kerugian karena pelanggan tidak dapat dilayani diperkirakan Rp10.000 per unit (keuntungan yang hilang jika yang antre meninggalkan sistem).

Diminta:

Hitunglah mobil yang antre, lamanya dalam antrean, mobil yang ada dalam sistem, lama mobil berada di dalam sistem, dan faktor penggunaan fasilitas. Apakah penambahan tenaga mekanik menguntungkan perusahaan?

Pemecahan:

Untuk 1 mekanik:

$$\lambda = 3 \text{ dan } \mu = 4$$

$$Lq = \frac{3^2}{4(4-3)} = 9/4 = 2.25 \text{ unit}$$

$$Ls = Lq + r = 2.25 \text{ unit} + 3/4 \text{ unit} = 3 \text{ unit}$$

$$Wq = Lq/\lambda = 2.25/3 = 0.75 \text{ jam atau 45 menit}$$

$$Ws = L/\lambda = 3/3 = 1 \text{ jam.}$$

Utilisasi (r) = $3/4$ atau 0.75 atau 75 persen.

Kapasitas yang tidak terpakai atau menganggur (P_0) rata-rata 25 persen.

Upah yang dibayarkan = 8 jam x Rp7.500 = Rp60.000 per hari

Kerugian potensial atas kehilangan pelanggan = $Lq \times \text{jam kerja} \times \text{Rp10.000} = 2.25 \text{ unit} \times 8 \text{ jam} \times \text{Rp10.000} = \text{Rp180.000.}$

Beban total pengusaha bengkel = Rp60.000 + Rp180.000 = Rp240.000

Untuk 2 Mekanik:

$$P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{M-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right] + \frac{1}{M!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^M \frac{M\mu}{M\mu - \lambda}}$$

$$Lq = \frac{\lambda\mu \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^M}{(M-1)!(M\mu - \lambda)^2} P_0$$

Pemecahan:

$$P_0 = \frac{1}{\frac{1}{0!} \left(\frac{3}{12} \right)^0 + \frac{1}{1!} \left(\frac{3}{12} \right)^1 + \frac{1}{2!} \left(\frac{3}{12} \right)^2 \left(\frac{2(12)}{2(12)-3} \right)} = \frac{1}{1 + 0.25 + 0.5(0.25)^2 \left(\frac{24}{21} \right)}$$
$$= \frac{1}{1.2857} = 0.7778$$

$$Lq = \frac{3(12)(0.25)^2}{(2-1)!(2(12)-3)^2} \times 0.7778 = \frac{2.25}{441} \times 0.7778 = 0.003968 \text{ unit}$$

Beban upah = 2 x 8 jam x Rp7.500 = Rp120.000

Kehilangan pendapatan = 0.003968 unit x 8 jam x Rp10.000 = Rp317.44

Beban total = Rp120.317.44

Evaluasi kelayakan:

Bila perusahaan mempekerjakan 1 montir, maka:

Upah yang dibayarkan = 8 jam x Rp7.500 = **Rp60.000** per hari

Kerugian potensial atas kehilangan pelanggan = Lq x jam kerja x Rp10.000 =
2.25 unit x 8 jam x Rp10.000 = **Rp180.000**.

Beban total pengusaha bengkel = Rp60.000 + Rp180.000 = **Rp240.000**

Bila perusahaan mempekerjakan 2 montir, maka:

Beban upah = 2 x 8 jam x Rp7.500 = **Rp120.000**

Kehilangan pendapatan = 0.003968 unit x 8 jam x Rp10.000 = **Rp317.44**

Beban total = **Rp120.317.44**

Simpulan: Sebaiknya perusahaan mempekerjakan 2 montir.

Evaluasi ini dapat dilakukan dengan membuat pemecahan pada lembar kerja Excel. Mula-mula dibuat untuk 1 montir (SC-SP), kemudian untuk 2 montir (MC-SP). Pemecahan disajikan dalam Gambar 10.10.

Case study SC-SP			Case study MC-SP		
INPUT	Satuan waktu pengukuran	Jam			
	Rata-rata pelanggan tiba, λ	3			3
	Rata-rata mampu layan, μ	4			12
	Jumlah saluran layan, M	1			2
	Tarif upah per jam, Rp	7.500			1.500
	Persediaan yang hilang per unit (jam kerja per hari)	10.000			10.000
	Jam kerja per hari	8			8
OUTPUT	Utilization factor, p	0.75	Peluang sistem kosong, P_0	0.777777778	1.111111111
	Peluang sistem kosong, P_0	0.33	Jumlah pelanggan yang antri, L_q	0.00960254	
	Peluang n-pelanggan dalam sistem, P_n , P2	0.240625	Jumlah pelanggan dalam sistem, L_s	0.25960254	
	Jumlah pelanggan yang antri, L_q	2.25	Waktu pelanggan antri, W_q	0.27960254 menit	
	Jumlah pelanggan dalam sistem, L_s	3	Waktu pelanggan dalam sistem, W_s	3.27960254 menit	
	Waktu pelanggan antri, W_q	0.75	Upah	120.000	
	Waktu pelanggan dalam sistem, W_s	1	Potensi kerugian	917.44	
	Upah	60.000	Total kerugian	120.817.44	
	Potensi kerugian	140.000			
	Total kerugian	240.000			

Gambar 10.10 Perbandingan untuk 1 dan 2 Orang Mekanik

Buatlah ruang untuk memasukkan nilai *input* proses pemecahan. Untuk tipe SC-SP, minimal seperti yang diperagakan dalam Gambar 10.10 meliputi: satuan waktu pengukuran, dalam contoh ini ialah satuan "JAM". tingkat kedatangan rata-rata (λ), tingkat mampu-layan (μ), jumlah saluran, karena SC-SP, nilainya ialah 1, dan tarif upah per jam, untuk contoh ini Rp7.500 per orang/jam, jam kerja per hari, dalam hal ini 8 jam. Kerugian jika pelanggan yang antri meninggalkan sistem, dalam hal ini Rp10.000. Dalam contoh ruang *input* disediakan pada cell D5:D11. Di cell D5 diketik "JAM", D6 diketik nilai λ , ketik 3, D7 diketik nilai μ , ketik 4, D8, diketik jumlah saluran, yaitu 1, di D9 tarif upah per orang/jam, yaitu Rp7.500, di D10 kerugian per pelanggan yang pergi dari sistem, dalam contoh Rp10.000 dan di D11 jam kerja per hari, yaitu 8.

Kemudian, buat pula ruang untuk *output* pemecahan dan ketik sebagai berikut.

- Utilization factor, p di C13 dan di D13 diketik rumus " $=D6/D7$ ".
- Peluang sistem kosong, P_0 , di C14 dan di D14 ketik rumus " $1-D13$ ".
- Peluang n-pelanggan dalam sistem, P_n , misalnya P2, di C15 dan di D15 ketik rumus " $=(1-D13)*D13^2$ ".

- d. Jumlah pelanggan yang antre, L_q di cell C16 dan di cell D16 ketik rumus $=D6^2/(D7*(D7-D6))$.
- e. Jumlah pelanggan dalam sistem, L_s di cell C17 dan di cell D17 ketik rumus $=D16+D13$.
- f. Waktu pelanggan dalam antrean, W_q di cell C18 dan cell D18 ketik rumus $=D6/(D7*(D7-D6))$.
- g. Waktu pelanggan dalam sistem, W_s di cell D19 dan di D19 ketik rumus $=1/(D7-D6)$.
- h. Upah, di cell C20 dan di cell D20 ketik rumus $=D8*D9*D11$.
- i. Potensi kerugian di C21 dan di cell D21 ketik rumus $=D16*D10*D11$.
- j. Total kerugian di C22 dan di cell D22 ketik rumus $=D20+D21$.

Setelah lembar kerja disiapkan sesuai yang dikemukakan dan mengisi ruang *input* di D5:D11 maka secara otomatis hasil pemecahan dapat dibaca pada D13:D22. Perlu diingat bahwa satuan waktu adalah "JAM" maka $W_q = 0.75$ jam atau 45 menit dan $W_s = 1$ jam atau 60 menit. Sedangkan L_q dan L_s adalah unit, dalam hal ini pelanggan.

Hasil yang diperoleh sama dengan yang dihitung secara manual di uraian terdahulu. Untuk membandingkan hasilnya jika $M = 2$ maka disusun *input* dan *output* seperti pada $M = 1$. Hanya saja untuk $M = 2$, ada beberapa rumus yang spesifik. Proses pembuatan *input-output* pemecahan adalah sebagai berikut.

Isian *input*: tetap dipakai untuk $M = 1$, dan nilai-nilai untuk $M = 2$ dimasukkan ke cell G5:G11 secara bersesuaian.

Isian *output*:

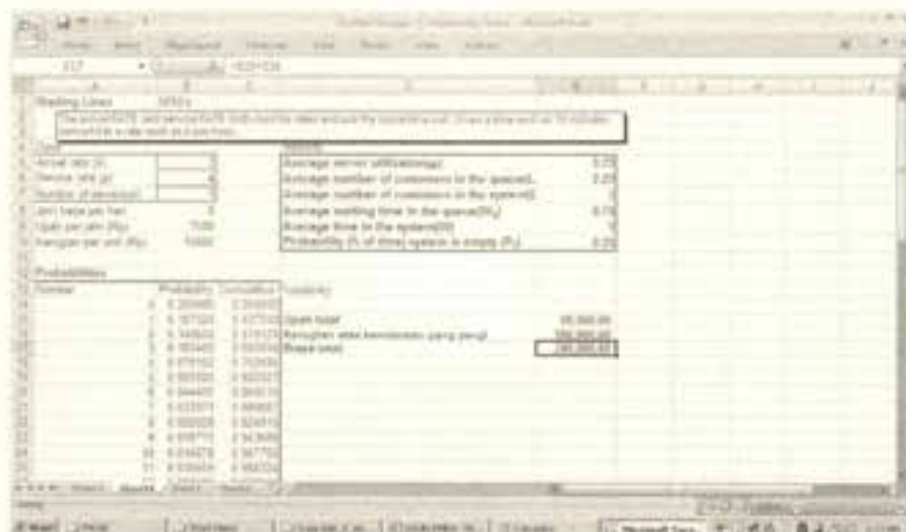
- a. Peluang sistem kosong (P_0), di F13 dan di G13 diketik rumus $=((1/H13)*K13^0+(1/I13)*K13^1+1/J13*K13^G8*(G8*G7)/(G8*G7-G6))^-1$. Untuk keperluan rumus dimaksud, ketik di cell H13 rumus $=FACT(0)$, di I13 rumus $=FACT(1)$, di cell J13 rumus $=FACT(2)$ dan di K13 rumus $=G6/G7$.
- b. Jumlah pelanggan yang antre, L_q , di F14 dan di G14 ketik rumus $=G6*G7*(G6/G7)^G8/(I13*(G8*G7-G6)^2)*G13$.
- c. Jumlah pelanggan dalam sistem, L_s , di F15 dan di G15 ketik rumus $=(1-D13)*D13^2$.
- d. Waktu pelanggan antre, W_q di cell F16 dan di cell G16 ketik rumus $=(G14/G6)*60$.

- Waktu pelanggan berada dalam sistem, W_s di cell F17 dan di cell G17 ketik rumus " $=G15/G6$ "*60".
- Upah, di cell F18 dan cell G18 ketik rumus " $=G8$ "* $G9$ "* $G11$ ".
- Potensi kerugian di F19 dan di cell G19 ketik rumus " $=G14$ "* $G10$ "* $G11$ ".
- Total kerugian di F20 dan di cell G20 ketik rumus " $=G18$ "* $G19$ ".

Pemecahan memberikan hasil yang sama dengan pemecahan manual pada uraian di muka. Dengan demikian, untuk menetapkan keputusan yang optimal bisa membandingkan hasil akhir untuk $M = 1$ dan $M = 2$. Ternyata, hasil optimal adalah pada $M = 2$.

Pemecahan dengan perangkat lunak Excel OM for Windows harus dilakukan secara bergantian, untuk $M = 1$ dan $M = 2$. Hal baru yang harus dimasukkan/ditambahkan pada perangkat lunak yang bersangkutan untuk $M = 1$ adalah informasi tentang: (a) jam kerja per hari, (b) upah, dan (c) potensi kerugian.

Nilai *input*-nya pada B8:B10. Untuk *output* maka pada cell E15 harus diketik rumus " $=B7$ "* $B8$ "* $B9$ ". Di cell E16 ketik rumus " $=E6$ "* $B8$ "* $B10$ ". Dan di E17 ketik rumus " $=E15$ "* $E16$ ". Hasil yang berkaitan dengan upah dan kerugian ditampilkan pada lembar kerja yang bersangkutan (Lihat Gambar 10.11). Untuk $M = 2$, modifikasi yang dilakukan adalah sama. Rumus-rumus yang harus dimasukkan adalah sama dengan untuk $M = 1$ (Lihat Gambar 10.12).



Gambar 10.11 Pemecahan $M = 1$ dengan Excel OM for Windows



Gambar 10.12 Pemecahan $M = 2$ dengan Excel OM for Windows

Evaluasi:

Sebaiknya mempekerjakan 2 mekanik, beban biaya lebih murah.

Jika memberdayakan 1 orang mekanik, biaya total sebesar Rp240.000. Jika memberdayakan 2 orang mekanik, biaya total hanya sebesar Rp120.317,44. Oleh karena itu, potensial diperoleh penghematan sebesar = $Rp240.000 - Rp120.317,44 = Rp119.682,56$

a. Model Antrean dengan Limited Waiting Capacity

Model *limited waiting capacity*, sebuah sistem atau unit layanan yang memiliki kapasitas ruang tunggu atau kapasitas produksi yang terbatas sehingga pelanggan yang tiba atau membuat pesanan setelah kapasitas penuh, tidak dapat dipenuhi permintaannya. Akibatnya, pelanggan akan meninggalkan sistem dan beralih ke perusahaan lain. Sehubungan dengan itu, manajer perlu mengetahui dampak dari keterbatasan kapasitas tersebut. Berapa keuntungan yang berpotensi hilang atau tidak jadi direalisasikan sebagai akibat dari kapasitas yang terbatas. Hal ini akan menjadi masukan dalam melakukan evaluasi peningkatan kapasitas atau kinerja operasi perusahaan.

Disiplin layanan secara umum sama saja dengan model sebelumnya, yaitu sebagai berikut.

- 1) Pertama datang, pertama layani.

- 2) Distribusi kedatangan pelanggan mengikuti Distribusi Poisson dan distribusi pelayanan mengikuti distribusi eksponensial yang negatif.
- 3) Antrean dibatasi oleh kapasitas. Jika kapasitas sudah penuh maka pelanggan yang tiba kemudian tidak akan dilayani lagi sehingga keluar dari antrean.

Misalnya, sebuah perusahaan mebel membeli mebel putih (mebel setengah jadi) dari mitranya. Mebel putih tersebut akan diproses hingga menjadi mebel jadi. Perusahaan menerima pesanan pelanggan sebanyak 30 per minggu ($\lambda = 30$). Perusahaan memiliki pekerja yang mampu melayani 35 permintaan per minggu ($\mu = 35$). Pekerjaan yang dapat ditangani sebanyak 7 buah ($K = 7$) per kesatuan waktu, dan pekerjaan tersebut dianggap 1 sedang dalam proses pengerjaan dan 6 lainnya menunggu giliran untuk dikerjakan.

Rumus yang terkait dengan pemecahan kasus adalah sebagai berikut.

- 1) Probabilitas sistem menganggur, $P_0 = \frac{1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)}{1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{K+1}}$
- 2) Probabilitas n pelanggan dalam sistem, $P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n (P_0)$
- 3) Proporsi pelanggan yang tiba akan pergi dari sistem, $P_k = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k P_0$
- 4) Jumlah pelanggan yang antre, $L_q = L_s - \left(\frac{\lambda(1 - P_k)}{\mu}\right)$
- 5) Jumlah pelanggan dalam sistem, $L_s = \frac{\lambda/\mu}{1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)} \frac{(K+1)\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{K-1}}{1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{K-1}}$
- 6) Lama pelanggan antre, $W_q = \frac{L_q}{\lambda(1 - P_k)}$
- 7) Lama pelanggan dalam sistem, $W_s = W_q + 1/\mu$

Pemecahan kasus dengan mempergunakan formula di atas menghasilkan nilai berikut.

$$P_0 = \frac{1 - 30/35}{1 - 30/35^{7+1}} = \frac{0.14286}{1 - \left(\frac{30}{35}\right)^8} = \frac{0.14286}{1 - 0.29136} = 0.20159$$

$$L_s = \frac{30/35}{1 - \left(\frac{30}{35}\right)} = -\frac{8\left(\frac{30}{35}\right)^8}{1\left(\frac{30}{35}\right)^8} = 6 - 3.0215 = 2.71082$$

$$P_7 = \left(\frac{30}{35}\right)^7 (0.20159) = 0.06852$$

$$L_q = 2.71082 - \left(\frac{30(0.06852)}{35}\right) = 1.91241$$

$$W_q = \frac{1.91241}{30(1 - 0.06852)} = \frac{1.91241}{27.9444} = 0.06844 \text{ atau } 0.48 \text{ hari}$$

$$W_s = 0.06844 + 0.02857 = 0.09701 \text{ minggu atau } 0.68 \text{ hari}$$

Hasil perhitungan menunjukkan bahwa ada pesanan 1.912 unit atau pelanggan yang antre menunggu pelayanan, serta dalam sistem ada 2.71082 unit atau dibulatkan menjadi 3 pesanan, 1 sedang dilayani, dan 2 antre menunggu giliran. Oleh karena kapasitas perusahaan terbatas maka pelanggan yang antre ini dikhawatirkan mengalihkan permintaannya ke perusahaan lain. Untuk itu, perlu diestimasi berapa kerugian akibat keterbatasan kapasitas sehingga sebagian pelanggan yang tidak sabar beralih ke perusahaan lain. Lama antrean (untuk kasus ini) cukup singkat, hanya setengah hari. Tetapi untuk kasus yang lain, mungkin harus berhari-hari atau berbulan-bulan. Kerugian yang bakal terjadi dibandingkan dengan biaya peningkatan kapasitas. Analisis kelayakan pengembangan kapasitas dilakukan dengan mengimplementasikan metode evaluasi proyek, seperti *payback method*, *benefit and cost ratio*, *net present value*, dan sebagainya.

Perhitungan dengan mempergunakan lembar kerja Excel disajikan pada Gambar 10.13. Lembar kerja Excel akan mempermudah upaya penyelesaian serta cepat dan akurat.

ANTRIAN DENGAN KAPASITAS SISTEM YANG TERBATAS				
INPUT	Satuan waktu	Hari		
	Pelanggan yang tiba, λ	35		
	Pelanggan yang dapat dilayani, μ	35		
	Pekerjaan yang dilayani, K	1		
	Pesanan yang ada dalam sistem, n	2		
OUTPUT	Peluang fasilitas kosong, P_0	0.2071802584		
	Peluang n-pelanggan dalam sistem, P_n	0.148708817		
	Pelayanan yang dapat dilayani per hari, μ_k	0.048724489		
	Pelanggan yang ada dalam sistem, L_s	2.7702155		
	Pelanggan yang antre menunggu layanan, L_q	1.97247584		
	Waktu yang dipakai pelanggan dalam antrian, W_q	0.02647812	atau	0.675 hari
	Waktu yang dipakai pelanggan dalam sistem, W_s	0.087007948	atau	0.675 hari

Gambar 10.13 Penyelesaian Antrian pada Sistem dengan Kapasitas Terbatas

Buat ruang untuk menuliskan *input* permasalahan, dalam contoh disediakan pada C4:C8 untuk menuliskan deskripsi dan D4:D8 untuk menuliskan nilai *input*. Berikut disiapkan ruang untuk menuliskan *output* program penyelesaian, yaitu C10:C16 untuk menuliskan deskripsi *output* dan D10:D16 untuk menuliskan nilai *output* yang bersangkutan.

Peluang kosong, P_0 , tuliskan di D10 rumus " $= (1 - D5/D6) / (1 - (D5/D6)^(D7+1))$ ". Peluang n-pelanggan dalam sistem, P_n , dalam contoh diandaikan, berapa peluang ada 2 pelanggan menyampaikan pesanan ke perusahaan. Di cell D11 tulis rumus " $= (D5/D6)^{D8} * D10$ ". Peluang untuk mengerjakan K pekerjaan per hari. Dalam contoh, 7 pekerjaan. Tuliskan rumus di D12, yaitu " $= (D5/D6)^{D7} * D10$ ". Pelanggan yang ada dalam sistem, L_s , tuliskan rumus di D13, yaitu " $= (D5/D6) / (1 - (D5/D6)) - ((D7+1) * (D5/D6)^{(D7+1)}) / (1 - (D5/D6)^{(D7+1)})$ ". Pelanggan yang antre, L_q , tuliskan di cell D14, yaitu " $= D13 - ((D5/D6) * (1 - D12))$ ". Waktu yang dipakai pelanggan dalam antrian, W_q , tuliskan rumus di cell D15, yaitu " $= D14 / (D5 * (1 - D12))$ " dan waktu yang dipakai pelanggan dalam sistem, W_s , tuliskan rumus di cell D16 rumus, yaitu: " $= D15 + 1/D6$ ".

Nilai yang diperoleh adalah sama dengan pemecahan secara manual. Model yang sama dapat diimplementasikan pada gerai atau kedai makanan siap-saji atau kedai kuliner yang memiliki fasilitas ruangan yang terbatas. Pada jam sibuk, pelanggan yang tiba cenderung melampaui daya tampung kedai yang bersangkutan. Akibatnya, sebagian pelanggan harus antre. Pelanggan

yang bosan menunggu, akan segera mencari kedai lain untuk memenuhi kebutuhannya.

b. Model Single Channel, Single Phase dengan Simpangan Baku

Model ini memakai asumsi bahwa sistem adalah sebuah fasilitas servis dengan model *Single Channel, Single Phase*. Kedatangan pelanggan (objek) ke fasilitas memiliki interval waktu yang tidak tentu sehingga terjadi deviasi (simpangan, atau σ). Sistem seperti ini dapat dijumpai, antara lain pada gerai atau kedai makanan siap saji yang melayani pelanggannya melalui jendela pelayanan. Dengan cara demikian, pelanggan yang tiba dengan memakai kendaraan bermotor, tidak perlu turun dari kendaraannya. Cukup memesannya dari kendaraan bermotor yang dikendarainya. Model ini cocok jika jendela layanan yang disiapkan hanya satu buah untuk menerima pesanan, dan satu jendela yang digunakan untuk menyerahkan pesanan pelanggan. Pelanggan cukup menuliskan pesanan pada nota pesanan yang telah disiapkan, kemudian petugas menghitung harga pesanan dan menerima uang pembayaran dari pelanggan. Kepada pelanggan diserahkan resi untuk dipakai menerima pesannya di jendela penyerahan. Rumus yang terkait adalah sebagai berikut.

$$Lq = \frac{(\lambda\sigma)^2 + (\lambda/\mu)}{2(1 - \lambda/\mu)}$$

Misalnya, pelanggan (mobil) yang tiba di sebuah gerai makanan siap saji (*fast food*) dengan satu jendela pelayanan memiliki distribusi dengan interval waktu yang tidak beraturan, dan datanya disajikan dalam daftar di bawah.

Tabel 10.1 Pelayanan Pesanan *Fast Food* di Kedai X Selama Satu Jam

Unit ke	Waktu untuk Menyelesaikan Pesanan (Menit)	Kuadrat Waktu Layanan
1	3.0	9.0
2	4.0	16.0
3	3.5	12.25
4	5.0	25.0
5	4.5	20.25
6	3.0	9.0
7	5.0	25.0
8	4.0	16.0
9	5.0	25.0
10	3.0	9.0
Total	40.0	166.50

Data di atas menunjukkan lama rata-rata pelayanan = $40/10 = 4$ menit. Mampulayan (μ) = 60 menit/4 menit = 15 unit per jam. Kedatangan (λ) = 10 unit per jam.

$$\sum_{i=1}^n X_i^2 = 3^2 + 4^2 + 3.5^2 + \dots + 5^2 + 3^2 = 166.50$$

$$\sigma_s^2 = (166.5) - (40)^2 / 10 = 6.5$$

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{6.5}{10}} = 0.806 \text{ menit; penyesuaian dalam satuan jam} = 0.806/60$$

= 0.0134 jam. Kita dapat menyatakan, rata-rata waktu pelayanan per pelanggan adalah 4 menit atau 15 pelanggan per jam dengan standar deviasi 0.0134.

$$Lq = \frac{(\lambda\sigma)^2 + (\lambda/\mu)^2}{2(1 - \lambda/\mu)} = \frac{(10 \times 0.0134)^2 + (10/15)^2}{2(1 - 10/15)}$$

$$= \frac{0.017956 + 0.4444}{0.66667} = \frac{0.46240}{0.66667} = 0.6936 \text{ unit per jam}$$

$$Ls = Lq + \lambda/\mu = 0.6936 \text{ unit} + 10/15 \text{ unit} = 1.3603 \text{ unit per jam}$$

$$Wq = Lq/\lambda = (0.6936/10) \times 60 \text{ menit} = 4.16 \text{ menit}$$

$$Ws = Ls/\lambda = (1.3603/10) \times 60 \text{ menit} = 8.16 \text{ menit}$$

$r = 10/15 = 2/3$ atau 0.6667 sehingga $P_0 = 1 - r = 0.3333$. Peluang tidak ada pelanggan tiba memesan *fast food* adalah 0.3333 dan selalu ada yang dilayani adalah 0.6667. Peluang selalu ada pelanggan yang dilayani adalah dua kali terhadap peluang sistem kosong.

Standar deviasi dapat pula dihitung dengan mempergunakan lembar kerja Excel. Penyelesaiannya disajikan pada Gambar 10.14.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

No.	Waktu Layanan (menit)
1	3
2	4
3	3.5
4	3
5	4.5
6	3
7	5
8	4
9	2
10	3
Mean	4
Stdev	0.806326

Gambar 10.14 Perhitungan STDEVP dengan Memakai Excel

Prosedur operasi dijelaskan sebagai berikut: ketik lebih dahulu datanya, kemudian letakkan *pointer* (kursor) pada sel D17, kemudian ketik =STDEVP(D6:D15) dan akhirnya tekan tombol Enter. Anda akan memperoleh nilai standar deviasi pesanan *fast food* sebesar 0.8062 menit. Oleh karena satuan waktu pengukuran adalah dalam jam (kedatangan (λ) dan kemampuan (μ) dinyatakan dalam satuan jam) maka standar deviasi juga harus diubah menjadi satuan jam. Ini diperoleh melalui cara membagi standar deviasi dengan 60 sehingga $STD = 0.806226/60 = 0.013437$ jam.

Pemecahan dengan menggunakan lembar kerja Excel seperti yang disajikan berikut ini menunjukkan hasil yang sama. Perbedaan atas hasil pemecahan hanya dijumpai akibat dari pembulatan. Penyelesaian dengan perangkat lunak Excel lebih teliti sampai beberapa desimal, sedangkan pemecahan secara manual hanya dibatasi sampai dua atau empat desimal. Dengan demikian, perbedaan dimaksud dapat diabaikan.

Model Antrian dengan Standar Deviasi Layanan Diketahui			
Kelengkapan (Q) per jam	30	Lq (jumlah)	0.00960
Mampu layan (μ) per jam	25	Ls (jumlah)	1.36027
Standar deviasi (mc)	0.0134	Wq (menit)	4.16096
		Ws (menit)	8.16096
		r	0.00067
		P0	0.57310

Gambar 10.15 Perhitungan Antrian Saluran Tunggal Memakai Excel

c. Model Antrian dengan Finite Source

Model ini memakai asumsi bahwa sumber populasi adalah terbatas. Misalnya, jumlah pegawai tertentu di sebuah organisasi yang akan datang meminta layanan, jumlah bus dari sebuah perusahaan yang akan dipelihara atau direparasi di bengkel milik perusahaan, jumlah dosen di sebuah program studi yang akan datang ke ketua program studi meminta layanan, dan sebagainya. Variabel dan formula perhitungan sebagai berikut.

N = populasi, yaitu jumlah mesin yang dimiliki atau pelanggan.

λ = rata-rata kedatangan per unit populasi.

μ = tingkat mampu servis rata-rata.

X = faktor pemakaian fasilitas.

M = jumlah saluran pelayanan.

D = probabilita dari keterlambatan (probabilita yang menunjukkan bahwa jika ada 1 unit tiba meminta pelayanan maka ia harus menunggu lebih dulu).

F = faktor efisiensi

Lq = jumlah yang antri dalam barisan = $N(1 - F)$

$Ls = H + Lq$

Wq = waktu menunggu rata-rata = $\frac{1}{\mu X} \left[\frac{1-F}{F} \right]$

H = rata-rata unit yang sedang dilayani = $FNX = Ls - Lq$

J = Jumlah unit yang baik dan beroperasi = $NF(1 - X)$

$M - H$ = rata-rata unit fasilitas yang mengganggu

Prosedur aplikasi model adalah sebagai berikut.

- 1) Tentukan λ dan μ berdasarkan data yang sedang diamati.
- 2) Hitung faktor servis X .
- 3) Gunakan tabel yang sesuai berdasarkan jumlah N .
- 4) Carilah pada tabel itu nilai dari X pada langkah ke-2.
- 5) Bacalah nilai-nilai D , F dan Lq yang sesuai dengan M , jika perlu lakukanlah interpolasi.
- 6) Hitunglah Wq , H dan J .

Contoh pertama (diadaptasi dari Buffa, 1978):

Misalnya sebuah rumah sakit memiliki tempat tidur 30 buah pada sebuah lantai. Permasalahan pokok yang dihadapi adalah faktor kemampuan juru rawat dalam memberikan pelayanan sebaik-baiknya, kepada pasien yang sedang menjalani rawat inap. Pengelola yakin bahwa akan ada panggilan dari pasien pada probabilita 80 persen karena adanya hal darurat. Panggilan pasien mengikuti Distribusi Poisson dan jumlahnya rata-rata 19 panggilan dari 30 pasien yang ada per jam. Mampu-layan sistem mengikuti distribusi eksponensial negatif dan rata-rata waktu pelayanan 5 menit. Pengelola

berkeinginan untuk mempekerjakan juru rawat sehingga untuk 80 persen dari waktu tidak pernah timbul keterlambatan. Juru rawat dibayar Rp10.000 per jam. Selanjutnya, pengelola ingin mengetahui perbandingan berapa banyak pasien yang harus dilayani pada probabilitas 80 persen, dibandingkan dengan keadaan sekarang ini hanya 50 persen.

Pemecahan:

T (waktu rata-rata untuk melayani seorang pelanggan) = 5 menit sehingga $\mu = 60/T = 12$ panggilan per jam dan $U = \text{interval panggilan} = 30/19 \times 60 \text{ menit} = 95 \text{ menit}$ sehingga $\lambda = 1/95 = 0.0105$ per menit = 0.632 per jam. $X = \lambda / (\lambda + \mu) = 0.632 / (0.632 + 12) = 0.05$. Berdasarkan tabel diperoleh (untuk $n = 30$) dan $X = 0.05$.

Keinginan manajemen bahwa panggilan dipenuhi tepat waktu 80 persen, berarti setuju ada keterlambatan 20 persen, atau $D = 0.20$. Pada petikan tabel di atas, pada $X = 0.050$ diperoleh nilai D yang mendekati adalah 0.208 pada $M = 3$. Jadi juru rawat yang harus dipekerjakan untuk memenuhi harapan itu adalah 3 orang. Pada situasi itu $F = 0.994$ dan $Lq = 0.18$ pasien per jam. Upah juru rawat per 24 jam = 3 orang \times 24 jam \times Rp10.000 = Rp720.000.

H (sedang dilayani) = $F \times N = 0.994 \times 30 \times 0.05 = 1.49$ atau $Ls - Lq = 1.67 - 0.18 = 1.49$. J (pasien dalam kondisi baik) = $N \times (1 - X) = 30 \times 0.994(1 - 0.05) = 29.6709$. $Ls = H + Lq = 1.49 + 0.18 = 1.67$ orang. Juru rawat yang menganggur = $M - H = 3 - 1.49 = 1.51$ orang.

Tabel 10.2 Berbagai Nilai Parameter *Finite Waiting Line*

X	M	D	F	Lq	X	M	D	F	Lq
	22	.957	.862	4.14	.950	29	.226	.993	.21
	21	.987	.823	5.31		28	.574	.973	.91
	20	.997	.784	6.48		27	.831	.945	1.65
	19	.999	.745	7.65		26	.951	.912	2.64
						25	.989	.877	3.69
.900	29	.047	.999	.03		24	.998	.842	4.74
	28	.200	.992	.24					
	27	.441	.977	.69	.05	4	.060	.999	.03
	26	.683	.953	1.41		3	.208	.994	.18
	25	.856	.923	2.31		2	.571	.963	1.11
	24	.947	.888	3.36		1	.992	.663	10.11
	23	.985	.852	4.44					
	22	.996	.815	5.55					
	21	.999	.778	6.66					

Sumber : Modern Production and Operation Management, Buffa, 1978

Biaya dari menganggur ini = 1.51 orang x Rp10.000 x 24 jam = Rp 362.400 per hari.

$$Wq = \frac{1}{\mu\lambda} \left(\frac{1-F}{F} \right) = \frac{1}{0.2 \times 0.05} \left(\frac{1-0.994}{0.994} \right) = 0.6 \text{ menit.}$$

Nilai yang diperoleh pada pemecahan dengan *POM-QM for Windows* relatif sama dengan yang diperoleh melalui cara manual. Perbedaan yang terjadi bersumber pada ketelitian nilai pada pemecahan dengan *POM-QM for Windows*, yaitu teliti sampai 4 desimal. Pemecahan secara manual hanya dibatasi sampai dua desimal.

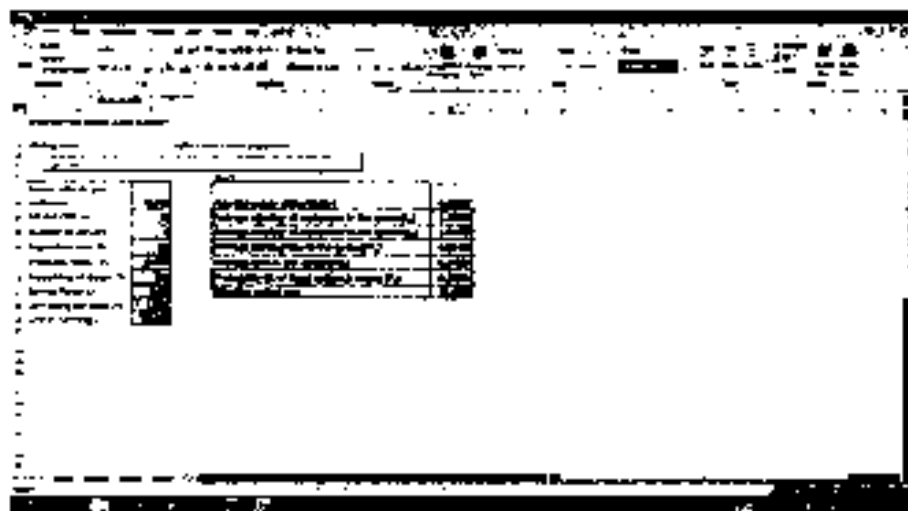
Untuk kondisi sekarang, manajemen menengarai mampu-layan hanya 50 persen, berarti *idle* (D) = 50 persen atau 0.5. Dari tabel, D yang mendekati adalah 0.571 dengan M = 2; F = 0.963 dan Lq = 1.11. H = FNX = 0.963 x 30 x 0.05 = 1.44. Ls = H + Lq = 1.44 + 1.11 = 2.55 orang pasien, dan yang menganggur = 2 - 1.44 = 0.56 orang juru rawat.

Upah yang dibayar = 2 x 24 jam x Rp10.000 = Rp480.000. Biaya menganggur = 0.56 x 24 jam x Rp10.000 = Rp 134.400. Perbedaan beban = Rp720.000 - Rp480.000 = Rp240.000 per hari atau Rp8.000 per tempat tidur (pasien).

$$Wq = \frac{1}{0.2 \times 0.05} \left(\frac{1-0.963}{0.963} \right) = 3.84 \text{ menit atau meningkat 0.6 menit menjadi}$$

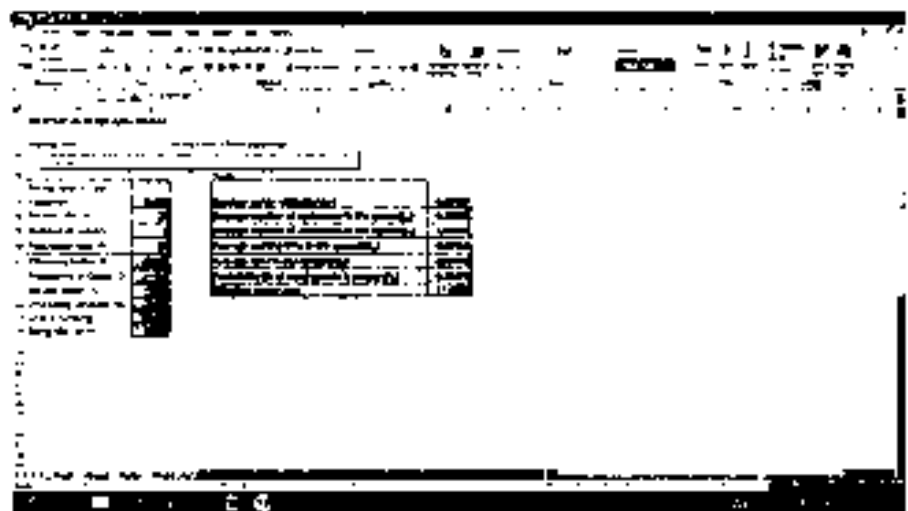
3.84 menit sehingga meningkat sebesar 540 persen.

Nilai yang diperoleh pada pemecahan dengan *Excel-OM for Windows* relatif sama dengan yang diperoleh melalui cara manual. Perbedaan yang terjadi bersumber pada ketelitian nilai pada pemecahan dengan *Excel OM for Windows*, yaitu teliti sampai 6 desimal. Pemecahan secara manual hanya dibatasi sampai dua desimal.



Gambar 10.16 Pemecahan Kasus Dengan Excel-OM for Windows, M = 2

Oleh karena itu, hasil yang diperoleh melalui pemecahan secara manual dan dengan memakai perangkat lunak, adalah sama. Perbedaan dijumpai hanya pada pembulatan.



Gambar 10.17 Pemecahan Kasus dengan Excel-OM for Windows, M = 3

Contoh kedua:

Sebuah bank memiliki nasabah UKM bidang industri tekstil. Suatu saat, bank tersebut melakukan kajian pada usaha nasabahnya dan menemukan indikator: dari empat mesin tenun di pabrik tekstil XYZ menunjukkan bahwa rata-rata,

setiap mesin membutuhkan penyesuaian setelan setiap jam. Tenaga montir satu orang, rata-rata membutuhkan 7.5 menit per penyesuaian. Dengan asumsi kedatangan permintaan penyetelan mengikuti Distribusi Poisson, dan kemampuan layanan sesuai distribusi eksponensial. Waktu mesin *idle*, menimbulkan biaya sebesar Rp200.000 per jam. Tentukan, apakah montir yang kedua (yang juga memakai 7.5 menit per penyesuaian) harus diupah dengan tarif sebesar Rp20.000 per jam.

Pemecahan:

Perlu mendefinisikan terlebih dahulu indikator yang terkait.

Untuk $M = 1$, $N = 4$, $T = 7.5$ menit dan $U = 60$ menit.

$$X = \frac{T}{T+U} = \frac{7.5}{7.5+60} = 0.111$$

Dari tabel yang sesuai, $N = 4$ dan $X = 0.111$ didapatkan nilai $F = 0.957$. Dengan demikian, maka:

$$Lq = N(1 - F) = 4(1 - 0.957) = 0.172 \text{ mesin}$$

$$H = FNX = 0.957 \times 4 \times 0.111 = 0.42491 \text{ mesin}$$

$$Ls = H + Lq = 0.42491 + 0.172 = 0.59691 \text{ mesin}$$

Mesin yang beroperasi (J) = $NF(1 - X) = 4 \times 0.957(1 - 0.111) = 3.40309$ unit. Mesin yang menganggur (rusak), $M - H = 1 - 0.42491 = 0.57509$ unit. Andaikan jumlah montir ditambah menjadi 2 orang maka hasilnya seperti yang disajikan pada Tabel 10.3. Perbandingan hasil analisis disajikan di Tabel 10.3.

Tabel 10.3 Perbandingan Biaya untuk $M = 1$ dan $M = 2$

Jumlah Montir	Jumlah Mesin yang Rusak ($H + Lq$)	Biaya Kerusakan Mesin per Jam ($H+Lq$) x Rp200,000	Upah Montir per Jam Rp20,000/tk	Jumlah Biaya per Jam
1	0.59691	Rp119.382	Rp20.000	Rp139.382
2	0.45174	Rp90.348	Rp40.000	Rp130.348

d. Analisis Antrean untuk Evaluasi Kelayakan Peralatan Operasi

Model ini dipakai untuk memutuskan pemilihan jenis peralatan produksi yang lebih menguntungkan dari sejumlah alternatif yang tersedia. Pilihan dilakukan berdasarkan pertimbangan hasil perbandingan antara biaya dan manfaat alat yang bersangkutan. Misalnya, seorang pengusaha memiliki pilihan mengelola SPBU digabung dengan usaha pencucian mobil, atau usaha SPBU sebagai usaha mandiri. Peralatan pencucian mobil menggunakan peralatan modern, yaitu robot. Robot memiliki tiga tipe dilihat dari sisi ukuran kinerjanya, yaitu tipe kecil, tipe medium, dan tipe besar. Mesin robot pencuci mobil disediakan oleh seorang *franchiser* (pewaralaba). Perusahaan pewaralaba robot merekomendasikan untuk menggabungkan SPBU dan stasiun pencucian mobil. Robot pencuci mobil dan pengisian bensin memiliki biaya unit yang sama, yaitu Rp25.000 per mobil. Pengalaman di masa lalu menunjukkan bahwa jumlah pelanggan yang melakukan pencucian mobil sekaligus mengisi BBM adalah sama dengan pelanggan yang hanya mencuci mobil saja. Rata-rata keuntungan pada pengisian BBM adalah sekitar Rp18.500 per mobil dan keuntungan cuci mobil per unit adalah Rp13.500. Robot tetap buka 14 jam sehari. Robot Tipe I dapat mencuci mobil dengan tingkat kecepatan satu unit mobil setiap lima menit dan disewakan sebesar Rp150.000 per hari. Robot Tipe II, unit yang lebih besar dapat mencuci mobil dengan kecepatan satu unit setiap empat menit tetapi biaya Rp200.000 per hari. Robot Tipe III biaya terbesar Rp275.000 per hari dan dapat mencuci per unit mobil dalam tiga menit. Pengusaha mengharapkan bahwa pelanggan tidak akan menunggu dalam antrean lebih dari lima menit untuk berkesempatan mencuci mobilnya.

Pemakaian waktu antrean yang lebih lama akan menyebabkan robot pencuci mobil dan SPBU akan kehilangan kesempatan menghasilkan pendapatan.

Pemecahan:

Rata-rata pelanggan yang tiba untuk mencuci mobil (λ) = 10 unit per jam.
Kapasitas servis (μ) untuk Robot Tipe I = 60 menit/5 menit = 12 unit per jam.

$$Wq = \frac{\lambda}{2\mu(\mu - \lambda)} = \frac{10}{2(12)(12 - 10)} = 10/48 \times 60 \text{ menit} = 12.5 \text{ menit}$$

Untuk Robot Tipe II, $\mu = 60/4 = 15$ unit per jam

$$Wq = \frac{\lambda}{2\mu(\mu - \lambda)} = \frac{10}{2(15)(15 - 10)} = 10/150 \text{ jam atau 4 menit}$$

Untuk Robot Tipe III, $\mu = 60/3 = 20$ unit per jam

$$Wq = \frac{\lambda}{2\mu(\mu - \lambda)} = \frac{10}{2(20)(20 - 10)} = 10/400 \text{ jam atau 1.5 menit}$$

Kelayakan Robot Tipe I

Andaikan kriteria waktu menunggu satu-satunya kriteria yang dijadikan dasar pengambilan keputusan maka Robot Tipe II yang bersyarat untuk dipilih. Robot Tipe II memiliki waktu menunggu 4 menit sehingga memenuhi syarat ≤ 5 menit. Namun dalam kasus ini perlu pula mempertimbangkan kemampulabaan setiap tipe.

Untuk Robot Tipe I, sebagian pelanggan akan merasa tidak puas dan pergi meninggalkan sistem. Waktu menunggu 12.5 menit, sedangkan waktu untuk mencuci mobil hanya 5 menit. Evaluasi dilakukan dengan memisalkan pelanggan yang tiba sesuai kapasitas layanan sehingga $\lambda = 12$. Nilai waktu layanan ini dimasukkan ke model. Waktu layanan rata-rata 5 menit atau jam sehingga diperoleh pelanggan menunggu dalam antrean berikut ini.

$$Wq = \frac{\lambda}{2\mu(\mu - \lambda)} \text{ dan } \lambda = \frac{2(t)\lambda^2}{1 + 2t\mu} = \frac{2(1/12)12^2}{1 + 2\left(\frac{1}{12}\right)12} = 24/3 = 8 \text{ unit per jam}$$

Tingkat kedatangan sesuai estimasi sebelumnya $\lambda = 10$, dan kedatangan pada hasil pemecahan $\lambda = 8$ sehingga ada 2 pelanggan per jam yang akan pergi meninggalkan sistem.

Potensi kerugian = $2 \times 14 \text{ jam} \times \frac{1}{2} (\text{Rp}18.500 \text{ laba SPBU} + \text{Rp}13.500 \text{ laba cuci mobil}) = \text{Rp}448.000$ per hari.

Kelayakan Robot Tipe II

Untuk Robot Tipe II ini, kapasitas melayani adalah 4 menit per unit sehingga yang dapat dilayani = $60/4 = 15$ unit per jam. Andaikan mobil tiba untuk dicuci sebesar kapasitas atau 15 unit per jam maka nilai pengharapan kedatangan berikut ini.

$$\lambda = \frac{2(t)\lambda^2}{1 + 2t\mu} = \frac{2(1/12)15^2}{1 + 2\left(\frac{1}{15}\right)15} = 10 \text{ unit per jam}$$

Kedatangan menurut estimasi sebelumnya, $\lambda = 10$. Dengan demikian, tidak ada kendaraan yang tertambat dilayani sehingga tidak ada yang meninggalkan sistem. Oleh karena itu, tidak ada kerugian yang terjadi.

Kenaikan biaya sewa = Rp200.000 - Rp150.000 = Rp50.000 per hari jika menerima Robot Tipe I biaya Rp448.000 per hari. Dengan demikian, alat yang layak diterima ialah Robot Tipe II. Penghematan yang dicapai = Rp448.000 - Rp50.000 = Rp398.000 per hari. Jika hari operasi 300 hari per tahun maka penghematan yang dicapai Rp119.400.000 per tahun.

Rumus terkait lainnya.

$$Lq = \frac{\lambda^2}{2\mu(\mu - \lambda)} \quad Wq = \frac{\lambda^2}{2\mu(\mu - \lambda)}$$

$$Ls = Lq + \lambda / \mu \quad Ws = Wq + 1 / \mu$$

Kinerja Robot Tipe II sebagai berikut

$$Lq = 10^2 / [2(15)(15-12)] = 100/90 = 1.111 \text{ unit per jam}$$

$$Ls = 1.111 \text{ unit} + 12/15 = 1.911 \text{ unit per jam}$$

$$Wq = 10^2 / [2(15)(15-12)] : 10/90 \text{ jam atau } 6.67 \text{ menit}$$

$$Ws = 10/90 \text{ jam} + 1/15 \text{ jam} = 10.67 \text{ menit.}$$

A. PENGERTIAN SIMULASI

Barry Shore (1973), serta G.A. Silver dan J.B. Silver (1977) menyatakan bahwa simulasi adalah kegiatan mengabstraksi sebuah keadaan nyata ke dalam sebuah tiruan, yang menggambarkan keadaan nyata itu melalui aktualisasi karakteristik utama objek yang bersangkutan. Selanjutnya, Levin dan Kirkpatrick (1978) mendefinisikan simulasi sebagai sebuah prosedur kuantitatif yang dioperasikan secara coba dan banding (*trial and errors*) untuk mengidentifikasi keoptimuman sebuah proses suatu objek nyata. Simulasi merupakan suatu proses dalam meniru suatu objek nyata, dan juga berbagai keadaan di sekitarnya. Proses dalam meniru tersebut juga menggambarkan berbagai sifat maupun karakteristik inti dari sistem abstrak atau fisik yang bersangkutan.

Lee J. Krajewski dan Larry P. Ritzman (2005) mengemukakan bahwa simulasi adalah kegiatan mereproduksi perilaku sistem, menggunakan model yang menggambarkan atau merepresentasikan proses dari sistem nyata yang bersangkutan. Sejalan dengan pendapat tersebut, Guisseppi A. Forgionne (1990) menyatakan bahwa simulasi adalah menggunakan model untuk merekonstruksi atau menduplikasi situasi yang sebenarnya, kemudian mempelajari karakteristik dan perilaku sistem dengan melakukan percobaan memakai model yang dibangun tersebut. Sejalan dengan itu, Jay Heizer dan Barry Render (2008) menyatakan bahwa simulasi adalah upaya untuk menduplikasi fitur, penampilan, dan karakteristik suatu sistem nyata untuk tujuan mempelajari sistem nyata yang bersangkutan.

Dengan cara yang berbeda, Hamdy A. Taha (2003:639) menyatakan bahwa simulasi adalah sebuah percobaan statistik, dan karenanya hasil tersebut harus ditafsirkan melalui suatu uji statistik yang sesuai. Simulasi berbeda dengan model antrian. Model antrian menggunakan model probabilitas dan stokastik untuk menganalisis objek yang antri menunggu layanan. Estimasi dengan model simulasi untuk mengukur kinerja suatu sistem dilakukan dengan meniru perilaku sistem nyata yang bersangkutan. Selanjutnya, metode simulasi dapat dianggap sebagai hal terbaik untuk mengamati sistem nyata.

Berdasarkan beberapa pendapat tersebut di atas, dapat disimpulkan bahwa simulasi pada dasarnya adalah suatu kegiatan menduplikasi atau meniru fitur dan karakteristik suatu sistem nyata, serta tiruan dimaksud tetap merepresentasikan karakteristik sistem nyata yang bersangkutan sehingga sistem nyata tersebut dapat dipelajari dari tiruannya.

Perbedaan utama simulasi dengan model antrian adalah model antrian merupakan suatu metode matematika murni. Oleh karena itu, tunduk pada asumsi tertentu yang membatasi ruang lingkup aplikasinya. Aplikasi simulasi, di sisi lain bersifat fleksibel dan dapat digunakan untuk menganalisis hampir setiap situasi termasuk mempelajari situasi antrian.

Memperhatikan pengertian di atas maka pada dasarnya dapat dikemukakan bahwa simulasi merupakan prosedur kuantitatif, untuk mencari hasil optimum suatu objek nyata melalui peniruan karakteristik utama objek nyata yang bersangkutan. Objek nyata itu dapat berupa berikut ini.

1. Pelayanan sebuah usaha mobil ambulans terhadap panggilan pemakai, rumah sakit, perorangan ataupun pemakai lainnya.
2. Pengendalian operasi bus angkutan penumpang antarkota dan dalam kota.
3. Pengendalian arus kas perusahaan atau organisasi.
4. Manajemen biaya.
5. Manajemen kredit.
6. Analisis kemangkiran pegawai.
7. Terjadinya kerusakan mesin.
8. Pengendalian mutu.
9. Segmentasi pasar.
10. Manajemen sumber daya manusia.

11. Pengaturan persediaan untuk mencapai laba yang maksimum atau biaya yang minimum.
12. Penyusunan anggaran peremajaan armada bus atau truk sebuah usaha angkutan darat.

B. JENIS SIMULASI

Menurut Buffa dan Dyer (1978) ada empat macam simulasi yang lazim dipakai dalam praktik, yaitu sebagai berikut.

1. Simulasi deterministik, yaitu simulasi atas keadaan nyata melalui abstraksi proses, dan nilai yang terkait adalah nilai yang terukur terukur atau pasti. Simulasi yang tergolong jenis ini, misalnya jaringan kerja (*network planning*), pengendalian sediaan (*inventory control*), pembebanan tugas (*task assignment*), dan sebagainya. Dalam pembuatan jaringan kerja proyek, data yang dipakai untuk mensimulasi adalah urutan pelaksanaan pekerjaan, serta waktu penyelesaiannya. Untuk simulasi atas persediaan, data yang diperlukan adalah jumlah permintaan atau penjualan pada waktu tertentu.
2. Simulasi stokastik, yaitu simulasi atas keadaan nyata yang proses kejadiannya bersifat probablistik, misalnya kemungkinan kalah atau menang dari sebuah pertandingan sepak bola, balap mobil, *base ball*, atau *golf*. Kejadian yang mungkin dinyatakan dalam suatu distribusi kejadian, kemudian disimulasi.
3. Simulasi diskrit, yaitu simulasi yang dilakukan untuk menirukan suatu keadaan nyata ke dalam *prototype* yang sesuai. Misalnya, maket bangunan, pengujian obat melalui kelinci percobaan, *prototype* mobil, kapal, dan sebagainya.
4. Simulasi kontinum, yaitu simulasi suatu keadaan nyata yang hasilnya akan berada pada suatu rentang nilai, batas bawah dan batas atas, atau minimum dan maksimum. Misalnya, kita ingin mengetahui berapa besar dampak kecelakaan terhadap pengendara kendaraan bermotor roda dua jika bertabrakan pada kecepatan 60 km/jam. Penelusuran dilakukan dengan menabrakkan motor-motoran yang dinaiki oleh boneka-boneka pada kecepatan yang dikehendaki dalam sebuah terowongan uji. Apa yang terjadi pada motor dan boneka dianggap sebagai tiruan dari apa yang bakal terjadi atas motor dan pengendara yang sebenarnya.

Simulasi kontinum ini oleh beberapa penulis dinamai *Simulasi Monte Carlo*, nama yang diambil dari sebuah kota judi di Kerajaan Monaco yang menyelenggarakan berbagai acara pertandingan ketangkasan seperti balap mobil, kasino, dan ketangkasan lainnya. Ciri-ciri utama proses simulasi adalah sebagai berikut.

1. Objek yang terlibat dalam proses atau permainan dapat diwakili oleh angka-angka, yang diperoleh tabel bilangan acak.
2. Peluang munculnya setiap kejadian atau angka-angka adalah acak dan sama besarnya.
3. Rangkaian peristiwa atau kejadian pada proses itu dapat disusun menjadi sebuah distribusi kejadian.

Dalam praktik, jenis simulasi yang banyak dipakai untuk memecahkan masalah bisnis yang dihadapi pengusaha ialah simulasi *Monte Carlo*. Implementasi simulasi *Monte Carlo* membutuhkan daftar bilangan acak. Daftar bilangan acak dimaksud dapat diperoleh pada lampiran manajemen produksi dan operasional, riset operasional, serta metodologi penelitian dan statistik. Dapat pula dibuat sendiri dengan mempergunakan lembar kerja (*work sheet*) Excel.

Jika mempergunakan lembar kerja Excel maka pada lembar kerja yang aktif atau terbuka, misalnya pada *cell* B5 diketik =RANDBETWEEN(0,99) kemudian tekan tombol Enter, muncul angka 75. *Cell* B5 disalin sampai P5 dan juga sampai ke P24 sehingga diperoleh daftar bilangan acak seperti pada tampilan berikut.

86	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3	73	86	22	75	25	62	22	89	53	32	83	79	42	65
2	28	32	22	83	29	75	99	30	40	25	75	12	27	96
5	88	22	22	85	29	81	31	4	23	42	24	89	29	42
6	24	5	25	82	29	69	95	21	28	4	28	85	9	42
3	73	25	45	2	73	67	34	39	45	39	50	22	22	73
6	17	48	17	75	18	62	7	88	23	24	23	5	46	32
7	88	75	22	11	4	24	76	3	10	89	20	24	25	22
8	75	78	68	1	22	99	22	69	58	52	12	64	21	20
9	7	22	27	8	12	12	38	80	22	75	27	22	22	28
10	10	85	99	22	68	22	20	4	8	21	21	24	25	25
11	24	22	22	22	22	24	24	42	28	22	22	21	22	22
12	42	42	22	74	22	26	22	64	80	29	21	75	24	28
13	24	41	25	1	21	9	62	17	88	22	25	47	80	21
14	22	22	40	28	75	64	24	11	3	20	89	63	25	4
15	28	22	24	1	24	22	25	24	24	25	22	20	24	24
16	22	22	22	24	47	27	21	22	47	21	1	22	2	28
17	88	81	8	21	46	4	21	22	44	22	67	28	21	25
18	22	22	22	21	24	22	24	22	22	22	22	22	22	22
19	84	48	22	2	42	22	24	24	24	24	22	22	22	22
20	22	2	22	22	88	29	12	62	22	28	22	22	22	24

Gambar 11.1 Daftar Bilangan Dua Digit Acak

Pelaksanaan simulasi dimulai dari memilih tabel bilangan acak, dua digit untuk 100 percobaan atau tiga digit untuk 1000 percobaan. Misalnya, pada contoh di atas, adalah bilangan acak dua digit mulai dari 00 sampai 99.

Setelah memilih tabel bilangan acak yang akan dipakai maka lebih lanjut menentukan cara penarikan, apakah menurut kolom atau menurut baris. Jika dipilih untuk menarik dari kolom maka harus ditentukan dimulai pada kolom berapa, misalnya kolom 5 dan seterusnya sampai tertarik bilangan acak sesuai dengan jumlah percobaan yang diinginkan. Lebih jauh, implementasi ini akan diperjelas pada waktu memecahkan kasus simulasi.

C. PENGAPLIKASIAN SIMULASI

Berikut ini beberapa cara dalam mengaplikasikan simulasi.

1. Penerapan pada Pengadaan Sediaan

Misalnya, sebuah usaha kerajinan konveksi berkepentingan untuk menyusun rencana persediaan garmennya, berdasarkan distribusi pesanan pelanggan dengan sasaran untuk memaksimalkan labanya. Untuk keperluan itu, misalnya dilakukan pengamatan selama 50 hari terhadap penjualan dengan data sesuai permintaan pelanggan pada Tabel 11.1.

Tabel 11.1 Realisasi Permintaan Selama Lima Puluh Hari Pengamatan

No. Urut	Realisasi Permintaan (lembar)	Frekuensi Kejadian (dalam hari)
1	30	5
2	35	10
3	40	20
4	45	7
5	50	8
Total		50 hari

Beberapa informasi dan kebijakan manajemen yang diperoleh adalah sebagai berikut.

- Harga jual pakaian jadi tersebut per lembar rata-rata Rp100.000.
- Harga pokok penjualan rata-ratanya adalah Rp55.000.
- Atas sediaan yang tidak laku dijual obral dengan harga Rp30.000.
- Pilihan pengadaan persediaan dari manajemen adalah berikut ini.

- 1) Mengadakan persediaan sebesar permintaan rata-rata harian.
- 2) Mengadakan persediaan untuk hari ini yang sama besarnya dengan realisasi permintaan hari kemarin.

Pemecahan:

Simulasi dilakukan untuk membandingkan antara: (a) pengadaan sediaan sebesar permintaan rata-rata, dan (b) pengadaan sediaan sebesar permintaan pada periode sebelumnya sesuai hasil simulasi, atau $Q = Q_{t-1}$.

Pertama dicari permintaan rata-rata = $\frac{1}{5} [30 + 35 + 40 + 45 + 50] = 40$ lembar.

Kemudian dirumuskan fungsi laba dari kebijakan persediaan sebagai berikut.

- Jika permintaan (Q_d) lebih kecil atau sama dengan pengadaan (Q), atau $Q_d \leq Q$ maka : $\pi = (J-B)Q_d - [(B-S)(Q-Q_d)]$.
- Jika permintaan (Q_d) lebih besar daripada pengadaan Q , atau $Q_d > Q$, maka $\pi = (J-B)Q$

Dengan:

J = harga jual per unit

B = biaya per unit

S = harga jual obral per unit

Q_d = jumlah permintaan; dan Q = jumlah pengadaan.

Berikutnya, tentukan bilangan acak yang akan dipakai untuk contoh ini ialah bilangan acak dua digit, seperti tersebut pada Tabel 11.2.

Tabel 11.2 Distribusi Bilangan Acak Per Kelas Persediaan

Demand	Proporsi (%)	Bilangan acak Per kelas data	Alokasi Bilangan Acak	
			Batas Bawah	Batas Bawah
30	5/50 = 10%	10% x 100 = 10	00	09
35	10/50 = 20%	20	10	29
40	20/50 = 40%	40	30	69
45	7/50 = 14%	14	70	83
50	8/50 = 16%	16	84	99

Selanjutnya, susun distribusi dari kasus dan banyak simulasi yang akan dilakukan (dalam hal ini sebanyak 25). Distribusi kejadian disajikan di dalam Tabel 11.2. Dalam Tabel 11.2 sesuai data buku penjualan, pengusaha tidak pernah menjual lebih sedikit dari 30 unit per hari dan tidak pernah pula menjual lebih dari 50 unit per hari.

Berdasarkan hasil evaluasi buku penjualan harian selama 50 hari maka diperoleh distribusi penjualan harian sesuai jumlah unit yang dijual. Proses pemecahan dilanjutkan dengan menyiapkan daftar bilangan acak kemudian lakukan simulasi. Bilangan acak dimaksud adalah bilangan acak dua digit, dan disajikan daftarnya pada Tabel 11.1 (lihat halaman 263).

Penjelasan:

Lebih awal dilakukan perhitungan probabilitas menjual mulai 30 lembar per hari sampai dengan 50 lembar per hari. Probabilitas dihitung dari frekuensi setiap kelas data. Misalnya, untuk penjualan 30 unit terjadi dalam 5 hari. Probabilitas = $5/50 \times 100 = 10$ persen. Cara yang sama dilanjutkan hingga penjualan unit 50 per hari. Jumlah probabilitas dalam persen (proporsi) adalah 100.

Operasi dilanjutkan dengan menetapkan alokasi bilangan acak. Caranya, proporsi (probabilitas) dikali dengan 100 angka acak. Untuk penjualan 30 unit = 10 persen $\times 100 = 10$ bilangan acak. Karena bilangan acak ini dimulai dari angka "00" maka alokasi mulai 00 – 09. Berikutnya, untuk penjualan 35 unit = 20 persen $\times 100 = 20$ bilangan acak. Dimulai dari batas sebelumnya + 1, = $09 + 1 = 10$, dan batas atasnya adalah batas atas kelas sebelumnya ditambah jumlah alokasi sehingga alokasinya $(09+1) - (09 + 20)$ atau 10 - 29. Demikian seterusnya untuk kelas data lainnya, dengan catatan bahwa batas atas kelas data terakhir harus sama dengan 99. Syarat ini dipenuhi dalam Tabel 11.2 (lihat halaman 264).

Pelaksanaan simulasi:

Dari tabel bilangan acak dipilih memakai kolom yang dimulai dari kolom 1, angka pertama adalah 75. Angka ini terletak antara 70 – 83 (lihat Tabel 11.2 pada kolom alokasi bilangan acak) dengan nilai adalah 45 lembar. Berikutnya, ditarik angka 28, terletak di antara 10 – 29 dengan nilai 35, demikian seterusnya pada hari ketiga, angka yang ditarik 86, antara 84 – 99 dengan nilai 50 lembar. Berikutnya ditarik angka 10, terletak di antara 10 – 29, dengan nilai 35 lembar. Selanjutnya, untuk hari kelima, angka yang ditarik 71, terletak di antara 70 – 83, dengan nilai 45 lembar.

Simulasi sesuai Kriteria I, pengadaan sama dengan permintaan rata-rata (40 lembar per hari) dilakukan pada Tabel 11.4 (lihat halaman 269).

- Untuk hari ke-1, $Q_d = 45$ dan $Q = 40$, berarti $Q_d > Q$ sehingga laba dihitung dengan cara: $\pi = (J - B)Q = (100.000 - 55.000) 40 = \text{Rp } 1.800.000$.

- b. Untuk hari ke-2, $Q_d = 35$ dan $Q = 40$ lembar, berarti $Q_d < Q$, $\pi = (J-B)Q_s - (B-S)(Q-Q_d) = [(100.000 - 55.000)35] - [(55.000 - 30.000)(40-35)] = \text{Rp}1.450.000$.
- c. Untuk hari ke-3, $Q_d = 50$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d > Q$ dan $\pi = (100.000 - 55.000)40 = \text{Rp}1.800.000$.
- d. Hari ke-4, $Q_d = 35$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d < Q$, sehingga $\pi = [(100.000 - 55.000)35] - [(55.000 - 30.000)(40-35)] = \text{Rp}1.450.000$.
- e. Hari ke-5, $Q_d = 45$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d > Q$ dan $\pi = (100.000 - 55.000)40 = \text{Rp}1.800.000$.
- f. Hari ke-6, $Q_d = 35$ dan $Q = 40$. $Q_d < Q$, $\pi = (J-B)Q_s - (B-S)(Q-Q_d) = [(100.000 - 55.000)35] - [(55.000 - 30.000)(40-35)] = \text{Rp}1.450.000$.
- g. Hari ke-7, $Q_d = 40$ dan $Q = 40$. $\pi = (J-B)Q_s - (B-S)(Q-Q_d) = [(100.000 - 55.000)40] - [(55.000 - 30.000)(40-40)] = \text{Rp}1.800.000$.
- h. Hari ke-8, $Q_d = 45$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d > Q$ dan $\pi = (100.000 - 55.000)40 = \text{Rp}1.800.000$.
- i. Hari ke-9, $Q_d = 30$ dan $Q = 40$, $Q_d < Q$. $\pi = (J-B)Q_s - (B-S)(Q-Q_d) = [(100.000 - 55.000)30] - [(55.000 - 30.000)(40-30)] = \text{Rp}1.100.000$.
- j. Hari ke-10, $Q_d = 40$ dan $Q = 40$, $Q_d = Q$ dan $\pi = (100.000 - 55.000)40 = \text{Rp}1.800.000$.
- k. Hari ke-11, $Q_d = 35$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d < Q$. $\pi = [(100.000 - 55.000)35] - [(55.000 - 30.000)(40-35)] = \text{Rp}1.450.000$.
- l. Hari ke-12, $Q_d = 40$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d = Q$ dan $\pi = (100.000 - 55.000)40 = \text{Rp}1.800.000$.
- m. Hari ke-13, $Q_d = 40$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d = Q$ dan $\pi = (100.000 - 55.000)40 = \text{Rp}1.800.000$.
- n. Hari ke-14, $Q_d = 45$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d > Q$, dan $\pi = (100.000 - 55.000)40 = \text{Rp}1.800.000$.
- o. Hari ke-15, $Q_d = 40$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d = Q$ dan $\pi = (100.000 - 55.000)40 = \text{Rp}1.800.000$.
- p. Hari ke-16, $Q_d = 50$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d > Q$, dan $\pi = (100.000 - 55.000)40 = \text{Rp}1.800.000$.
- q. Hari ke-17, $Q_d = 50$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d > Q$, dan $\pi = (100.000 - 55.000)40 = \text{Rp}1.800.000$.

- r. Hari ke-18, $Q_d = 35$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d < Q$. $\pi = [(100.000 - 55.000)35] - [(55.000 - 30.000)(40-35)] = \text{Rp}1.450.000$.
- s. Hari ke-19, $Q_d = 50$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d > Q$, dan $\pi = (100.000 - 55.000)40 = \text{Rp}1.800.000$.
- t. Hari ke-20, $Q_d = 40$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d = Q$ dan $\pi = (100.000 - 55.000)40 = \text{Rp}1.800.000$.
- u. Hari ke-21, $Q_d = 50$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d > Q$, dan $\pi = (100.000 - 55.000)40 = \text{Rp}1.800.000$.
- v. Hari ke-22, $Q_d = 35$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d < Q$. $\pi = [(100.000 - 55.000)35] - [(55.000 - 30.000)(40-35)] = \text{Rp}1.450.000$.
- w. Hari ke-23, $Q_d = 40$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d = Q$ dan $\pi = (100.000 - 55.000)40 = \text{Rp}1.800.000$.
- x. Hari ke-24, $Q_d = 30$ dan $Q = 40$, sehingga $Q_d < Q$. $\pi = [(100.000 - 55.000)30] - [(55.000 - 30.000)(40-30)] = \text{Rp}1.100.000$.
- y. Hari ke-25, $Q_d = 45$ dan $Q = 40$ sehingga $Q_d > Q$, dan $\pi = (100.000 - 55.000)40 = \text{Rp}1.800.000$.

Skedul pengadaan alternatif kedua, lebih dahulu membandingkan Q_d dan Q , amati mana yang lebih besar atau lebih kecil. Aturan tetap sama. Misal, untuk hari ke-1, $Q_d = 45$, $Q = Q_{d,1} = 40$, $Q_d > Q$, dan $\pi = (100.000 - 55.000)40 = \text{Rp}1.800.000$. Untuk hari ke-2, $Q_d = 35$, $Q = Q_{d,1} = 45$, $Q_d < Q$, dan $\pi = [(100.000 - 55.000)35] - [(55.000 - 30.000)(45-35)] = \text{Rp}1.325.000$, dan seterusnya. Perhatikan cara operasi waktu mencari nilai-nilai Alternatif 1 di atas.

Laba total Alternatif I = $\text{Rp}41.500.000$ dan Alternatif II = $\text{Rp}39.250.000$. Dengan demikian, alternatif pertama lebih menguntungkan daripada alternatif kedua. Pengadaan persediaan (Q) optimal hasil simulasi = 40 lembar per hari, yaitu sama dengan tingkat permintaan (Q_d) rata-rata.

Tabel 11.3 Hasil Simulasi Pengadaan Persediaan Optimal

Hari ke	Bilangan Aksi	Pembelian Q ₀	Pengadaan Persediaan (Q)			
			Q = 40	Labanya (Rp000)	$\bar{Q} = Q_{opt}$	Labanya (Rp000)
0	-	40	-	-	-	-
1	75	45	40	1800	40	1800
2	28	35	40	1450	45	1325
3	86	50	40	1800	35	1575
4	10	35	40	1450	50	1200
5	71	45	40	1800	35	1575
6	17	35	40	1450	45	1325
7	40	40	40	1800	35	1575
8	70	45	40	1800	40	1800
9	07	30	40	1100	45	975
10	43	40	40	1800	30	1350
11	16	35	40	1450	40	1450
12	49	40	40	1800	35	1575
13	39	40	40	1800	40	1800
14	77	45	40	1800	40	1800
15	38	40	40	1800	45	1675
16	92	50	40	1800	40	1800
17	88	50	40	1800	50	2250
18	29	35	40	1450	50	2250
19	84	50	40	1800	35	1575
20	33	40	40	1800	50	1550
21	96	50	40	1800	40	1800
22	23	35	40	1450	50	1200
23	35	40	40	1800	35	1575
24	00	30	40	1100	40	1100
25	70	45	40	1800	30	1350
Jumlah				41.500		39.250

Untuk menguji kecermatan hasil, dipakai metode berikut

Pengadaan persediaan yang memenuhi syarat ialah untuk $P \geq \frac{ML}{MP + ML}$

Dimana: ML = *marginal loss*, B - S

MP = *marginal profit*, J - B

P = probabilitas untuk pengadaan persediaan optimal.

$$P \geq \frac{55.000 - 30.000}{(100.000 - 55.000) + (55.000 - 33.000)} = 0.3571 \text{ ,dibulatkan menjadi } 36$$

Tabel 11.4 Distribusi Probabilita Menjual Sediaan yang Ada

Q_s	P_i	Probabilita	
		Item terjual	Menjual Sediaan
30	0.10	01 – 30 lembar	1.00
35	0.20	31 – 35 lembar	0.90
40	0.40	36 – 40 lembar	0.70
45	0.14	41 – 45 lembar	0.30
50	0.16	46 – 50 lembar	0.16
≥ 51	0.00	≥ 51 lembar	0.00

$P \geq 0.36$, didapatkan posisinya antara probabilita 0.30 dan 0.70 sehingga yang memenuhi syarat ialah baris ke-3, $P = 0.70$, dengan nilai sediaan = 40. Dengan demikian, hasil simulasi di muka sama dengan hasil pengujian. Oleh karena itu, hasil simulasi tersebut adalah akurat.

Di samping kedua alternatif di atas, juga masih dapat dicari pengadaan persediaan melalui pendekatan nilai pengharapan. Dengan melalui pendekatan nilai pengharapan maka pengadaan persediaan adalah sebagai berikut.

$E(\text{sediaan}) = 0.10(30) + 0.20(35) + 0.40(40) + 0.14(45) + 0.16(50) = 40.3$ lembar. Berdasarkan nilai pengharapan ini, pengadaan sediaan dapat dilakukan sebanyak 40 unit atau 41 unit (dibulatkan ke atas).

2. Aplikasi Simulasi pada Peremajaan Aktiva Operasi

Simulasi untuk peremajaan aktiva operasi sangat dibutuhkan oleh badan usaha jasa, terutama angkutan bus, truk, bus untuk angkutan kota, dan lain-lain. Peremajaan menjadi penting karena berkaitan dengan jadwal penggantian atau peremajaan alat-alat operasi dengan yang baru. Penggantian diperlukan agar kapasitas perusahaan dapat dipelihara, baik dari aspek jumlah aktiva operasi yang dimanfaatkan maupun kelayakan aktiva operasinya.

Berikut diasumsikan sebuah perusahaan angkutan kota mengoperasikan mobil bus sebanyak 10 unit. Pemilik ingin agar jumlah bus tersebut dipertahankan, paling tidak dalam waktu lima tahun mendatang. Dengan terpeliharanya jumlah kendaraan bus sebanyak 10 buah dalam waktu yang relatif lama maka pengusaha dapat memelihara kapasitas angkutnya seperti semula. Pengusaha dapat mempertahankan pangsa pasarnya dan memelihara kepuasan pelanggannya.

Tabel 11.5 Data Usia dan Keadaan Bus yang Dioperasikan

No. Urut	Jangkau Umur	Nilai Tengah	Jumlah Unit	Kondisi (%)
1	12 – 16 bulan	14 bulan	1 buah	92
2	17 – 21 bulan	19 bulan	2 buah	92
3	22 – 26 bulan	24 bulan	2 buah	60
4	27 – 31 bulan	29 bulan	3 buah	76
5	32 – 36 bulan	34 bulan	2 buah	80
Jumlah			10 buah	-

Diasumsikan, peluang untuk mengganti bus yang ada masing-masing selisihnya dengan kondisi baru (100%). Sehubungan dengan itu, maka peluang meremajakan masing-masing golongan usia adalah sebagai berikut.

Golongan ke-1	8%
Golongan ke-2	8%
Golongan ke-3	40%
Golongan ke-4	24%
Golongan ke-5	20%
Total	100%

Mungkin muncul pertanyaan, mengapa golongan usia ke-4 dan ke-5 memiliki peluang peremajaan yang lebih kecil dibandingkan dengan golongan usia ke-3, sedangkan yang dua terakhir lebih tua. Kendaraan golongan ke-4 dan ke-5 karena sudah diservis maka sebelumnya sudah melalui reparasi, baik bagian luar maupun mesinnya sehingga menjadi lebih mulus dan lebih layak-jalan. Oleh karena itu maka keharusan menggantinya menjadi tertunda. Sebaliknya, golongan ke-3, rata-rata usianya baru 2 tahun atau 24 bulan, masih tergolong relatif baru sehingga bagian luarnya maupun mesinnya belum pernah direparasi. Tetapi karena sudah dipergunakan selama dua tahun, kondisi ekonomisnya menjadi hanya 60%.

Pada umumnya, kendaraan yang dipakai dalam angkutan umum secara teoretis hanya layak secara ekonomi untuk operasi angkutan selama 5 tahun atau 60 bulan. Pengusaha bus ini juga dianggap memakai kriteria itu sebagai basis peremajaan armadanya.

Proses simulasi:

Aturan pelaksanaan simulasi adalah sebagai berikut.

- Jumlah bus yang beroperasi, paling tidak selama 60 bulan mendarang tetap 10 unit.
- Simulasi dilakukan dengan memakai bilangan acak dua digit.
- Dalam proses simulasi, bilangan acak yang dicabut dipandang sebagai kendaraan bus yang tiba di bendahara atau manajemen minta untuk diremajakan atau direparasi berat.
- Sehubungan dengan kriteria ke-1 dan ke-3 maka simulasi dilakukan untuk 10 sampel, dan tiap sampel memiliki ukuran sampai dicapai usia kumulatif 60 bulan.

Pelaksanaan simulasi sama saja proses dan langkah-langkahnya dengan yang telah dikemukakan pada contoh terdahulu. Mula-mula tentukan bilangan acak yang akan dipakai. Kemudian hitung distribusi frekuensi data untuk dasar mencari probabilita tiap kelas data. Selanjutnya, lakukan simulasi.

Tabel 11.6 Alokasi Bilangan Acak untuk Tiap Golongan Usia Bus

No.	Usia (Bulan)	Kondisi	Alokasi Bilangan Acak	Jangkau
1	14	92%	$8\% \times 100 = 8$	00 – 07
2	19	92%	$8\% \times 100 = 8$	08 – 15
3	24	60%	$40\% \times 100 = 40$	16 – 55
4	29	76%	$24\% \times 100 = 24$	56 – 79
5	34	80%	$20\% \times 100 = 20$	80 – 99

Sesudah menetapkan aturan main dan alokasi, serta jangkau bilangan acak yang terpakai dalam simulasi maka pensimulasian peremajaan bus dimaksud sudah dapat dilaksanakan. Bilangan acak yang digunakan ialah seperti yang disajikan dalam Tabel 11.7.

Tabel 11.7 Hasil Pelaksanaan Simulasi

No. Sampel	Penarikan Bilangan Acak			Usia Kumulatif			Kelebihan Usia
	1	2	3	1	2	3	
1	75	96	-	29	63	-	3
2	25	79	54	24	53	77	17
3	63	19	88	29	53	87	27
4	53	92	94	24	57	91	31
5	82	59	-	34	63	-	3
6	45	89	28	24	58	82	22
7	23	22	81	24	48	72	12
8	89	74	-	34	63	-	3
9	66	50	40	29	53	77	17
10	43	74	13	24	53	72	12
Jumlah				27 sampel			147 bulan

Hasil simulasi sebagai berikut.

Jumlah pengadaan	27 buah bus
Pengadaan awal	10 buah
Pengadaan untuk peremajaan	17 buah

Usia rata-rata pada akhir bulan ke-60 = $147 \text{ bulan}/10 = 14,7 \text{ bulan}$. Umur rata-rata tersebut menggambarkan bahwa bus perusahaan yang bersangkutan tergolong baru. Baru berumur satu tahun lebih. Kondisi ini lebih baik dibandingkan dengan posisi awalnya.

Penjelasan:

- Bilangan acak pertama yang ditarik adalah "75", ekuivalen dengan usia 29 bulan. Karena belum cukup 60 maka penarikan dilanjutkan, yaitu "96", ekuivalen dengan 34 bulan. Kumulatif menjadi $29 + 34 = 63$ bulan. Oleh karena sudah melebihi 60 bulan maka penarikan tidak dilakukan lagi. Kelebihan dari 60 bulan, yaitu $63 - 60 = 3$ bulan dan kelebihan usia itu dimasukkan ke kolom yang telah disediakan.
- Proses dilanjutkan ke sampel berikutnya, sampel yang kedua. Bilangan acak yang ditarik adalah "25" = 24 bulan. Berikutnya "79" = 29 bulan, jumlah 53 bulan. Berikutnya yang ditarik ialah "54" = 24 bulan, kumulatif menjadi 77 bulan. Kelebihan di atas 60 = 17 bulan, dan kelebihan ini dimasukkan ke kolom terakhir yang telah disediakan.
- Proses berikutnya, dilakukan simulasi yang sama dengan di atas.

Skedul pengadaan:

Untuk menentukan jadwal pengadaan maka usia kendaraan dari 1 bulan sampai 60 bulan diubah menjadi "00 - 59". Bilangan acak dari usia kendaraan dimaksud adalah sebagai berikut.

- Usia 0 -12 bulan, bilangan acaknya ialah 00 - 11.
- Usia 13 - 24 bulan, bilangan acaknya 12 - 23.
- Usia 25 - 36 bulan, bilangan acaknya ialah 24 - 35.
- Usia 37 - 48 bulan, bilangan acaknya 36 - 47.
- Usia 49 - 60 bulan, bilangan acaknya 48 - 59.

Selanjutnya diperiksa kolom "usia kumulatif" dari sampel pada Tabel 11.7. Tidak ada usia kumulatif antara 00 - 11, berarti pada tahun ke-1 tidak ada peremajaan kendaraan. Jadi pada tahun pertama tidak ada peremajaan.

- Untuk antara 12 – 23 juga tidak ada. Berarti pada **tahun kedua, juga tidak ada peremajaan.**
- Untuk antara 24 – 35 ada 10 buah, yaitu: 29, 24, 29, 24, 34, 24, 24, 34, 29 dan 24. Jadi, pada **tahun ketiga diperlukan 10 buah peremajaan.**
- Antara 36 - 47 juga tidak ada. Oleh karena itu, pada **tahun keempat tidak perlu melakukan peremajaan kendaraan.**
- Antara 48 – 59 ada 7 buah, yaitu 53, 53, 57, 58, 48, 53, dan 53. Dengan demikian **untuk tahun keempat ada 7 peremajaan.**

Dengan diketahuinya skedul peremajaan maka manajemen dapat menyusun anggaran peremajaan. Skedul peremajaan ialah berikut ini.

Tahun pertama	= tidak ada
Tahun kedua	= tidak ada
Tahun ketiga	= 10 buah
Tahun keempat	= tidak ada
Tahun kelima	= 7 buah

Jika harga 1 bus = Rp150 juta maka kebutuhan dana peremajaan sebagai berikut.

Tahun ke-1	nihil
Tahun ke-2	nihil
Tahun ke-3 = 10 x Rp150.000.000	Rp1.500.000.000
Tahun ke-4	nihil
Tahun ke-5 = 7 x Rp150.000.000	<u>Rp1.050.000.000</u>
Total kebutuhan dana	Rp2.550.000.000

Misalkan bus itu beroperasi 300 hari per tahun dan penghasilan bersih per bus per hari Rp200.000 atau Rp2.000.000 dari 10 bus per hari. Dalam satu tahun diperoleh penghasilan bersih = 300 hari x Rp2.000.000 = Rp600.000.000 per tahun. Selama lima tahun diharapkan memberikan penghasilan bersih sebesar Rp3.000.000.000. Soal layak dan tidak-layak dari investasi ini, tentu memerlukan evaluasi rencana investasi. Metode evaluasi yang lazim diterapkan dalam menilai kelayakan sebuah usulan proyek seperti *Net Present Value Methode*, *Payback Method*, *Internal Rate of Return* dan *Benefit Cost Ratio*.

3. Simulasi Layanan Kapal di Pelabuhan

Kapal laut yang menyinggahi sebuah pelabuhan memerlukan layanan bertahap ganda. Kapal yang tiba sesuai peraturan keselamatan pelayaran harus

membuang sauh di luar kolam pelabuhan. Selanjutnya, kapal akan diperiksa oleh tim dokter pelabuhan apakah kapal sehat atau tidak, menurut ketentuan karantina. Jika kapal dinyatakan sehat maka pandu bandar akan membawa kapal ke tempat sandar di dermaga yang ditunjuk direksi pelabuhan. Setelah sandar, kapal kemudian menaikkan dan menurunkan penumpang atau membongkar dan memuat barang muatan. Setidaknya layanan atas kapal yang masuk dan keluar pelabuhan akan menerima dua tahap pelayanan.

Sehubungan dengan hal itu maka di bawah ini dikemukakan simulasi atas layanan kedatangan dan layanan bongkar muat yang masuk ke pelabuhan, misalnya Pelabuhan Makassar. Dalam simulasi ini dianggap tidak terdapat kendala keterbatasan tenaga dokter pelabuhan, serta pandu bandar atau pandu laut. Dengan demikian, kapal yang tiba berkesempatan untuk mendapat layanan masuk bertambat di dermaga. Untuk melakukan simulasi, dipetik catatan kedatangan dan bongkar muat kapal selama 100 hari kalender. Data dimaksud merupakan data hipotetik disajikan pada Tabel 11.8.

Tabel 11.8 Kedatangan Kapal di Pelabuhan Makassar

No.Urut	Kedatangan Kapal (Unit per Hari)	Frekuensi (Hari)	Keterangan
1	0	5	
2	1	10	
3	2	15	
4	3	40	
5	4	20	
6	5	10	
Jumlah		100 hari	-

Kapal yang dilayani untuk melakukan bongkar muatan dalam periode yang sama diandaikan sama dengan data dalam Tabel 11.9.

Tabel 11.9 Kapal yang Melakukan Bongkar Muatan di Pelabuhan Makassar

No.Urut	Kedatangan Kapal (Unit per Hari)	Frekuensi (Hari)	Keterangan
1	1	5	
2	2	15	
3	3	35	
4	4	25	
5	5	20	
Jumlah		100 hari	-

Data menunjukkan bahwa pada periode pencatatan, kapal tidak ada yang datang atau tiba terjadi dalam waktu 5 hari. Pada saat yang sama, selalu ada kapal yang melakukan kegiatan bongkar muatan. Distribusi kedatangan dan pelayanan kapal untuk melaksanakan bongkar muatan disajikan dalam Tabel 11.10 dan Tabel 11.11.

Tabel 11.10 Distribusi Kedatangan Kapal di Pelabuhan Makassar

No.Urut	Kedatangan Kapal (Unit per Hari)	Frekuensi (Hari)	Distribusi	Distribusi Bilangan Acak
1	0	5	0.05	00 – 04
2	1	10	0.10	05 – 14
3	2	15	0.15	15 – 29
4	3	40	0.40	30 – 69
5	4	20	0.20	70 – 89
6	5	10	0.10	90 – 99
Jumlah		100 hari	1.00	-

Bilangan acak yang dipakai adalah bilangan acak dua digit. Jangkauan bilangan acak dimaksud adalah mulai dari 00 sampai 99. Distribusi dan alokasi bilangan acak disajikan dalam Tabel 11.11.

Tabel 11.11 Distribusi Kapal Bongkar Muatan di Pelabuhan Makassar

No.Urut	Kedatangan Kapal (Unit per Hari)	Frekuensi (Hari)	Distribusi	Distribusi Bilangan Acak
1	1	5	0.05	00 – 04
2	2	15	0.15	05 – 19
3	3	35	0.35	20 – 54
4	4	25	0.25	55 – 79
5	5	20	0.20	80 – 99
Jumlah		100 hari	1.00	-

Pelaksanaan simulasi dilakukan dengan memakai bilangan acak seperti tersebut dalam Gambar 11.2. Simulasi kedatangan kapal dilakukan dengan memakai baris pertama dan seterusnya, sedangkan layanan bongkar muat kapal memakai baris kesepuluh dan seterusnya. Sampel yang akan ditarik berjumlah 25 buah.

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	76	72	67	35	77	26	59	47	73	52	86	20	28	20	79
2	21	8	80	0	89	95	12	28	89	50	80	26	1	52	59
3	76	80	50	26	73	76	88	86	89	70	55	54	17	80	86
4	33	13	33	71	82	86	9	23	28	39	77	21	23	26	7
5	80	82	87	37	87	17	83	80	1	67	86	53	89	50	25
6	89	87	82	71	58	44	42	87	1	93	23	29	96	10	28
7	54	80	54	52	64	82	36	1	70	38	62	19	50	82	81
8	52	52	20	58	79	59	9	22	89	6	28	16	11	21	71
9	62	66	21	0	26	0	14	79	26	80	3	19	49	84	81
10	71	74	80	10	74	68	28	0	32	86	56	60	12	4	78
11	20	28	11	81	71	71	20	52	14	36	83	67	18	80	21
12	37	6	1	67	67	17	5	28	56	18	87	61	28	38	22
13	85	25	26	34	86	7	62	23	0	17	44	1	20	83	54
14	01	71	89	34	40	77	60	17	10	20	78	86	7	23	7
15	08	99	75	73	05	10	81	24	10	54	09	68	10	83	81
16	10	82	80	28	76	25	52	86	64	84	11	76	20	71	52
17	3	40	52	10	17	85	01	07	18	14	64	71	45	16	18
18	7	12	67	24	84	48	61	10	71	14	71	12	16	17	88
19	50	1	19	87	79	29	81	68	61	1	88	45	8	61	88
20	11	89	18	21	66	18	81	18	87	0	88	42	34	17	80

Gambar 11.2 Bilangan Acak Dua Digit. 00 – 99

Mula-mula ditarik bilangan acak sesuai skenario yang sudah ditetapkan, yaitu baris pertama untuk layanan kedatangan kapal. Bilangan acak yang ditarik sebanyak 25 buah, yaitu: 76, 72, 67, 35, 77,, 18, 98, dan 60. Lebih lanjut ditarik bilangan acak 25 buah pada baris kesepuluh, yaitu: 77, 74, 35, 50, 54,, 62, 24 dan 26. Selanjutnya, jumlah kapal yang tiba minta layanan diisi sesuai yang dilambangkan oleh bilangan acak yang ditarik. Angka 76 terletak antara 70 – 89, melambangkan 4 kapal yang tiba. Demikian juga angka berikutnya, 72 juga melambangkan 4 kapal yang tiba. Selanjutnya, 67 terletak diantara 30 – 69, melambangkan 3 kapal yang datang. Berikutnya 35 juga terletak di antara 30 – 69, melambangkan 3 kapal yang tiba. Kapal yang tiba tersebut dicatat pada kolom "kapal yang tiba". Hari ke-1, yang tiba 4, yang antre tidak ada sehingga jumlah kapal minta layanan sandar = $0 + 4 = 4$ unit. Kapal yang dilayani dilambangkan oleh angka 77, terletak antara 55 – 79, menunjukkan 4 unit yang dilayani. Ini berarti pada hari ke-1, tidak ada yang tidak dilayani.

Tabel 11.12 Simulasi Kapal Tiba, Terlayani, dan Antre Menunggu Layanan

Hari	Antre	Bilangan Acak	Kapal yang Tiba	Minta Layanan Sandar	Bilangan Acak	Mampu Dilayani	Tidak Terlayani
1	0	76	4	4	77	4	0
2	0	72	4	4	74	4	0
3	0	67	3	3	36	3	0
4	0	35	3	3	50	3	0
5	0	77	4	4	54	3	1
6	1	26	2	3	94	5	0
7	0	50	3	3	28	3	0
8	0	47	3	3	00	1	2
9	2	73	4	6	32	3	3
10	3	32	3	6	88	5	1
11	1	86	4	5	34	3	2
12	2	18	2	4	92	5	0
13	0	34	3	3	42	3	0
14	0	22	2	2	09	2	0
15	0	79	4	4	78	4	0
16	0	21	2	2	20	3	0
17	0	08	1	1	38	3	0
18	0	30	3	3	11	2	1
19	1	00	0	1	85	5	0
20	0	99	5	5	77	4	1
21	1	55	3	4	71	4	0
22	0	12	1	1	20	3	0
23	0	18	2	2	62	4	0
24	0	98	5	5	24	3	2
25	2	60	3	5	26	3	2
Total	13	-	73	86	-	85	15

Sehubungan dengan tidak adanya kapal yang tidak terlayani maka pada hari ke-2, kapal yang antre menunggu giliran pelayanan tidak ada ($= 0$). Kapal yang tiba pada hari ke-2 sebanyak 4 buah, yang antre tidak ada sehingga jumlah kapal yang minta layanan bongkar muat $= 4$ unit. Kapal yang dapat dilayani juga 4 unit sehingga yang tidak terlayani $= 0$. Oleh karena itu, kapal yang antre pada hari ke-3, juga 0. Selanjutnya, kapal yang tiba 3 unit, yang antre tidak ada sehingga yang butuh layanan $= 3$ unit. Simulasi pelayanan menghasilkan 3 unit yang terlayani sehingga yang tidak dilayani $= 0$, dan yang antre pada hari ke-4 $= 0$.

Berikutnya pada hari ke-5, yang tiba $= 4$ unit, yang terlayani $= 3$ unit, yang tidak terlayani $= 1$ unit sehingga unit yang antre pada hari ke-6 adalah 1 unit.

Kapal yang tiba 2 buah sehingga yang butuh pelayanan = $1 + 2 = 3$ unit. Kapal yang mampu dilayani 5 unit dan yang harus dilayani 3 unit sehingga tidak terlayani = 0, dan yang antri pada hari ke-7 = 0 unit. Demikian seterusnya sampai dengan hari yang ke-25.

Hasil simulasi menunjukkan jumlah yang antri selama 25 hari = 13 unit, atau rata-rata $13/25 = 0.52$ unit, atau sekitar 1 unit dalam 2 hari. Kapal yang tiba sebanyak 73 unit dan antri 13 unit, yang butuh layanan bongkar muat = 86 unit, atau rata-rata $86/25 = 3.44$ unit per hari. Kapal yang tiba per hari = $73/25 = 2.92$ unit. Kapal yang mampu dilayani rata-rata $85/25 = 3.40$ unit per hari. Lama kapal antri rata-rata = $25/13 = 1.92$ hari per unit. *Utilization rate* (r) = rata-rata kapal tiba atau rata-rata kapal yang dilayani per hari = $2.92/3.40 = 0.85$ dan peluang pelabuhan kosong (tidak ada kapal yang datang) hanya 0.15 atau 15 persen. Terlihat bahwa pelabuhan yang disimulasi tergolong pelabuhan yang ramai dikunjungi kapal-kapal. Terdapat peluang 85 persen selalu ada kapal yang tiba meminta layanan.

4. Simulasi Operasi Mobil Ambulans

Sebuah unit layanan kesehatan *emergency*, selain melakukan layanan kesehatan, juga memberikan layanan antar jemput dengan fasilitas ambulans. Berkenaan dengan itu, perlu menganalisis secara terpisah efektivitas layanan ambulans yang dimaksud. Operasi ambulans sangat dipengaruhi oleh jarak tempat tinggal pasien, kualitas jalan raya, dan kepadatan lalu lintas. Semua indikator tersebut menjadi penentu kelancaran operasi sebuah ambulans. Apabila operasinya terhambat, maka beberapa panggilan akan tertunda. Panggilan yang tertunda, dapat berakibat serius. Pasien kritis jika tertunda memberikan bantuan maka keselamatan pasien yang bersangkutan akan terancam. Itulah perlunya menjamin operasi ambulans tetap handal. Dengan demikian, ancaman yang akan terjadi pada pasien dapat diminimumkan. Berikut ini disajikan distribusi waktu antara panggilan untuk mendapatkan layanan dan waktu pelayanan.

Tabel 11.13 Distribusi Panggilan dan Layanan Ambulans

Selang Waktu (Menit)	Waktu antara Panggilan Pelayanan			Waktu Pemberian Layanan			
	fi	Per-sentasi	Alokasi Bilangan Acak	Selang Waktu (Menit)	fi	Per-sentase	Alokasi Bi-langan Acak
5	30	20.00	00 – 19	5	3	2.00	00 – 01
10	33	22.00	20 – 41	10	6	4.00	02 – 05
15	24	16.00	42 – 57	15	51	34.00	06 – 39
20	21	14.00	58 – 71	20	48	32.00	40 – 71
25	15	10.00	72 – 81	25	15	10.00	72 – 81
30	9	6.00	82 – 87	30	12	8.00	82 – 89
35	9	6.00	88 – 93	35	9	6.00	90 – 95
40	6	4.00	94 – 97	40	6	4.00	96 – 99
45	3	2.00	98 – 99	45	0	0.00	0
50	0	0.00	0	50	0	0.00	0
Total	150	100.00	-	-	150	100.00	-

Simulasi dilakukan dengan menggunakan daftar bilangan acak dimaksud dalam Tabel 11.13. Simulasi dilakukan sebanyak 25 sampel. Bilangan acak ditarik dari kolom 15 dan seterusnya dan ditarik mulai dari selang waktu panggilan, disusul dengan waktu pelayanan. Hasilnya disajikan dalam Tabel 11.14.

Tabel 11.14 Simulasi Pengoperasian Ambulans dari Unit Gawat Darurat

Hari	Bi-langan Acak	Pang-gilan yg tiba	Bi-langan Acak	Lama La-yanan	Tiba-nya Pang-gilan	Mulai Pela-yanan	La-yanan Selesai	Pasien Me-nunggu	Am-bu-lans Idle
1	79	25	16	15	0	0	15	0	0
2	36	10	07	15	10	15	30	5	0
3	25	10	16	15	20	30	45	5	0
4	83	30	11	15	50	50	65	0	5
5	61	20	78	25	70	70	95	0	5
6	31	10	32	15	80	95	110	15	0
7	54	15	07	15	95	110	125	15	0
8	82	30	52	20	125	125	145	0	0
9	24	10	88	30	135	145	175	10	0
10	99	45	40	20	180	180	200	0	5
11	22	10	10	15	190	200	215	10	0
12	40	10	20	15	200	215	230	15	0
13	50	15	33	15	215	230	245	15	0
14	82	30	21	15	245	245	260	0	0
15	67	20	09	15	265	265	280	0	0

(berlanjut)

Hari	Bi- langan Acak	Pang- gilan yg tiba	Bi- langan Acak	Lama La- yanan	Tiba- nya Pang- gilan	Mulai Pela- yanan	Lay- anan Selesai	Pasien Me- nunggu	Am- bu- lans <i>Idle</i>
16	40	10	96	40	275	280	320	5	0
17	82	30	22	15	305	320	335	15	0
18	83	30	75	25	335	335	360	0	0
19	16	5	10	15	340	360	375	20	0
20	61	20	67	20	360	375	395	15	0
21	24	10	01	5	370	395	400	25	0
22	17	5	11	15	375	400	415	25	0
23	88	35	96	40	410	415	455	5	0
24	36	10	61	20	420	455	475	35	0
25	69	20	42	20	440	475	495	35	0
Total	-	465	-	475	-	-	-	270	15

Berdasarkan hasil simulasi ambulans ini dapat ditarik simpulan berikut.

- Jumlah waktu tibanya panggilan adalah 465 menit. Akan tetapi, untuk panggilan pertama pada menit ke-25, dalam simulasi dinyatakan tiba pada waktu ke-0 sehingga dalam simulasi, waktu tibanya panggilan hanya 440 menit. Rata-rata selang waktu tibanya panggilan pasien (yang sebenarnya) adalah 18,6, dibulatkan menjadi 19 menit.
- Waktu layanan untuk 25 panggilan ambulans adalah 475 menit sehingga rata-rata per pelayanan = 19 menit. Hampir sama dengan selang waktu tibanya panggilan.
- Waktu menunggu pasien 270 menit dan pasien yang menunggu sebanyak 17 orang.
- Panggilan pasien yang tertunda mencapai 68 persen (17 dari 25 orang).
- Rata-rata lama pasien menunggu adalah 15,88 atau dibulatkan 16 menit. Waktu menunggu terlama adalah 35 menit dan minimal 5 menit.
- Ambulans hanya mengalami *idle* sebanyak tiga kali (12 persen, selalu melayani panggilan 88 persen) dengan lama 15 menit. Rata-rata waktu *idle* hanya 5 menit.
- Oleh karena selang waktu tibanya panggilan pasien cukup rapat, yaitu tiap 19 menit dan waktu menunggu rata-rata 16 menit, dan terjadi sebanyak 88 persen. Dengan demikian, dalam usaha memuaskan pelayanan pasien dan menghindari risiko yang bakal terjadi, direkomendasikan agar UGD menambah ambulansnya menjadi 2 buah.

A. PENGERTIAN PEMBEBANAN

Chase dan Aquilano (2009:632) menyatakan bahwa *assignment method* (metode pembebanan atau penugasan) adalah tipe khusus dari metode transportasi pemrograman linear. Metode ini dapat diterapkan pada situasi yang terdapat n -sumber pemasok dan n -permintaan pengguna (seperti lima pekerjaan yang akan dibebankan pada lima mesin), dan tujuannya adalah untuk meminimalkan atau memaksimalkan beberapa ukuran efektivitas. Hampir serupa dengan pengertian tersebut, Heizer dan Render (2008:609) menyatakan bahwa *assignment method* (metode pembebanan atau penugasan) adalah suatu tipe khusus program linear yang berkenaan dengan pembebanan tugas atau pekerjaan ke sumber daya. Sumber daya ini memiliki makna, baik dalam bentuk tenaga kerja manusia, peralatan kerja, atau mesin maupun lokasi.

Dalam *Business Dictionary* dikenal beberapa istilah, antara lain *assignment analysis* dan *assignment method*. *Assignment analysis* didefinisikan sebagai aktivitas menentukan pembebanan tugas kepada mesin atau pekerja, dengan tujuan meminimalkan biaya penugasan atau pembebanan tugas tersebut dengan memakai metode penugasan mesin pusat kerja (*work centre*). Sedangkan *assignment method* adalah metode mengevaluasi pembebanan pekerjaan profesional atau pekerjaan teknis, dan tugas pekerjaan dinilai sesuai dengan faktor-faktor penentu seperti kompleksitas dan persyaratan lainnya, seperti tingkat pengetahuan dan tingkat keterampilan yang dibutuhkan dari pemangku tugas. Selanjutnya, dalam Arthur V. Hill (2012:30)

disebutkan *assignment problem* adalah suatu pemrograman matematik dari penyelarasan atas sekelompok *item* (misalnya: pekerjaan, truk, dan lain-lain) dengan sekelompok sasaran yang lain (misalnya: mesin, kota, dan lain-lain) dalam usaha meminimumkan biaya total pembebanan. Hampir senada dengan pengertian ini, dalam *APICS Dictionary* (2012:5) menyebutkan bahwa *assignment* memiliki kesamaan makna dengan *allocation*. *Allocation* adalah suatu proses yang digunakan untuk membagikan atau mendistribusikan bahan (*material*) untuk memenuhi pemasokan dengan segera.

Berdasarkan beberapa pengertian yang telah dikemukakan maka dapat dirumuskan bahwa metode pembebanan atau penugasan adalah suatu bentuk metode khusus dari program linear, yang diterapkan untuk menentukan siapa melakukan apa atau memikul pelaksanaan apa, dari kasus n -tugas dan n -mesin atau petugas, dengan tujuan meminimumkan biaya atau memaksimumkan manfaat dari penugasan dimaksud. Sehubungan dengan itu, metode ini lazim disebut penjadwalan untuk N/N .

Jika terdapat n -tugas akan dibebankan kepada n -stasiun kerja, atau n -mesin pada n -lokasi, atau n -pejabat kepada n -posisi maka pengalokasiannya dapat dilakukan dengan mempergunakan *algorithm assignment method* atau *Flood Algorithm*, atau lazim juga disebut *Hungarian Method*. Terlepas dari penamaan dimaksud, metode ini bertujuan untuk menentukan alokasi tugas (menentukan *loading*). *Assignment method* ini merupakan suatu metode yang berguna untuk menentukan alokasi n -beban tugas kepada n -stasiun kerja agar dicapai hasil yang optimum. Aplikasi dapat dilakukan untuk meminimumkan biaya pembebanan, dan dapat pula untuk memaksimumkan kontribusi.

B. APLIKASI PEMBEBANAN UNTUK MINIMALISASI BIAYA

Dalam hal ini, n -tugas atau proses pengerjaan yang akan dibebankan kepada n -mesin atau n -pekerja atau n -stasiun kerja, untuk mencapai biaya alokasi tugas yang minimum. Biaya alokasi tugas ini dapat diukur dalam dua ukuran, yaitu: (1) biaya unit pengerjaan, atau (2) waktu pengerjaan yang dibutuhkan.

Sehubungan dengan itu maka perlu menempuh proses aplikasi berikut ini.

1. Identifikasi biaya minimum atau waktu pengerjaan minimum pada setiap baris, kemudian kurangi angka biaya atau waktu pengerjaan yang ada dengan minimum baris tersebut.

2. Periksa kolom. Jika ada kolom yang belum memiliki *cell* "NOL", pilih minimum kolom yang bersangkutan dan kurangkan nilai minimum tersebut dengan angka kolom lainnya seperti pada proses (1) di atas. Sampai pada tahap ini maka setiap baris dan kolom akan memiliki minimal satu *cell* "NOL".
3. Buat garis yang menghubungkan semua *cell* "NOL" baik pada baris maupun kolom, dimulai dari baris atau kolom yang memiliki *cell* "NOL" terbanyak.
4. Syarat optimum dicapai jika jumlah garis penghubung *cell* nol sudah sama dengan N .
5. Alokasikan tugas dilakukan sesuai baris, dimulai dari baris dengan jumlah *cell* "NOL" yang paling sedikit. Proses ini diulangi sampai semua tugas pekerjaan sudah teralokasikan pada semua stasiun kerja atau pekerja yang ada. Hitung biaya atau waktu alokasi.

1. Kasus Pemilihan Lokasi

Andaikan seorang manajer operasi menghadapi masalah pengalokasian n -mesin pabrik di n -alternatif lokasi yang sesuai. Jumlah mesin yang akan ditetapkan lokasinya sebanyak lima buah, dan alternatif lokasi yang tersedia untuk dipertimbangkan juga lima kota atau daerah. Manajer ingin mendapatkan informasi tentang mesin apa untuk dilokasikan di mana sehingga biaya satuan pengerjaan produk adalah minimum. Untuk keperluan itu, manajer melakukan pembebanan dengan cara *trial and error*. Distribusi biaya satuan penyelesaian produk dimaksud disajikan dalam matriks pembebanan dalam Tabel 12.1. Matriks biaya pengerjaan kepada masing-masing mesin seperti tersebut pada Tabel 12.1 dinyatakan dalam ribuan rupiah. Dalam hal ini, jika mesin ke-1 ditetapkan lokasinya di A, akan menyerap biaya Rp100.000, jika ditetapkan lokasinya di B akan menyerap biaya Rp200.000, jika di lokasikan di C akan menyerap biaya Rp350.000, dan jika di D akan menyerap biaya Rp500.000. Akan tetapi, jika mesin ke-1 ini di tetapkan lokasinya di E akan menyerap biaya Rp1.000.000. Demikian seterusnya untuk mesin ke-2, ke-3, ke-4 dan ke-5. Sehubungan dengan itu, Anda diminta menetapkan lokasi mesin pabrik tersebut agar biaya pengerjaannya minimum.

Tabel 12.1 Daftar Mesin dan Biaya Pengerjaan pada Setiap Mesin di Lokasi yang Dipertimbangkan

Mesin Pabrik	Biaya Pengerjaan Produk per Unit di Lokasi Alternatif (Rp'000)				
	A	B	C	D	E
1	100	200	350	500	1.000
2	400	450	150	250	800
3	500	520	270	170	500
4	1.100	1.200	750	550	200
5	100	450	270	170	200

Dalam Tabel 12.1, angka biaya pengerjaan minimum setiap mesin dan lokasi dicetak dengan warna merah. Angka inilah yang dikurangkan pada angka lainnya pada baris yang bersangkutan. Hasil pengurangan dipindahkan ke tabel analisis berikutnya dan hasilnya disajikan pada Tabel 12.2.

Tabel 12.2 Operasi Pertama: Mengurangkan Biaya Minimum Menurut Baris Masing-Masing Alternatif Mesin-Lokasi

Mesin Pabrik	Biaya Pengerjaan Unit di Tiap Lokasi Alternatif (Rp'000)				
	A	B	C	D	E
1	0	100	250	400	900
2	250	300	0	100	650
3	330	350	100	0	330
4	900	1.000	550	350	0
5	0	350	170	70	100

Pada operasi pertama ini, kolom B merupakan kolom tanpa cell "NOL". Minimum kolom ialah "100" sehingga semua unsur kolom D dikurangi dengan 100 kemudian dipindahkan ke matriks pemecahan berikutnya. Kolom lainnya karena telah memiliki cell nol, langsung dipindahkan dengan nilai yang tetap sama. Proses pemindahan nilai-nilai matriks analisis ini ke matriks analisis berikutnya sebaiknya dilakukan secara kolom demi kolom. Hasilnya disajikan dalam matriks berikut.

Tabel 12.3 Operasi Kedua: Mencari Cell Nol pada Kolom B

Mesin Pabrik	Biaya Pengerjaan Unit di Tiap Lokasi Alternatif (Rp'000)				
	A	B	C	D	E
1	0	0	250	400	900
2	250	200	0	100	650
3	330	250	100	0	330
4	900	900	550	350	0
5	0	250	170	70	100

Memerhatikan angka-angka pada Tabel 12.3, semua baris dan kolom sudah memiliki cell 0. Dengan demikian, proses pemecahan sudah tiba pada tahap pemilihan alternatif. Pemilihan dilakukan dengan menghubungkan cell 0 dimulai pada 0 yang terbanyak.

Operasi menghubungkan cell 0 dapat dilihat pada Tabel 12.4 (lihat halaman 286). Terlihat bahwa baris ke-1 dan kolom A memiliki cell 0 terbanyak, yaitu 2 buah. Dalam contoh, dipilih baris ke-1. Mencari jumlah cell 0 dilanjutkan, semuanya memiliki nilai yang sama, yaitu 1. Untuk itu, boleh memilih baris dan kolom mana saja karena nilainya sama. Untuk contoh ini, dipilih kolom A. Proses yang sama dilanjutkan. Untuk yang ketiga ini, dipilih kolom E, selanjutnya baris ke-3 dan terakhir kolom C.

Jumlah garis yang dibuat adalah 5 buah. Nilai ini sama dengan jumlah mesin dan lokasi alternatif. Hal ini berarti bahwa operasi sudah tiba pada tahap optimal dan dilanjutkan dengan pengambilan keputusan. Pengambilan keputusan dilakukan dengan memerhatikan jumlah cell 0 pada tiap baris. Alokasi dilakukan pada 0 paling sedikit, yaitu 1.

Tabel 12.4 Operasi Menetapkan Lokasi Mesin pada Biaya yang Minimum

Mesin Pabrik	Biaya Unit Pengerjaan pada Mesin-Lokasi (Rp'000)					Jumlah Sel Nol
	A	B	C	D	E	
1	0	0	250	400	900	2, (a)
2	250	200	0	100	650	1
3	330	250	100	0	330	1, (d)
4	900	900	550	350	0	1
5	0	250	170	70	100	1,1 x
Sel Nol	2,1 (b)	1X	1,1,1 (e)	1,1,1	1,1,1 (c)	

Baris yang memiliki *cell* nol terbanyak ialah baris ke-1 dengan 2 *cell* nol. Baris lainnya sama, yaitu 1 *cell* nol. Untuk ini, pilihan dilakukan dengan menetapkan lokasi mesin ke-2, yaitu pada kolom C. Berarti mesin ke-2 ditempatkan lokasinya di C. Pada tahap berikutnya, kolom C dikecualikan dari pemilihan. Mesin ke-1 tetap *cell* 0 = 2, lainnya masing-masing 1. Dipilih mesin ke-3, dengan lokasi di D. Mesin ke-4 dengan lokasi di E dan Mesin ke-5 di A. Terakhir mesin ke-1 di B.

Tabel 12.5 Daftar Keterangan Mesin Pabrik

No	Mesin Pabrik	Lokasi	Biaya unit (Rp)
1	2	C	150.000
2	3	D	170.000
3	4	E	200.000
4	5	A	100.000
5	1	B	200.000

Jumlah biaya pengerjaan per unit produk adalah Rp820.000 dan nilai ini tidak sama dengan jumlah minimum pada Tabel 12.1. Jumlah minimum di Tabel 12.1 adalah Rp720.000. Kenaikan biaya terjadi oleh karena mesin ke-1 memiliki minimum di lokasi A. Mesin ke-1 tidak jadi dilokasikan di A, karena A sudah dipilih untuk mesin ke-5. Pergeseran dari A ke B berakibat terjadinya pergeseran biaya dari Rp100.000 ke Rp200.000. Terjadi *opportunity cost* Rp100.000 (= Rp200.000 – Rp100.000). *Opportunity cost* dapat juga dicari dari Tabel 12.2 (lihat halaman 284), serta untuk memenuhi adanya *cell* 0 untuk

semua baris dan kolom maka di kolom B yang belum memiliki cell 0, harus dikurangi Rp100.000 untuk dipindahkan ke Tabel 12.3.

Untuk mendapatkan data perbandingan maka kasus di atas dianalisis dengan *Excel OM-for-Windows*. Hasil analisis dengan *Excel OM-for-Windows* disajikan dalam Gambar 12.1.

The screenshot shows the 'Assignment' window in Excel OM-for-Windows. It contains two tables and a total cost field.

Costs

	Lokasi A	Lokasi B	Lokasi C	Lokasi D	Lokasi E
Mesin 1	200	400	300	100	500
Mesin 2	400	300	100	200	300
Mesin 3	300	300	200	200	300
Mesin 4	100	200	100	100	200
Mesin 5	200	300	200	100	200

Assignments

	Lokasi A	Lokasi B	Lokasi C	Lokasi D	Lokasi E	Row Total
Mesin 1		1				1
Mesin 2			1			1
Mesin 3				1		1
Mesin 4					1	1
Mesin 5	1					1
Column Total	1	1	1	1	1	5

Total Cost: 800

Gambar 12.1 Pemecahan Mesin-Lokasi dengan *Excel OM-for-Windows*

Hasil pemecahan dengan *Excel OM-for-Windows* sama dengan pemecahan secara manual. Biaya hasil alokasi juga sama, yaitu jumlah biaya unit adalah Rp820.000. Hanya saja, pemecahan dengan memakai perangkat lunak lebih cepat, lebih mudah, dan proses lebih singkat.

2. Kasus Penetapan Pejabat di Alternatif Jabatan

Misalkan sebuah organisasi ingin mengisi 5 jabatan yang saat ini kosong karena pejabatnya ada yang dimutasi dan dipromosi. Untuk itu, bagian HRD mempertimbangkan 5 orang yang akan mengisi jabatan dimaksud. Kriteria keputusan didasarkan pada kinerja mereka untuk menyelesaikan tugas yang ada dalam waktu yang paling cepat.

Hasil pengamatan untuk menyelesaikan tugas dinyatakan dalam jam disajikan dalam Tabel 12.6. Berdasarkan waktu-waktu penyelesaian tugas dimaksud, Anda diminta untuk melakukan alokasi dengan menggunakan metode *assignment*.

Tabel 12.6 Daftar Pejabat dan Lama Pengerjaan pada Setiap Jabatan yang Dipertimbangkan

Pegawai yang Dipertimbangkan	Jabatan yang akan Diisi				
	Waktu Penyelesaian (dalam Jam)				
	A	B	C	D	E
1	5	6	4	8	(3)
2	6	(4)	9	8	5
3	4	3	(2)	5	4
4	7	(2)	4	5	3
5	(3)	6	4	5	5

Sama dengan proses dalam contoh yang lalu, pada tiap baris dicari nilai minimumnya (dalam hal ini, yang paling cepat selesai). Pada Tabel 12.7 minimum baris dicetak dengan warna merah dan ditempatkan dalam kurung. Setelah itu, tiap baris dikurangi dengan minimumnya. Selisihnya itu menunjukkan *opportunity cost*.

Hasil operasi tahap pertama ini disajikan dalam Tabel 12.7. Kembali harus memeriksa setiap kolom, apakah masih ada yang tidak memiliki *cell* 0. Ternyata ada satu kolom yang tidak memenuhi, yaitu kolom D. Untuk itu, di kolom D harus dicari minimumnya, yaitu 2. Semua elemen kolom, dikurangi dengan minimumnya tersebut. Dari hasil operasi dimaksud, kemudian dipindahkan ke Tabel 12.8, serta pada Tabel 12.9 ini, semua baris dan kolom sudah memiliki *cell* 0.

Tabel 12.7 Operasi Pertama: Nilai Baris Dikurangi Minimumnya

Pegawai yang Dipertimbangkan	Jabatan yang akan Diisi				
	Waktu Penyelesaian (dalam Jam)				
	A	B	C	D	E
1	2	3	1	5	(0)
2	2	(0)	5	4	1
3	2	1	(0)	3	2
4	5	(0)	2	3	1
5	(0)	3	1	[2]	2

Sehubungan dengan kasus di atas maka pemindahan ke tabel analisis dilakukan dengan memindahkan elemen menurut kolom. Dalam hal ini, elemen kolom D lebih dahulu dikurangi dengan 2, baru kemudian dipindahkan. Hasilnya disajikan dalam Tabel 12.8.

Tabel 12.8 Operasi Kedua: Pemindahan Menurut Kolom, Kolom D Dikurangi dengan Minimumnya

Pegawai yang Dipertimbangkan	Jabatan yang akan Diisi Waktu Penyelesaian (dalam Jam)				
	A	B	C	D	E
1	2	3	1	3	(0)
2	2	(0)	5	2	1
3	2	1	(0)	1	2
4	5	(0)	2	1	1
5	(0)	3	1	[0]	2

Pada tahap ini, semua baris dan kolom sudah memiliki *cell* 0. Oleh karena itu, proses berikutnya ialah menghubungkan elemen baris dan kolom dimulai pada baris atau kolom dengan *cell* 0 yang paling banyak. Operasinya ditunjukkan pada Tabel 12.9.

Tabel 12.9 Operasi Penentuan Jabatan dari Calon Pejabat pada Waktu Penyelesaian Tugas yang Tercepat

Dari \ Ke	A	B	C	D	E	
1	2	3	1	3	0	1,1,1
2	2	0	5	2	1	1, x
3	2	1	0	1	2	1,1,1(d)
4	5	0	2	1	1	1, x
5	0	3	1	0	2	2, 2(b)
	1,1x	2, (a)x	1,1,1	1,1, x	1,1,1 (c)	

Dalam Tabel 12.9 terdapat unsur 0 terbanyak adalah 2, yaitu baris 5 dan kolom B. Misalnya, dipilih kolom B. Di belakang angka 2 ditulis (a), untuk menandai sebagai pilihan pertama. Kemudian dilanjutkan menghitung *cell* 0 untuk baris dan kolom. Pada tahap kedua ini, yang terbanyak ialah 2 pada baris ke-5 dan diberi indeks (b). Pada tahapan berikutnya, semua baris dan kolom yang belum tergaris memiliki *cell* 0 yang sama, yaitu 1. Dalam contoh, dipilih kolom E dan diberi indeks (c). *Cell* 0 yang belum tergaris ialah kolom C dan baris ke-3. Dalam contoh, dipilih baris ke-3. Sampai tahapan ini, semua *cell* 0 sudah tergaris. Jumlah garis yang ada 4, dan $n = 5$. Hal ini

berarti bahwa proses pemecahan belum sampai pada tahap optimal. Operasi harus dilanjutkan dengan cara memindahkan data Tabel 12.9 ke Tabel 12.10. Pemindahan dilakukan dengan cara berikut.

- Untuk angka-angka yang tergaris biasa, bukan posisi silang, langsung dipindahkan tanpa mengurangi atau menambahkan suatu angka.
- Untuk angka-angka yang tidak tergaris, cari minimumnya. Semua angka yang tidak tergaris, dikurangi dengan minimum tersebut. Dalam contoh di Tabel 12.9, minimumnya ialah 1.
- Untuk angka-angka yang tergaris dan di posisi silang, ditambah dengan minimum, dalam hal ini ialah 1.

Sesuai dengan prosedur tersebut maka terbentuklah matriks analisis baru seperti yang disajikan dalam Tabel 12.10(a).

Tabel 12.10 (a) Modifikasi Operasi Penentuan Jabatan dari Calon Pejabat pada Waktu Penyelesaian Tugas yang Tercepat

Pegawai yang dipertimbangkan	Jabatan yang akan diisi Waktu penyelesaian (dalam jam)					Jumlah Sel Nol
	A	B	C	D	E	
1	2-1	3	1-1	3-1	0	
2	2-1	0	5-1	2-1	1	
3	2	1+1	0	1	2+1	
4	5-1	0	2-1	1-1	1	
5	0	3+1	1	0	2+1	
Sel Nol						

Nilai-nilai yang ada di Tabel 12.10(a) diselesaikan dan diperoleh nilai yang baru seperti yang ada pada Tabel 12.10(b). Untuk memudahkan mengidentifikasi kategori setiap angka yang ada dalam Tabel 12.10(a) maka untuk yang tergaris biasa diberi warna biru muda dan yang diposisi silang diberi warna krem. Lainnya yang tidak tergaris tetap warna putih. Pemindahan angka yang ada dalam Tabel 12.10(a) adalah seperti yang disajikan dalam Tabel 12.10(b).

Tabel 12.10 (b) Modifikasi Operasi Penentuan Jabatan dari Calon Pejabat pada Waktu Penyelesaian Tugas yang Tercepat

Pegawai yang dipertimbangkan	Jabatan yang akan diisi Waktu penyelesaian (dalam jam)					Jumlah Sel Nol
	A	B	C	D	E	
1	1	3	0	2	0	2(a)
2	1	0	4	1	1	1
3	2	2	0	1	3	1
4	4	0	1	0	1	2,2,1,(e)
5	0	4	1	0	3	2(b)
Sel Nol	1,1,x	2,2,2(c)	2,1,1(d)	2,2,1	1,x	

Sama dengan proses sebelumnya maka *cell* 0 pada baris dan kolom dihitung dan dicatat pada tempat yang disediakan pada baris dan kolom. *Cell* 0 terbanyak adalah 2, yaitu pada baris ke-1, baris ke-4, baris ke-5, kolom B, kolom C, dan kolom D. Dalam contoh, dipilih baris ke-1. Berikutnya dilakukan perhitungan *cell* 0 seperti sebelumnya. Terbanyak adalah 2, yaitu di baris ke-4, baris ke-5, kolom B, dan kolom D. Lainnya 1 atau sudah tergaris. Misalnya dipilih baris ke-5. Dengan cara yang sama, kemudian dipilih kolom B, kemudian kolom C, dan terakhir baris ke-4. Pada tahapan ini, semua *cell* 0 sudah tergaris dan jumlah garis yang dibuat adalah 5, sudah sama dengan n . Berarti, proses sudah optimal. Tabel yang dihasilkan sudah dapat dipakai untuk membuat keputusan.

Keputusan harus dilakukan pada baris yang memiliki paling sedikit *cell* 0. Dalam hal ini ialah baris ke-2 dan baris ke-3, masing-masing 1. Dengan demikian alokasi dilakukan pertama kali pada baris ke-2 dengan posisi pada B. Selanjutnya baris ke-3 dengan posisi C. Pada tahap ini, baris ke-1 dan ke-4 memiliki masing-masing 1 *cell* 0. Alokasi pada baris ke-1 dengan posisi pada E, kemudian baris ke-4 pada posisi D. Terakhir baris ke-5 pada posisi A. Keputusan yang diambil sesuai Tabel 12.11 di bawah lengkap dengan waktunya.

Tabel 12.11 Lama Pengerjaan Tugas

No	Pegawai	Posisi yang diisi	Lama pengerjaan
1	2	B	4 jam
2	3	C	2 jam
3	1	E	3 jam
4	4	D	5 jam
5	5	A	3 jam
Jumlah			17 jam

Jumlah waktu pengerjaan tugas oleh kelima pegawai yang dipertimbangkan adalah 17 jam. Jumlah minimum kasus ini adalah 14 jam. Berarti terjadi biaya oportunitas selama 3 jam. Biaya ini dapat dicari dengan dua cara, yaitu: (a) mengamati hasil penugasan dan membandingkannya. Pegawai yang mendapat posisi bukan pada minimum waktu penyelesaian tugas ialah pegawai ke-4 diposisikan di D, waktu 5 jam. Minimumnya adalah 2 jam di B. Akan tetapi, posisi B ditempati oleh pegawai ke-2. Biaya oportunitas = 5 jam - 2 jam = 3 jam, dan (b) menjumlahkan angka pengurang untuk mencapai tabel optimum seperti pada Tabel 12.10(b), yaitu pengurangan kolom D agar memiliki cell 0 ialah 2 dan untuk mendapatkan Tabel 12.10(b), pengurangan yang terjadi ialah 1. Jumlah 2 + 1 = 3.

Kegiatan pengalokasian di atas dapat pula dicari dengan mempergunakan perangkat lunak *Excel OM-for-Windows*. Hasil analisis disajikan dalam Gambar 12.2 berikut. Hasil pemecahan dengan *Excel OM-for-Windows* persis sama dengan pemecahan secara manual. Untuk itu, penjelasannya tidak diulang lagi.

The screenshot shows the following data tables within the software interface:

Task	Posisi A	Posisi B	Posisi C	Posisi D	Posisi E
Pegawai 1	0	0	0	0	3
Pegawai 2	0	0	0	0	5
Pegawai 3	4	0	2	0	4
Pegawai 4	7	2	4	0	4
Pegawai 5	3	0	0	0	0

	Posisi A	Posisi B	Posisi C	Posisi D	Posisi E	Row Total
Pegawai 1					3	3
Pegawai 2		5				5
Pegawai 3			2			2
Pegawai 4	3			2		5
Pegawai 5	0					0
Column Total	3	5	2	2	3	17

Total Working Time: 17 hours

Gambar 12.2 Pemecahan Posisi dengan *Excel OM-for-Windows*

3. Aplikasi pada Penentuan Pemangku Tugas

Metode *assignment* ini dapat pula dipakai untuk menentukan jenis pekerjaan atau penugasan yang harus dilakukan oleh pegawai tertentu yang sudah dipertimbangkan. Misalnya, di sebuah perusahaan perbankan terdapat 6 pegawai *frontliner* yang akan ditentukan penugasannya. Masing-masing pegawai akan ditugaskan menangani tugas pelayanan nasabah di loket tertentu. Pegawai tersebut ialah: Ali, Ana, Baba, Caca, Desi dan Didi. Biaya per nasabah yang dilayani disajikan dalam Tabel 12.12.

Perbedaan biaya terjadi karena berbedanya kecepatan mereka melayani nasabah yang tiba meminta pelayanan. Sehubungan dengan itu, pihak manajemen memiliki kesempatan untuk menilai efisiensi dan efektivitas kerja segenap tenaga *frontliner* di unit kerjanya. Melalui evaluasi tersebut, penempatan mereka akan optimal. Sehubungan dengan itu, pembaca dapat turut berpartisipasi dalam analisis dimaksud. Peran serta pembaca ialah dalam bentuk analisis penempatan pegawai (*placement analysis*) melalui aplikasi *assignment method*.

Tabel 12.12 Matriks Biaya Pemberian Layanan Nasabah oleh *Frontliner* Bank XYZ

	Biaya Dinyatakan dalam Rp					
	Loket 1	Loket 2	Loket 3	Loket 4	Loket 5	Loket 6
Ana	4.250	5.325	4.375	6.600	3.375	6.050
Caca	5.500	7.125	4.850	4.275	5.100	6.600
Desi	6.000	6.750	4.375	6.600	4.950	4.950
Didi	6.500	8.250	4.750	7.500	5.850	4.200
Baba	3.150	7.875	4.550	5.400	4.850	6.325

Seperti pada pemecahan sebelumnya, mula-mula dicari minimum tiap baris. Kemudian seluruh elemen baris dikurangi dengan minimumnya tersebut. Selanjutnya, periksa kolom, apakah sudah memiliki *cell* 0. Jika belum, cari minimum kolom yang bersangkutan dan elemen kolom dikurangi dengan minimumnya. Sesudah itu, nilai-nilai dipindahkan ke matriks berikutnya menurut kolom. Hasilnya disajikan dalam Tabel 12.13.

Tabel 12.13 Matriks *Opportunity Cost* Pemberian Layanan Nasabah oleh *Frontliner* Bank XYZ

	Biaya Dinyatakan dalam Rp					
	Loket 1	Loket 2	Loket 3	Loket 4	Loket 5	Loket 6
Ali	1.500	4.000	0	2.500	1.000	2.000
Ana	875	1.950	1.000	3.225	0	2.675
Caca	1.225	2.850	575	0	825	2.325
Desi	1.625	2.375	0	2.225	575	575
Didi	2.300	4.050	550	3.300	1.650	0
Baba	0	4.725	1.400	2.250	1.700	3.175

Ternyata sampai pada tahap penyelesaian ini, masih ada kolom yang tidak memiliki *cell* 0. Pada Tabel 12.13 terlihat bahwa kolom loket-2, belum memiliki *cell* 0. Minimum kolom yang bersangkutan ialah 1.950. Dikaitkan dengan proses pemecahan *assignment method* ini maka angka-angka dipindahkan ke tabel analisis berikutnya menurut kolom. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 12.13. Dalam Tabel 12.14 terlihat bahwa semua baris dan kolom sudah memiliki *cell* 0. Oleh karena itu, proses pemecahan sudah dapat dilakukan pada tabel yang bersangkutan.

Tabel 12.14 Matriks *Opportunity Cost* Pemberian Layanan Nasabah oleh *Frontliner* di Bank XYZ

	Biaya Dinyatakan dalam Rp					
	Loket 1	Loket 2	Loket 3	Loket 4	Loket 5	Loket 6
Ali	1.500	2.050	0	2.500	1.000	2.000
Ana	875	0	1.000	3.225	0	2.675
Caca	1.225	900	575	0	825	2.325
Desi	1.625	425	0	2.225	575	575
Didi	2.300	2.100	550	3.300	1.650	0
Baba	0	2.775	1.400	2.250	1.700	3.175

Tabel 12.14 memperlihatkan bahwa semua baris dan kolom sudah memiliki *cell* 0. Dengan demikian, Tabel 12.14 sudah memenuhi syarat untuk menjadi landasan pemecahan penugasan dimaksud. Operasi pemecahan disajikan dalam Tabel 12.15a.

Tabel 12.15a Operasi Pemecahan Penunjukan Tugas *Frontliner*

	Loket-1	Loket-2	Loket-3	Loket-4	Loket-5	Loket-6	
Ali	1,500	2,050	0	2,500	1,000	2,000	1,x
Ana	875	0	1,000	3,225	0	2,675	2,2(b)x
Caca	1,255	900	575	0	825	2,325	1,1,1,1(d)
Desi	1,625	425	0	2,250	575	575	1,x
Didi	2,300	2,100	550	3,300	1,650	1,0	1,1,1,1(e)
Bab	0	2,775	1,400	2,250	1,750	3,175	1.1.1.x
	1,1,1(c)	1,1x	2,(a)x	1,1,1	1,1x	1,1,1	

Dengan proses yang sama dengan contoh terdahulu maka *cell* 0 pada Tabel 12.15a dihubungkan, baik pada baris maupun kolom. Garis penghubung dimulai pada baris atau kolom dengan *cell* 0 terbanyak. *Cell* 0 terbanyak adalah 2, terdapat pada kolom loket-3 dan baris Ana. Misalnya dipilih kolom loket-3 (indeks, a). Pada operasi berikutnya, hanya baris Ana yang memiliki *cell* 0 sebanyak 2. Garis kedua dibuat untuk baris ini (lihat indeks, b) pada baris dimaksud. Selanjutnya, operasi yang sama dilanjutkan sampai semua *cell* 0 sudah dihubungkan (perhatikan indeks yang ada pada baris dan kolom). Ternyata garis yang dibuat hanya 5 buah, sedangkan $n = 6$. Jadi belum optimal dan harus melakukan pemindahan nilai-nilai ke tabel yang baru. Prosesnya sama Tabel 12.10a (lihat halaman 290) yang dipindahkan ke Tabel 12.10b (lihat halaman 291).

Harus diidentifikasi dan mengikuti postulat pemindahannya sebagai berikut.

- Angka-angka yang tidak tergaris, cari minimumnya. Angka yang tidak tergaris dikurangi dengan minimum tersebut, kemudian dipindahkan (kurangi 425).
- Angka-angka yang ada diposisi silang ditambah dengan minimum tersebut, kemudian dipindahkan. Dalam contoh ini, loket 1 ialah 875, 1.225, dan 2.300. Di loket 3 ialah 1.000, 575, dan 550. Angka itu ditambah dengan minimum, yaitu 425.
- Angka-angka yang tergaris tetapi bukan di posisi silang, langsung dipindahkan tanpa ditambah atau dikurangi. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 12.15b.

Dalam Tabel 12.15b sebagai hasil modifikasi dari Tabel 12.15a dijadikan dasar untuk membuat keputusan penunjukan jabatan. Untuk keperluan itu, dilakukan perhitungan *cell 0* pada baris dan kolom. Garis penghubung dibuat dan dimulai pada baris atau kolom yang memiliki *cell 0* terbanyak. Pada Tabel 12.15b terlihat bahwa baris Ana dan Desi, serta kolom loket 2 dan loket 3 memiliki *cell 0* yang sama, yaitu 2. Pada contoh, dipilih kolom loket 2 (a) dan *cell 0* dihitung kembali. Loket yang terbanyak pada tahap ini ialah loket 3 (b), selanjutnya *cell 0* pada baris dan kolom, semua sama, yaitu 1. Dipilih secara berturut-turut dipilih sesuai indeks huruf pada baris dan kolom. Akhirnya, dihitung jumlah garis yang dibuat. Ternyata sudah sama dengan *n*, yaitu sama dengan 6 buah. Berarti sudah dapat dipakai untuk dasar membuat keputusan.

Tabel 12.15b Operasi Pemecahan Penunjukan Tugas *Frontliner* dan Memenuhi Postulat yang Ada

	Loket-1	Loket-2	Loket-3	Loket-4	Loket-5	Loket-6	
Ali	1,500	1,625	0	2,075	575	1,575	1,x
Ana	1,300	0	1,425	3,225	0	2,675	2,1,1(1)
Caca	1,650	900	1,000	0	825	2,325	1,1,1,(d)
Desi	1,625	0	0	1,800	150	150	2,1,x
Didi	2,725	2,100	975	3,300	1,650	0	1,1,1,1(e)
Bab	0	2,350	1,400	1,825	1,275	2,750	1,1,1,1,(f)
	1,1,1(c)	2,(a)x	2,2(b)	1,1,1x	1,1,x	1,1,1,1(e)	

Keputusan yang dibuat disajikan di bawah.

	Biaya Dinyatakan dalam Rp					
	Loket 1	Loket 2	Loket 3	Loket 4	Loket 5	Loket 6
Ali	-	-	Ya (3.500)	-	-	-
Ana	-	-	-	-	Ya (3.375)	-
Caca	-	-	-	Ya (4.275)	-	-
Desi	-	Ya (6.750)	-	-	-	-

(berlanjut)

	Biaya Dinyatakan dalam Rp					
	Loket 1	Loket 2	Loket 3	Loket 4	Loket 5	Loket 6
Didi	-	-	-	-	-	Ya (4.200)
Baba	Ya (3.150)	-	-	-	-	-

Pemecahan dengan perangkat lunak Excel OM for Windows pada Gambar 12.3 menghasilkan nilai biaya yang sama bahwa Desi ditempatkan pada loket 2, tidak jadi di loket 3. Biaya total = Rp25.250.

Station	Loket 1	Loket 2	Loket 3	Loket 4	Loket 5	Loket 6
Didi	0	0	0	0	0	4,200
Baba	3,150	0	0	0	0	0

	Loket 1	Loket 2	Loket 3	Loket 4	Loket 5	Loket 6	Biaya Total
Didi	0	0	0	0	0	4,200	0
Baba	3,150	0	0	0	0	0	3,150
Total	3,150	0	0	0	0	4,200	25,250

Gambar 12.3 Pemecahan dengan Excel OM for Windows

C. APLIKASI PEMBEBANAN UNTUK MAKSIMISASI KONTRIBUSI

Sama halnya dengan program minimisasi biaya maka pada program maksimisasi keluaran, kontribusi atau laba ini perlu diidentifikasi beberapa hal. Pertama-tama harus didefinisikan apa yang akan dimaksimumkan. Apakah keluaran proses produksi (*output maximization*), atau apakah keuntungan operasi (*operations profit or contribution*), atau apakah maksimisasi pangsa pasar atau penjualan (*market-share or selling maximization*). Setelah menentukan objek maksimisasi maka selanjutnya disusun program untuk memecahkannya.

Contoh:

Sebuah perusahaan manufaktur memiliki 5 gudang wilayah, yaitu A, B, C, D dan E. Produk didistribusikan dari gudang wilayah ke 5 wilayah pemasaran, yaitu: P, Q, R, S dan T. Produk dijual dengan harga yang sama di semua daerah pemasaran, yaitu Rp15.000 per unit. Biaya distribusi dari gudang wilayah ke daerah pemasaran disajikan dalam Tabel 12.16.

Tabel 12.16 Biaya Distribusi per Unit dari Gudang Wilayah ke Daerah Pemasaran

Gudang Wilayah	P	Q	R	S	T
A	5.000	6.000	4.000	8.000	3.000
B	6.000	4.000	9.000	8.000	5.000
C	4.000	3.000	2.000	5.000	4.000
D	7.000	3.000	4.000	5.000	3.000
E	3.000	6.000	4.000	5.000	5.000

Langkah dan proses pemecahannya, disajikan di bawah.

Langkah penyelesaian mirip dengan pada tujuan minimisasi. Proses dan tahapannya adalah sebagai berikut.

1. Cari kontribusi terbesar (maksimum) pada matriks kontribusi yang ada. Pada contoh ini (lihat matriks Tabel 12.17) ialah (13.000).
2. Kurangi angka maksimum itu (13.000) dengan elemen lainnya, pada setiap baris yang ada, sampai diperoleh matriks yang baru. Pada tahapan ini, hanya diperoleh 1 cell nol, yaitu untuk (13.000 – 13.000).
3. Langkah berikutnya, sama dengan proses minimisasi biaya. Cari minimum pada setiap baris dan kurangi elemen baris lainnya dengan minimum baris yang bersangkutan.
4. Perhatikan semua kolom yang ada, apakah semuanya sudah memiliki cell nol. Jika masih ada kolom yang belum memiliki cell nol maka pilih angka maksimum pada kolom itu, kemudian kurangkan dengan elemen kolom lainnya.
5. Pindahkan angka-angka yang sudah dikurangkan ke matriks berikutnya untuk keperluan analisis.

Menyimpang dari proses dimaksud di atas, khusus untuk maksimisasi kontribusi pemasaran, beberapa jenis produk yang dipasarkan di beberapa daerah pemasaran harus dibuatkan dua matriks. Pertama, matriks harga

jual unit produk di masing-masing daerah pemasaran. Kedua, matriks biaya distribusi unit di masing-masing daerah pemasaran. Dari kedua matriks itu, baru disusun matriks ketiga, yaitu matriks kontribusi unit. Kontribusi unit ini adalah hasil pengurangan harga jual unit (dari matriks pertama) dengan biaya distribusi unit (pada matriks kedua). Setelah mendapatkan matriks kontribusi tersebut maka proses dan langkah pemecahannya adalah sama dengan yang dikemukakan di atas. Misalnya, produk tertentu dari gudang wilayah A, B, C, D dan E dipasarkan pada lima pasar yang saat ini dilayani oleh perusahaan. Perusahaan menganut sistem pemasaran dengan harga jual yang sama di semua daerah pemasaran yang dilayani. Andaikan harga jual yang sama dimaksud ialah Rp15.000 per unit. Biaya distribusi unit ke masing-masing daerah pemasaran adalah seperti pada Tabel 12.17.

Operasi pertama:

Sehubungan dengan uraian di atas, lebih dahulu harus dicari kontribusi unit di masing-masing daerah pemasaran. Seperti yang telah disebutkan dalam uraian terdahulu, untuk mendapatkan matriks kontribusi maka harga jual unit adalah Rp15.000, dikurangi dengan semua biaya distribusi unit secara bersesuaian. Untuk mudahnya, pada matriks biaya distribusi dimaksud, sekaligus dijadikan sebagai lembar kerja untuk mendapatkan matriks kontribusi unit. Kontribusi unit produk dari setiap gudang wilayah ke tiap daerah pemasaran disajikan dibagian bawah Tabel 12.17.

Tabel 12.17 Lembar Kerja untuk Kontribusi Tiap Pasar yang Dilayani

Gudang Wilayah	Harga Jual - Biaya Distribusi ke Daerah Pemasaran (Rp/Unit)				
	P	Q	R	S	T
A	15000-5000	15000-6000	15000-4000	15000-8000	15000-3000
B	15000-6000	15000-4000	15000-9000	15000-8000	15000-5000
C	15000-4000	15000-3000	15000-2000	15000-5000	15000-4000
D	15000-7000	15000-3000	15000-4000	15000-5000	15000-3000
E	15000-3000	15000-6000	15000-4000	15000-5000	15000-5000
Gudang Wilayah	Kontribusi Unit Tiap Daerah Pemasaran (Rp/unit)				
	P	Q	R	S	T
A	10000	9000	11000	7000	12000
B	9000	11000	6000	7000	10000
C	11000	12000	13000	10000	11000
D	8000	12000	11000	10000	12000
E	12000	9000	11000	10000	10000

Keterangan: angka 15.000 adalah harga jual unit, dan angka lainnya ialah biaya distribusi unit. Selisihnya ialah kontribusi unit.

Operasi kedua:

Mencari kontribusi unit yang diperoleh pada masing-masing daerah pemasaran. Kontribusi dimaksud ialah harga jual unit dikurangi biaya distribusi unit, dan hasilnya disajikan dalam bagian bawah Tabel 12.18. Dari kontribusi unit tersebut dicari kontribusi maksimum. Kontribusi maksimum ini dikurangi dengan angka kontribusi lainnya menurut baris. Proses operasinya disajikan dalam Tabel 12.18.

Tabel 12.18 Kontribusi Unit di Tiap Daerah Pemasaran

Gudang Wilayah	Kontribusi di Daerah Pemasaran (Rp/Unit)				
	P	Q	R	S	T
A	13,000- 10,000	13,000- 9,000	13,000 -11,000	13,000 - 7,000	13,000- 12,000
B	13,000- 9,000	13,000- 11,000	13,000- 8,000	13,000- 7,000	13,000- 10,000
C	13,000- 11,000	13,000- 12,000	13,000- 13,000	13,000- 10,000	13,000- 11,000
D	13,000- 8,000	13,000- 12,000	13,000- 11,000	13,000- 10,000	13,000- 12,000
E	13,000- 12,000	13,000- 9,000	13,000- 11,000	13,000- 10,000	13,000- 10,000

Langkah berikutnya ialah memindahkan hasil pengurangan kontribusi maksimum dengan kontribusi di setiap baris. Hasil yang diperoleh disajikan dalam matriks analisis pada Tabel 12.19.

Operasi ketiga:

Untuk mendapatkan matriks analisis, lebih dahulu dicari selisih kontribusi maksimum dengan kontribusi yang diperoleh di masing-masing daerah pemasaran. Misalnya, jika Produk C dijual di R, kontribusi = Rp13.000 sehingga tidak terdapat selisih dengan kontribusi maksimum tersebut. Jika produk dari gudang wilayah A dijual di pasar P, kontribusinya Rp10.000 sehingga selisihnya Rp3.000. Selanjutnya, jika dijual di Q kontribusinya Rp9.000 sehingga selisihnya Rp4.000. Demikian seterusnya untuk pasar lainnya. Selisihnya dengan kontribusi maksimum disajikan dalam Tabel 12.19.

Tabel 12.19 Hasil Pengurangan Nilai Maksimum dengan Kontribusi Unit

Gudang Wilayah	Selisih Kontribusi Maksimum di Daerah Pemasaran (Rp/Unit)				
	P	Q	R	S	T
A	3000	4000	2000	6000	1000
B	4000	2000	7000	6000	3000
C	2000	1000	0	3000	2000
D	5000	1000	2000	3000	1000
E	1000	4000	2000	3000	3000

Langkah berikutnya, identifikasi minimum setiap baris pada Tabel 12.19, kemudian kurangkan minimum itu pada setiap elemen baris yang bersangkutan seperti pada minimisasi. Pada Tabel 12.19 minimum baris dicetak dengan tinta merah. Kurangilah elemen baris dengan minimumnya secara bersesuaian. Sesudah itu perhatikan apakah semua kolom sudah memiliki *cell nol*. Jika ada kolom yang belum memiliki *cell nol*, lakukan operasi seperti pada minimisasi, yaitu cari elemen minimum pada kolom yang bersangkutan kemudian kurangkan kepada elemen kolom yang lainnya. Pindahkan hasil operasi ke matriks analisis berikutnya. Pemindahan sebaiknya menurut kolom, supaya hasilnya lebih teliti.

Perhatikan Tabel 12.20, karena kolom S belum memiliki *cell nol* maka dicari elemen kolom S yang minimum. Dalam hal ini ialah 2.000. Tiap angka dalam kolom S masing-masing dikurangi dengan minimumnya, yaitu 2.000. Hasil yang diperoleh disajikan dalam Tabel 12.20 (bagian atas Tabel 12.20).

Hasil operasi seutuhnya disajikan pada Tabel 12.20. Setelah dilakukan pengurangan elemen kolom S dengan minimumnya, diperoleh matriks baru seperti pada bagian bawah Tabel 12.20 tersebut. Lebih lanjut, semua operasi untuk tahapan ini disajikan seutuhnya dalam Tabel 12.20.

Tabel 12.20 Operasi Pengurangan Baris dan Kolom dengan Minimumnya

Gudang Wilayah	Selisih Kontribusi dengan Minimum Baris di Tiap Daerah Pemasaran (Rp/Unit)				
	P	Q	R	S	T
A	2000	3000	1000	5000 3000	0
B	2000	0	5000	4000 2000	1000
C	2000	1000	0	3000 1000	2000
D	4000	0	1000	(2000) 0	0
E	0	3000	1000	(2000) 0	2000

Gudang Wilayah	Selisih Kontribusi dengan Minimum Baris di Tiap Daerah Pemasaran (Rp/Unit)				
	P	Q	R	S	T
A	2000	3000	1000	3000	0
B	2000	0	5000	2000	1000
C	2000	1000	0	1000	2000
D	4000	0	1000	0	0
E	0	3000	1000	0	2000

Operasi keempat:

Merupakan operasi untuk mendapatkan *cell* nol pada kolom S. Pada operasi sebelumnya, kolom S belum memiliki elemen bernilai nol. Sesudah dikurangi dengan minimum kolom S, yaitu 2.000 maka kolom S sudah memiliki *cell* 0 bahkan ada dua buah.

Operasi kelima:

Dalam operasi kelima ini, elemen nol pada baris dan kolom dihubungkan. Seperti pada program minimisasi dimulai pada baris atau kolom dengan jumlah elemen nol terbanyak. Proses yang berkaitan dengan itu disajikan dalam Tabel 12.21

Tabel 12.21 Operasi Menghubungkan Elemen Nol

Produk	Kontribusi Netto (Rp/Unit) di Tempat Pemasaran					Sel Nol menurut Baris
	P	Q	R	S	T	
A	2	3	1	3	0	1,1,1,1
B	2	0	5	2	1	1,1,1,x
C	2	1	0	1	2	1,1,1,1,x(e)
D	4	0	1	0	0	3,x(a)
E	0	3	1	0	2	2,2,x(b)
Total Kolom	1,1,x	2,1,1,x(c)	1,1,1,1	2,1,x	2,1,1,1,x(d)	

Oleh karena semua baris dan kolom sudah memiliki *cell* nol maka selanjutnya dibuat garis penghubung semua *cell* nol yang ada di tiap baris dan kolom. Sama dengan program minimisasi biaya maka pada maksimisasi kontribusi ini juga dimulai pada kolom atau baris yang terbanyak elemen nolnya. Pada contoh ini dimulai pada baris D, kemudian baris E.

Pada tahapan berikutnya, semua kolom dan baris (selain D dan E), memiliki hanya satu *cell* nol. Oleh karena itu, pembuatan garis penghubung terserah kepada kita, apakah mau memilih kolom atau memilih baris. Pada contoh ini dipilih kolom Q, kemudian kolom T dan terakhir baris C. Garis penghubung *cell* nol yang diperoleh adalah 5 (sudah sama dengan n). Dengan demikian operasi sudah tiba pada tahapan optimum.

Operasi keenam:

Pembuatan keputusan. Pembuatan keputusan dilakukan dengan memerhatikan jumlah *cell* nol menurut baris. Alokasi dilakukan pertama kali pada baris dengan *cell* nol yang paling sedikit. Dalam hal dicari baris yang hanya memiliki satu *cell* nol. Menurut Tabel 12.21 yang paling sedikit *cell* nol-nya ialah baris A, B dan C, masing-masing satu *cell* nol. Berarti, untuk baris yang bersangkutan tidak memiliki alternatif pembebanan, kecuali pada *cell* 0 yang ada. Sehubungan dengan itu, alokasi dimulai pada produk A, B dan C baru disusul dengan produk D dan E.

1. Produk dari gudang A dijual di pasar T é kontribusi unit = Rp12.000
2. Produk dari gudang B dijual di pasar Qé kontribusi unit = Rp11.000

3. Produk dari gudang C dijual di pasar Rè kontribusi unit = Rp13.000
 4. Produk dari gudang D dijual di pasar Sè kontribusi unit = Rp10.000
 5. Produk dari gudang E dijual di pasar Pè kontribusi unit = Rp12.000
- Jumlah kontribusi unit Rp58.000

Jumlah nilai maksimum dari kasus ini adalah :

$$Rp12.000 + Rp11.000 + Rp13.000 + Rp12.000 + Rp12.000 = Rp60.000$$

Selisih Rp2.000 terjadi karena pada operasi ketiga, kolom S belum memiliki *cell* nol. Untuk mendapatkan *cell* nol, dicari unsur minimum kolom. Dalam hal ini sama dengan 2000, kemudian semua elemen dari kolom S dikurangi dengan 2000. Nilai 2000 ini ekuivalen dengan Rp2.000 sebagai *opportunity cost*, tidak berhasil mendapatkan kontribusi maksimum karena harus bergeser ke pasar lain. Hal itu karena pasar yang bersangkutan telah melayani pemasaran produk dari gudang wilayah yang lain.

Produk dari gudang wilayah D akan mendapatkan kontribusi maksimum (Rp12.000) jika dijual di pasar Q atau T. Akan tetapi, dijual ke pasar S karena pasar Q dan T sudah melayani penjualan produk dari gudang wilayah A dan B. Pergeseran laba ialah: tidak berhasil memperoleh kontribusi unit Rp12.000 melainkan hanya Rp10.000 sehingga ada pergeseran ke bawah Rp2.000.

Nilai itu sejalan dengan hasil $Rp60.000 - Rp2.000 = Rp58.000$.

Hasil yang diperoleh ini sama dengan yang diperoleh dengan mempergunakan perangkat lunak Excel OM yang hasilnya disajikan pada Gambar 12.4. Angka-angka kontribusi dimasukkan ke lembar kerja Excel OM. Dengan menekan tombol Data, kemudian Solver, dan diperoleh hasil sesuai Gambar 12.4. Alokasi produk ke pasar yang menghasilkan kontribusi maksimum sama hasilnya dengan pemecahan secara manual.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

CONTR	P	Q	R	S	Total
Q1(AM) A	18.800	8.800	11.000	1.900	42.500
Q1(AM) B	8.800	11.800	8.800	1.800	40.200
Q1(AM) C	11.800	11.800	8.800	18.200	50.600
Q1(AM) D	8.800	11.800	11.000	18.200	49.800
Q1(AM) E	12.000	8.800	11.000	18.200	50.000

Asumsi	P	Q	R	S	Total
Q1(AM) A					
Q1(AM) B					
Q1(AM) C					
Q1(AM) D					
Q1(AM) E					
Sumber Tot					

Gambar 12.4 Pemecahan Maksimisasi Kontribusi dengan Excel-OM

A. PENGERTIAN PROYEK

Menurut Jason Westland (2006) proyek adalah suatu kegiatan yang dilaksanakan untuk menghasilkan suatu keluaran yang unik, serta dapat diserahkan sesuai dengan kendala waktu, biaya, dan kualitas yang telah ditentukan sebelumnya. Alan Wren (2003) menyatakan bahwa proyek adalah suatu set kegiatan unik yang terkoordinasi, dan memiliki waktu yang pasti untuk memulai dan waktu yang pasti untuk mengakhirinya, serta dilakukan oleh seorang individu atau organisasi sebagai pelaksana untuk memenuhi tujuan tertentu yang telah didefinisikan, meliputi jadwal pelaksanaan, biaya pelaksanaan, dan parameter kinerjanya.

Hampir sejalan dengan itu, Ken Burnett (1998) menyatakan sebuah proyek didefinisikan sebagai proses individual (unik) untuk membuat dan menyerahkan kepada pihak kedua produk berupa barang atau jasa, guna memenuhi permintaan pihak kedua tersebut. Jika pihak terkait sudah sepakat maka atas proyek yang bersangkutan dibuatkan perjanjian kerja atau kontrak. Selanjutnya, Nigel Slack, Stuart Chambers, dan Robert Johnston (2010) menyatakan bahwa proyek adalah serangkaian kegiatan yang memiliki titik awal pelaksanaan dan titik waktu penyelesaian yang telah disepakati dan ditetapkan, serta berusaha mencapai tujuan yang ditetapkan dengan menggunakan satu set sumber daya yang telah didefinisikan. Sedangkan menurut ISO-9000 dalam Erik L. Demeulemeester dan Willy S. Herroelen (2002) disebutkan bahwa proyek adalah proses yang unik terdiri dari satu set aktivitas terkoordinasi dan terkontrol dengan waktu memulai, serta

tanggal penyelesaian yang ditentukan untuk mencapai tujuan sesuai dengan persyaratan tertentu termasuk persyaratan kendala waktu, biaya, dan sumber daya.

Selanjutnya, proyek menurut Chase dan Aquilano (1995), Russel dan Taylor (2000), serta Chase, Aquilano, dan Jacobs (2001) adalah suatu proses pembuatan satu unit produk dalam satu kesatuan waktu berdasarkan spesifikasi yang ditentukan oleh pesanan pelanggan atau pemilik proyek. Adam (1982) mendefinisikan bahwa proyek adalah sebuah rencana yang disiapkan dengan sebaik-baiknya untuk menangani pembuatan suatu produk baru, atau suatu bisnis baru dari sebuah perusahaan. Berikutnya, menurut *APICS Dictionary*, *project is an endeavor with a specific objective to be met within predetermined time and dollar limitations and that has been assigned for definition or execution* (proyek adalah suatu kegiatan yang mempunyai tujuan khusus yang harus diwujudkan dalam waktu dan anggaran biaya yang sudah ditetapkan, dan telah dibebankan untuk didefinisikan atau dilaksanakan). Dengan demikian, proyek pada dasarnya merupakan proses pembuatan suatu produk yang unik, baik berupa produk atau jasa baru maupun menjalankan jenis bisnis yang baru, serta akan diselesaikan dalam waktu tertentu dengan memanfaatkan biaya, sumber daya tertentu, spesifikasi, dan kualitasnya ditentukan oleh pelanggan.

Berdasarkan pengertian proyek yang sudah disajikan maka dapat diketahui unsur-unsur dari proyek dimaksud, yaitu sebagai berikut.

1. Proyek bersifat unik (spesifik) dan tidak akan dibuat berulang-ulang.
2. Proyek menghadapi kendala atau pembatas, yaitu sumber daya yang terbatas, waktu, dan biaya tertentu.
3. Volume, kapasitas, dan kualitas keluaran ditentukan oleh pelanggan (pemilik proyek).
4. Proyek terdiri atas satu set aktivitas terkoordinasi dan terkontrol dengan waktu memulai, serta tanggal penyelesaian yang sudah ditentukan.

Sejalan dengan ciri khusus proyek tersebut, Jason Westland (2006) menyatakan bahwa proyek berbeda dengan kegiatan operasi produksi lainnya, karena proyek memiliki ciri-ciri khusus berikut.

1. Proyek bersifat unik. Proyek adalah kegiatan yang bersifat spesifik dan tidak akan dilakukan secara berulang-ulang. Lain halnya dengan operasi

produksi pada umumnya, kegiatan akan dilakukan secara berulang-ulang dengan proses yang hampir identik.

2. Proyek memiliki anggaran biaya tertentu yang disepakati antara pelaksana dan pemilik proyek. Pekerjaan akan diserahkan kepada pemilik proyek sesuai dengan volume dan kualitas, serta biaya yang telah disepakati dengan pemilik proyek.
3. Proyek memiliki sumber daya yang terbatas meliputi tenaga kerja, peralatan, dan bahan yang dialokasikan pada awal pelaksanaan proyek.
4. Proyek berhadapan dengan risiko. Jangka waktu pelaksanaan proyek relatif panjang dan karena itu menghadapi ketidakpastian, seperti fluktuasi harga sumber daya.
5. Proyek akan mewujudkan perubahan yang menguntungkan. Proyek biasanya bertujuan untuk meningkatkan kapasitas, efisiensi dan efektivitas organisasi. Misalnya, melalui proyek ekspansi, proyek modernisasi peralatan, atau penggantian mesin yang lebih mutakhir teknologinya.

Untuk mengelola proyek dengan baik agar tujuan tercapai secara memuaskan maka proyek itu perlu dikelola dengan baik. Manajer puncak perlu memahami prinsip tentang manajemen proyek. Manajemen proyek secara harfiah terbangun dari dua kata, yaitu manajemen dan proyek. Sehubungan dengan itu maka sebelum mengemukakan apakah arti dari manajemen proyek, terlebih dahulu akan dikemukakan arti dari kata manajemen dan proyek tersebut.

Kata manajemen memiliki dua makna, yaitu sebagai posisi dan sebagai proses. Sebagai posisi, manajemen berarti seorang atau sekelompok orang yang bertanggung jawab melakukan pengkajian, penganalisisan, perumusan keputusan, dan pengambil inisiatif atas tindakan yang sesuai atau yang terbaik di dalam sebuah organisasi. Sebagai proses, manajemen adalah sinonim dari administrasi yang memiliki arti sebagai fungsi dari perencanaan, pengoordinasian, dan penggerakan aktivitas dari sebuah organisasi. Selanjutnya, Koontz dalam Iman Soeharto (1995) menyatakan bahwa manajemen adalah proses merencanakan, mengorganisir, memimpin, dan mengendalikan kegiatan personel, serta sumber daya lain untuk mencapai sasaran organisasi (perusahaan) yang telah ditentukan.

Sesuai definisi yang telah dikemukakan dalam uraian terdahulu, proyek memiliki titik waktu memulai aktivitas dan titik waktu penyelesaiannya.

Proyek menggunakan sumber daya tertentu untuk mencapai tujuan yang telah ditetapkan. Proyek ada yang berskala besar dan ada pula yang berskala kecil. Pada umumnya, proyek berskala besar bersifat kompleks, mengonsumsi sumber daya dalam jumlah yang relatif besar, membutuhkan waktu agak lama dalam penyelesaian, dan biasanya melibatkan interaksi antara berbagai bagian atau departemen dari suatu organisasi. Untuk itu, perlu menerapkan prinsip manajemen yang tepat.

Merangkaikan pengertian manajemen dan proyek yang telah dikemukakan maka secara harfiah, manajemen proyek dapat dirumuskan sebagai proses merencanakan, mengorganisir, memimpin, dan mengendalikan kegiatan personel, serta sumber daya lain untuk mengangani dan menyelesaikan pembuatan suatu produk baru atau suatu bisnis baru perusahaan yang harus diselesaikan dalam waktu tertentu dengan memanfaatkan biaya tertentu, dan disesuaikan dengan spesifikasi pesanan pelanggan atau manajemen perusahaan pemesan. Manajemen proyek adalah proses yang berhubungan dengan kejadian-kejadian yang tidak diketahui dengan pasti, dan memerlukan komitmen para anggota tim proyek untuk memastikan bahwa proyek tersebut berhasil.

Chase, Aquilano, dan Jacobs (2001) menyebutkan bahwa manajemen proyek dapat didefinisikan sebagai perencanaan, penggerakan, dan pengendalian sumber daya (tenaga kerja, peralatan, bahan, dan sebagainya) untuk memenuhi spesifikasi teknis, biaya, dan waktu penyelesaian pengerjaan produk yang bersifat unik yang telah ditentukan sebelumnya. Selanjutnya, menurut *APICS Dictionary*, *project management is the use of skills and knowledge in coordinating the organizing, planning, scheduling, directing, controlling, monitoring, and evaluating of prescribed activities to ensure that the stated objectives of a project, manufactured good, or service are achieved* (manajemen proyek adalah penggunaan keterampilan dan pengetahuan dalam mengoordinasikan pengorganisasian, perencanaan, penjadwalan, penggerakan, pengendalian, pemantauan, dan pengevaluasian dari aktivitas yang telah ditentukan sebelumnya untuk menjamin bahwa tujuan dari suatu proyek, barang yang diolah atau jasa yang akan diserahkan, dapat dicapai, dan sesuai dengan yang disepakati).

Terlepas dari skala proyek skala besar atau lebih kecil, semua proyek tampaknya memiliki beberapa unsur yang sama (Slack et.al,1998), yaitu sebagai berikut.

1. Tujuan atau sasaran. Sebuah proyek memiliki tujuan mengadakan atau menghasilkan produk akhir yang ditentukan. Hasil atau keluaran dimaksud biasanya didefinisikan dalam biaya, kualitas, dan waktu menghasilkan keluaran dari kegiatan proyek yang bersangkutan.
2. Keunikan. Sebuah proyek biasanya berupa satu unit produk dalam waktu tertentu, bukan proses produksi yang berulang. Meskipun ada kegiatan proyek yang tampak berulang, seperti pembangunan pabrik kimia yang lain dengan spesifikasi yang sama dengan pabrik sebelumnya, tetapi dapat saja keduanya memiliki perbedaan khas dalam hal sumber daya yang digunakan dan lingkungan tempat proyek dilangsungkan.
3. Kompleksitas. Hubungan antara berbagai tugas yang harus dilakukan untuk mencapai tujuan akhir proyek dapat saja sangat kompleks. Sebagai contoh, baik minimal dan atau maksimal, waktu kelambatan mungkin harus ditentukan antara waktu mengawali kegiatan.
4. Bersifat sementara. Proyek memiliki tanggal awal dan akhir yang pasti dengan memiliki arti bahwa penggunaan sumber daya yang dibutuhkan terkonsentrasi untuk melaksanakan proyek tersebut. Lazim terjadi organisasi proyek yang bersifat sementara dibentuk, misalnya konsorsium perusahaan bekerja sama untuk merenovasi suatu bandara atau untuk membangun gedung olahraga.
5. Ketidakpastian. Proyek yang direncanakan sebelum proyek tersebut dilaksanakan dan mengandung unsur risiko. Ketidakpastian adalah sifat aktivitas proyek (seperti kenaikan harga, cuaca, dan lain-lain).
6. Siklus hidup. Sebuah proyek melalui siklus hidup yang terdiri dari fase yang berbeda. Untuk memulainya terdapat tahap desain konseptual dan organisasi menyadari bahwa proyek mungkin diperlukan atau menerima permintaan dari pelanggan, untuk mengajukan rencana dalam melakukan sebuah proyek. Proyek yang kelak akan diserahkan kepada pelanggan pemesan dan isi pekerjaan, didefinisikan dan diputuskan pada bagaimana organisasi akan mencapai tujuan proyek dan memenuhi berbagai ukuran kinerja. Proyek ini kemudian memasuki tahap penjadwalan yang melibatkan konstruksi dan sumber daya tertentu, yang harus disediakan agar jadwal dapat mengidentifikasi awal pelaksanaan dan waktu penyelesaian tiap individu kegiatan. Akhirnya, proyek memasuki tahap

penghentian yang melibatkan penyerahan hasil proyek (produk dan/atau jasa kepada pelanggan yang memesan).

B. PENJADWALAN PROYEK

Jadwal disusun untuk menjadi acuan penyelenggaraan proyek, sekaligus sebagai landasan pengawasan pelaksanaan proyek yang bersangkutan. Bentuk jadwal yang paling awal diterapkan dalam manajemen proyek ialah Bagan Gantt (**Gantt Chart**). Bagan Gantt ini bentuknya sangat sederhana dan mudah untuk membuatnya. Bagan ini banyak dipakai pada level pelaksana proyek karena mudah dimengerti oleh tukang dan tukang kepala (mandor). Di balik kelebihanannya tersebut, Bagan Gantt tidak dapat menunjukkan hubungan presidensi aktivitas.

Penyempurnaan atas Bagan Gantt dilakukan dengan mengenakan metode jaringan kerja (*network planning*). Metode jaringan kerja ini memiliki dua macam, yaitu *PERT Diagram (Programming, Evaluating, and Review Techniques)* dan *Critical Path Method (CPM)*.

PERT adalah teknik merencanakan, mengevaluasi, dan menelaah proyek. PERT pertama kali dipakai oleh Angkatan Laut Amerika Serikat pada waktu memprogramkan proyek peluru kendali Polaris pada tahun 1953. Proyek melibatkan setidaknya dari 2000 perusahaan subkontraktor dan beberapa negara di Eropa. Proyek direncanakan selesai dalam waktu lima tahun. Akan tetapi, dengan menerapkan metode PERT maka proyek dapat diselesaikan dalam waktu tiga tahun. Metode PERT lazim pula disebut *Model Activity On Arrow (AOA)*. Disebut AOA sebab dalam jaringan kerja, tiap kegiatan yang akan dilaksanakan dinyatakan oleh sebuah garis panah. Garis panah tersebut ditempatkan di antara titik awal (*event awal*) dan titik akhir kegiatan (*event akhir*).

CPM merupakan metode penjadwalan yang dikembangkan, serta sebagai penyempurna terhadap kekurangan dan keterbatasan yang dijumpai pada metode PERT. CPM pertama kali diaplikasi Badan Bantuan Proyek Perserikatan Bangsa Bangsa dalam pembangunan bendungan raksasa di Brazilia pada tahun 1957. Berdasarkan keberhasilan yang dicapai tersebut maka perusahaan multinasional mengadopsi dan menerapkan metode itu dalam merencanakan dan mengendalikan proyeknya. CPM ini lazim pula

disebut *Activity On Nodes (AON)*. Disebut AON sebab dalam jaringan kerja, tiap kegiatan yang akan dilaksanakan dinyatakan dengan sebuah lingkaran kecil (*node*) dan menjadi simpul kegiatan.

1. Metode PERT

Metode PERT memiliki asumsi bahwa proyek yang akan dilaksanakan adalah baru dan belum ada contoh sebelumnya. Berdasarkan asumsi itu maka orientasi dari metode PERT adalah mengoptimalkan waktu penyelesaian proyek dan belum menekankan soal minimisasi biaya. Oleh karena belum ada pengalaman sebelumnya maka waktu penyelesaian pekerjaan tertentu yang ada dalam proyek bersifat probabilistik. Waktu pengerjaan dibedakan atas tiga kategori waktu yang disimbolkan sebagai berikut.

- a. $a = \text{optimistic time}$, perkiraan waktu penyelesaian pekerjaan atas dasar asumsi bahwa tidak terdapat kendala untuk menyelesaikannya. Waktu optimistik ini merupakan perkiraan waktu paling cepat untuk menyelesaikan pekerjaan yang bersangkutan.
- b. $b = \text{pessimistic time}$, perkiraan waktu penyelesaian pekerjaan atas dasar asumsi bahwa terdapat berbagai macam kendala untuk menyelesaikannya. Kendala itu dapat berupa sediaan dana terbatas, kondisi alam (hujan, banjir, bencana alam), keterbatasan pasokan tenaga kerja, hambatan izin, dan sebagainya. Waktu optimistik ini merupakan perkiraan waktu paling lambat untuk menyelesaikan pekerjaan yang bersangkutan.
- c. $m = \text{most likely time}$, waktu paling mungkin untuk menyelesaikan pekerjaan yang bersangkutan. Waktu ini memakai asumsi bahwa sebagian kendala yang ada, terutama kendala yang dominan teratasi sehingga pekerjaan dapat dilaksanakan sekalipun penyelesaiannya memakan waktu lebih lama dari waktu optimis, tetapi lebih cepat dari waktu pesimis.

Dengan adanya tiga jenis waktu pelaksanaan pekerjaan dalam metode PERT maka waktu penyelesaian dimaksud lazim disebut memiliki sifat probabilistik. Pendekatan yang dipakai untuk menentukan waktu pengerjaan ialah metode nilai pengharapan (*expected value*) yang dalam PERT dinamakan *expected time (t_e)*.

$$t_e = \frac{a + 4m + b}{6};$$

- dimana : a = waktu optimistik
m = waktu yang paling mungkin
b = waktu pesimistik

Secara umum, langkah yang perlu ditempuh dalam pembuatan diagram jaringan kerja adalah sebagai berikut.

- Merumuskan visi (*vision*) dan tujuan (*goals*) dari proyek, serta visi dan tujuan proyek akan menjadi dasar perumusan kegiatan.
- Mengidentifikasi pekerjaan yang harus diselesaikan pada proyek yang bersangkutan.
- Mengidentifikasi urutan pelaksanaan pekerjaan sehingga pengerjaan berlangsung secara sistematis.
- Mengidentifikasi waktu pengerjaan setiap pekerjaan yang ada.
- Membuat diagram pengerjaan proyek.
- Menetapkan jalur kritis proyek.
- Menghitung standar deviasi jalur kritis proyek.
- Menghitung probabilitas penyelesaian proyek sesuai yang diminta oleh pemilik proyek.
- Menghitung biaya nyata proyek.
- Mengevaluasi alternatif percepatan yang mungkin.

Sebelum menyetengahkan contoh aplikasi pembuatan diagram jaringan kerja PERT, terlebih dahulu diperlukan untuk menyetengahkan beberapa pengertian yang terkait dengan diagram jaringan kerja. Istilah-istilah dimaksud mencakup sebagai berikut.

- Event* (peristiwa) adalah suatu *node* atau lingkaran kecil yang menunjukkan awal dan akhir suatu aktivitas atau pekerjaan.
- Node* (lingkaran kecil) adalah lingkaran kecil yang di dalamnya dibubuhkan nomor urut yang menjadi simbol *event* awal dan *event* akhir pekerjaan.
- Activity* (aktivitas) adalah pekerjaan yang ada dalam proyek yang memerlukan sumber daya manusia, material, dana, dan waktu sekaligus menjadi objek pengendalian dari manajemen.
- Critical activity* (aktivitas kritis) adalah aktivitas dalam proyek yang tidak dapat ditunda tanpa menunda waktu penyelesaian proyek. Biasa pula dinyatakan sebagai aktivitas yang waktu luangnya (*slack time*) sama dengan nol.

- e. *Critical path* (jalur kritis) adalah rangkaian kegiatan yang melalui atau melintasi aktivitas kritis sebuah proyek, atau rangkaian pekerjaan pada proyek yang waktu luangnya sama dengan nol.
- f. *Crashing* (percepatan) adalah suatu metode yang digunakan untuk mengurangi waktu penyelesaian sesuatu aktivitas dalam usaha mempercepat penyelesaian proyek.
- g. *Normal time* (waktu normal) adalah waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan suatu pekerjaan berdasarkan pertimbangan kondisi normal.
- h. *Normal cost* (biaya normal) adalah biaya untuk menyelesaikan pekerjaan tertentu pada proyek tertentu berdasarkan pertimbangan kondisi normal.
- i. *Earliest time* (T_e) adalah perkiraan waktu paling cepat untuk menyelesaikan pekerjaan tertentu yang ada dalam jaringan kerja sebuah proyek.
- j. *Latest time* (T_l) adalah perkiraan waktu paling lambat untuk menyelesaikan suatu pekerjaan yang ada dalam sebuah jaringan kerja proyek.

Contoh:

Dari pertemuan direksi sebuah perusahaan diputuskan untuk melakukan perbaikan produk dan menawarkan produk baru, guna menaikkan penerimaan penjualan sekitar 30 persen dalam tiga tahun mendatang. Berdasarkan pernyataan berikut dapat dirumuskan visi kebijakan direksi, yaitu melayani segmen pasar yang baru. Untuk melayani segmen pasar yang baru itu, perusahaan bertujuan untuk menawarkan produk baru melalui perbaikan produk (*product improvement*), dan juga meningkatkan penjualan perusahaan 30 persen dalam kurun waktu tiga tahun mendatang.

Dari rumusan visi dan tujuan di atas dapat diidentifikasi aktivitas yang harus dilakukan sehubungan dengan usaha mewujudkan tujuan dimaksud. Aktivitas tersebut misalnya dikemukakan pada Tabel 13.1.

Tabel 13.1 Rencana Kegiatan Mengenalkan Produk Baru

No	Simbol	Kegiatan
1	A	Merumuskan gagasan produk baru.
2	B	Mengkaji kelayakan gagasan produk baru.
3	C	Menyusun rencana survei pasar untuk menemukan keinginan pasar.
4	D	Melakukan penelusuran sumber pendanaan

(berlanjut)

No	Simbol	Kegiatan
5	E	Menyusun tim desain produk baru.
6	F	Melakukan survei pasar.
7	G	Menetapkan sumber pendanaan proyek.
8	H	Membuat desain pendahuluan produk baru.
9	I	Membuat prototipe produk baru.
10	J	Menyusun strategi pemasaran produk.
11	K	Melaksanakan produksi percobaan.
12	L	Implementasi strategi.
13	M	Pengenalan produk baru di pasar sasaran.
14	N	Survei keberhasilan implementasi strategi dan modifikasi.
15	O	Evaluasi hasil uji pasar dari produk baru.
16	P	Produksi komersial.
17	Q	Pelaksanaan distribusi dan perluasan wilayah pemasaran.
18	R	Uji prospek produk baru yang diluncurkan, dan pembuatan keputusan melanjutkan atau menghentikan produksi produk baru.

Setelah menyusun tabel rencana kegiatan yang ada dalam proyek maka langkah berikutnya ialah menetapkan urutan pelaksanaan kegiatan yang ada dalam daftar yang sudah disusun. Untuk menetapkan urutan dimaksud maka penyelia proyek dapat mengemukakan pertanyaan sebagai berikut.

- Tugas awal apa yang harus dilakukan?
- Sesudah tugas awal itu, tugas apa lagi yang dapat dikerjakan?
- Demikian seterusnya sampai seluruhnya ditetapkan urutannya.

Berdasarkan petunjuk tersebut, dapat dirumuskan urutan kegiatan seperti tersebut dalam Tabel 13.2.

Tabel 13.2 Kegiatan dan Kegiatan yang Mendahului

No.	Kegiatan	Kegiatan yang Mendahului
1	A	-
2	B	A
3	C	B
4	D	B
5	E	B
6	F	C
7	G	D
8	H	E
9	I	F,G,H
10	J	I
11	K	I
12	L	J
13	M	K

(berlanjut)

No.	Kegiatan	Kegiatan yang Mendahului
14	N	L
15	O	M
16	P	N,O
17	Q	P
18	R	Q

Setelah mengidentifikasi urutan pekerjaan (hubungan presidensi) maka dapat dibuat jaringan kerja proyek yang bersangkutan. Selanjutnya, untuk mengetahui waktu penyelesaian setiap kegiatan yang ada termasuk waktu penyelesaian proyek secara keseluruhan, perlu pula mengetahui waktu pengerjaan setiap kegiatan yang ada (t_p). Oleh karena diagram PERT memiliki waktu pengerjaan yang probabilistik maka untuk setiap pekerjaan perlu mengenai prediksi waktu optimistik (a), waktu pesimistik (b), dan waktu yang paling mungkin (m). Setelah mengetahui prediksi waktu-waktu dimaksud, lebih lanjut dihitung t_p setiap pekerjaan dan selanjutnya dimasukkan ke diagram jaringan kerja dan ditulis di bawah lambang kegiatan. Berdasarkan t_p dihitunglah waktu penyelesaian proyek termasuk jalur kritisnya.

Waktu-waktu yang ada disebut waktu prediksi, perkiraan, oleh karena PERT memiliki asumsi bahwa manajemen belum memiliki pengalaman mengenai proyek itu sebelumnya. Sekalipun pada kenyataannya, mungkin saja diagram dari proyek yang dibuat bukan lagi benar-benar baru. Akan tetapi, perlu disadari bahwa PERT pada mulanya diterapkan pada pembuatan Peluru Kendali Polaris oleh Angkatan Laut Amerika Serikat, atau pada proyek penerbangan angkasa luar untuk pendaratan manusia di bulan. Sehubungan dengan itu, misalnya taksiran waktu-waktu penyelesaian setiap pekerjaan disajikan dalam Tabel 13.3.

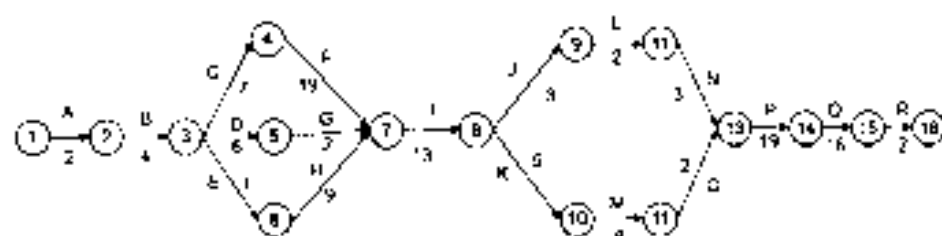
Tabel 13.3 Prediksi Waktu Penyelesaian Pekerjaan Pengenalan Produk Baru

No	Kegiatan	Waktu Penyelesaian (Minggu)			t_p
		A	m	b	
1	A	1	2	3	2
2	B	2	4	6	4
3	C	5	6	13	7
4	D	3	5	13	6
5	E	1	1	1	1
6	F	10	20	24	19
7	G	1	2	3	2

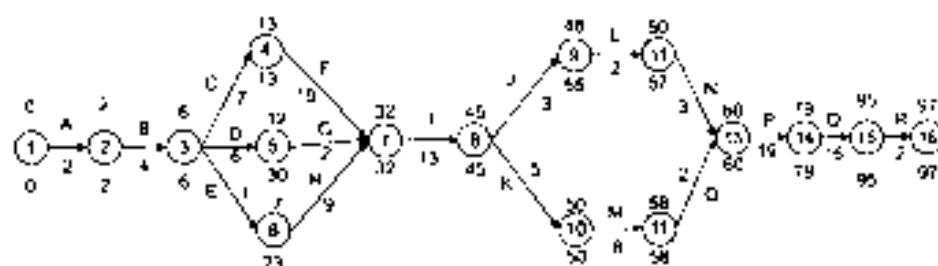
(berlanjut)

No	Kegiatan	Waktu Penyelesaian (Minggu)			t_e
		A	m	b	
8	H	3	10	11	9
9	I	8	12	22	13
10	J	2	3	4	3
11	K	3	4	11	5
12	L	1	2	3	2
13	M	5	7	15	8
14	N	2	3	4	3
15	O	1	2	3	2
16	P	10	20	24	19
17	Q	10	15	26	16
18	R	1	2	3	2

Nilai estimasi penyelesaian setiap kegiatan (t_e) tersebut dalam Tabel 13.3, dipindahkan ke diagram yang telah dibuat secara bersesuaian. Pada diagram PERT, lambang kegiatan ditulis di atas garis panah dan waktu kegiatan ditulis di bawahnya.

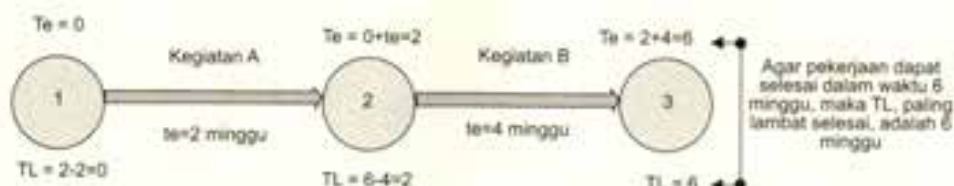


Gambar 13.1a Diagram PERT Proyek Pengenalan Produk Baru



Gambar 13.1b Penjumlahan Waktu Penyelesaian Kegiatan dan Proyek Secara Keseluruhan

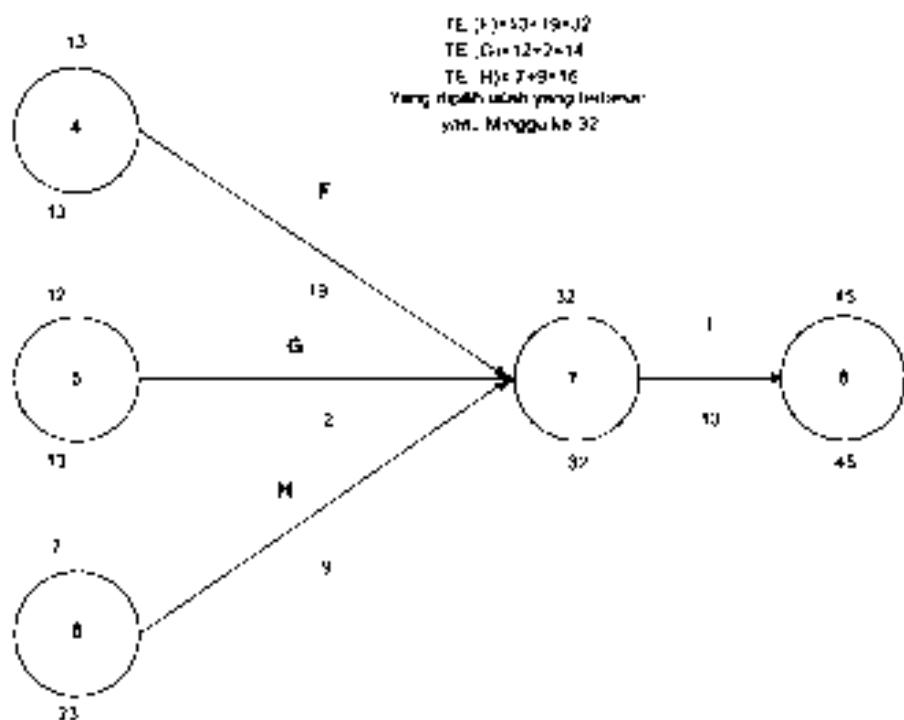
Pada diagram PERT waktu setiap event memiliki dua macam, yaitu waktu paling cepat memulai dan menyelesaikan kegiatan (T_e , *earliest time to start and completion activity*), dan waktu paling lambat memulai dan menyelesaikan kegiatan (T_l , *latest time to start and completion activity*). Cara penulisan waktu-waktu dimaksud andaikan ada dua kegiatan, yaitu A dan B sebagai berikut.



Gambar 13.2 Contoh Penulisan Waktu

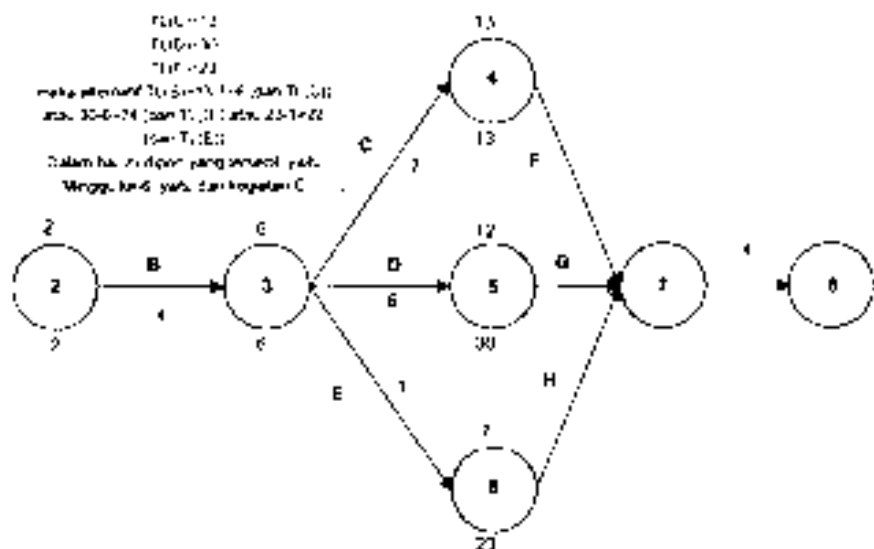
A sebagai kegiatan awal dianggap dapat dimulai kapan saja sesuai rencana, dan waktu dilambangkan dengan waktu 0. Oleh karena A dimulai pada waktu 0 maka paling cepat dapat diselesaikan, $T_{e(A)} = 0 + 2$ minggu = minggu ke-2. Waktu paling cepat menyelesaikan A menjadi paling cepat memulai kegiatan B sehingga waktu paling cepat menyelesaikan kegiatan B = $2 + 4 =$ minggu ke-6. Pada contoh hanya ada dua kegiatan, yaitu A dan B. Agar seluruh rangkaian kegiatan tidak terlambat maka B paling lambat (T_l) selesai adalah minggu ke-6 atau sama dengan $T_{e(B)}$. Agar B paling lambat selesai pada minggu ke-6 maka B paling lambat harus dimulai pada minggu ke-2 (yaitu $6 - 4$). Selanjutnya, $T_{l(B)} = T_{e(A)} =$ minggu ke-2, artinya agar B dapat dimulai paling lambat Minggu ke-2 maka A paling lambat harus selesai pada minggu ke-2. Agar A paling lambat selesai pada Minggu ke-2 maka A paling lambat harus dimulai pada minggu ke-0 (yaitu $2 - 2$). Terlihat bahwa rangkaian waktu T_e dihitung dari depan diagram sampai event terakhir, dan untuk menghitungnya berlangsung operasi penjumlahan. Sebaliknya T_l dihitung dari event terakhir (dari belakang diagram) ke depan (event paling awal) dan berlangsung operasi pengurangan.

Suatu kegiatan jika mendahului dua, tiga, atau lebih kegiatan lainnya, kemudian kegiatan itu secara bersama-sama mendahului kegiatan lainnya maka T_e ditentukan oleh hasil penjumlahan terbesar. Sebaliknya, pada waktu menghitung T_l berlaku yang sebaliknya, yaitu harus memilih angka T_l terkecil. Pada contoh, F, G, dan H mendahului I, maka perhitungan T_e dan T_l adalah sebagai berikut.



Gambar 13.3 Partilungan T_L dan T_E

Sebaliknya, pada waktu mencari T_L dari B adalah sebagai berikut.



Gambar 13.4 Pencarian T_L dari B

Prosedur dan metode perhitungan T_c dan T_L di atas menjadi landasan penyelesaian analisis waktu jaringan. Dari perhitungan dimaksud diketahui bahwa waktu paling cepat untuk menyelesaikan proyek pengenalan produk baru adalah 97 minggu. Dari jaringan kerja itu selanjutnya dapat dicari jalur kritis proyek. Jalur kritis dapat dicari melalui dua cara, yaitu pendekatan alternatif jalur penyelesaian proyek, dan pendekatan waktu luang (*project slack time*).

Aplikasi pendekatan alternatif jalur penyelesaian proyek dilakukan dengan melihat alternatif lintasan jaringan kerja mulai event awal (*initial event*) è 1 hingga event akhir (*end event*) è 16. Jalur kritis proyek ialah jalur lintasan kerja yang memiliki waktu pengerjaan yang terlama.

Berdasarkan pendekatan itu, dapat diidentifikasi alternatif jalur lintasan kerja berikut.

- A-B-C-F-I-J-L-N-P-Q-R dengan jumlah waktu pengerjaan = $2 + 4 + 7 + 19 + 13 + 3 + 2 + 3 + 19 + 16 + 2 = 90$ minggu
- A-B-D-G-I-J-L-N-P-Q-R dengan jumlah waktu pengerjaan = $2 + 4 + 6 + 2 + 13 + 3 + 2 + 3 + 19 + 16 + 2 = 72$ minggu
- A-B-E-H-I-J-L-N-P-Q-R dengan jumlah waktu pengerjaan = $2 + 4 + 1 + 9 + 13 + 3 + 2 + 3 + 19 + 16 + 2 = 74$ minggu
- A-B-C-F-I-K-M-O-P-Q-R dengan jumlah waktu pengerjaan $2 + 4 + 7 + 19 + 13 + 5 + 8 + 2 + 19 + 16 + 2 = 97$ minggu**
- A-B-D-G-I-K-M-O-P-Q-R dengan jumlah waktu pengerjaan = $2 + 4 + 6 + 2 + 13 + 5 + 8 + 2 + 19 + 16 + 2 = 79$
- A-B-E-H-I-K-M-O-P-Q-R dengan jumlah waktu pengerjaan = $2 + 4 + 1 + 9 + 13 + 5 + 8 + 2 + 19 + 16 + 2 = 81$

Dari perhitungan di atas, waktu terlama adalah 97 minggu pada alternatif jalur **A-B-C-F-I-K-M-O-P-Q-R**. Sesuai kriteria tersebut di atas, yaitu jalur kritis ialah lintasan jaringan kerja dengan jumlah waktu pengerjaan yang terlama maka untuk proyek ini, jalur kritis adalah **A-B-C-F-I-K-M-O-P-Q-R**. Selanjutnya, pada pendekatan yang kedua, langkah pertama pemecahan adalah mencari nilai *slack* setiap kegiatan, dan lintasan yang melalui pekerjaan yang memiliki waktu luang (*slack time*) = 0 adalah jalur kritis proyek. Waktu luang pekerjaan dihitung dengan cara berikut: $T_s = T_c - T_L$

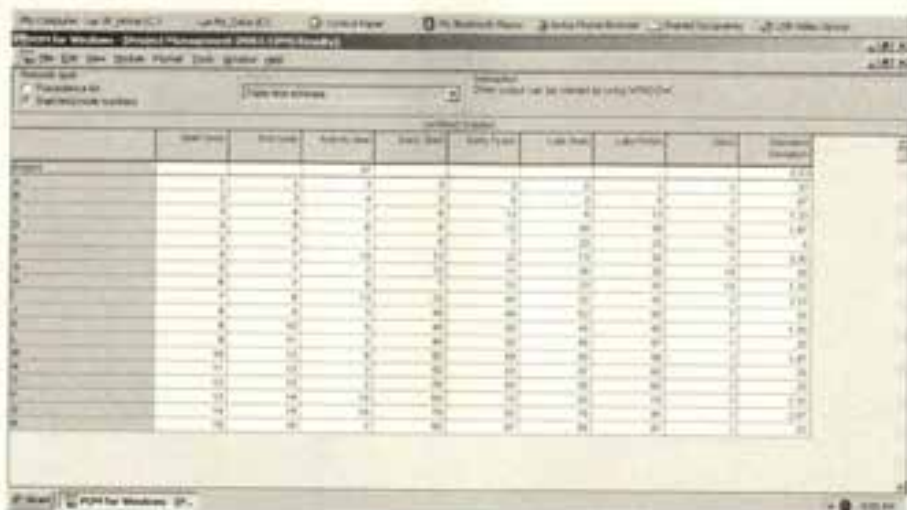
Untuk keperluan perhitungan maka semua nilai T_L setiap pekerjaan, yaitu angka yang ada di bawah *node* dari event akhir kegiatan, dapat dipindahkan secara langsung ke tabel analisis, sedang nilai T_E harus dihitung secara individual.

Tabel 13.4 Perhitungan Waktu Luang Setiap Kegiatan Proyek

No	Aktivitas	TL	TE	Waktu Luang
1	A	2	2	0
2	B	6	6	0
3	C	13	13	0
4	D	30	12	18
5	E	23	7	16
6	F	32	32	0
7	G	32	14	18
8	H	32	16	16
9	I	45	45	0
10	J	55	48	7
11	K	50	50	0
12	L	57	50	7
13	M	58	58	0
14	N	60	53	7
15	O	60	60	0
16	P	79	79	0
17	Q	95	95	0
18	R	97	97	0

Berdasarkan Tabel 13.4 di atas diperoleh data bahwa kegiatan yang memiliki waktu luang sebesar 0 ialah **A - B - C - F - I - K - M - O - P - Q - R**. Dengan demikian, jalur kritis proyek ialah **A - B - C - F - I - K - M - O - P - Q - R**, dan hasil itu sama dengan yang diperoleh pada aplikasi metode yang terdahulu. Ditambahkan bahwa waktu luang (*slack time*) sama dengan 0 memiliki makna, kegiatan yang ada di dalam rangkaian kegiatan itu tidak dapat ditunda tanpa menunda waktu penyelesaian proyek secara keseluruhan. Kegiatan lainnya bukan kegiatan kritis (*noncritical jobs*) maka pekerjaan-pekerjaan yang bersangkutan dapat ditunda pelaksanaannya. Berdasarkan ciri khas pekerjaan tersebut maka pekerjaan yang ada pada jalur kritis memerlukan pengendalian yang ketat, yaitu metode pengendalian yang menghindarkan terjadinya keterlambatan penyelesaian pekerjaan.

Pemecahan dengan mempergunakan perangkat lunak POM for Windows disajikan dalam tampilan berikut.

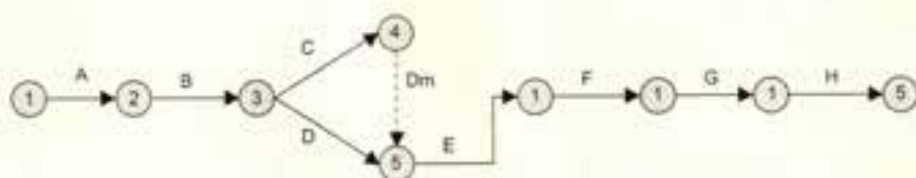


Gambar 13.5 Pemecahan PERT dengan POM for Windows

Waktu penyelesaian proyek sama dengan yang diperoleh secara manual, yaitu 97 minggu. Jalur kritis proyek juga sama, yaitu A-B-C-F-I-K-M-O-P-Q-R. Kelebihan perangkat lunak POM for Windows ialah langsung dapat menyajikan *Gantt chart* dari proyek. Dengan *Gantt chart*, pelaksana proyek, mandor dan pekerja dapat membaca kapan sebuah pekerjaan harus dimulai dan kapan harus diselesaikan. Sebelum dikonversi menjadi *Gantt chart* maka mandor dan pekerja sulit membaca jadwal proyek.

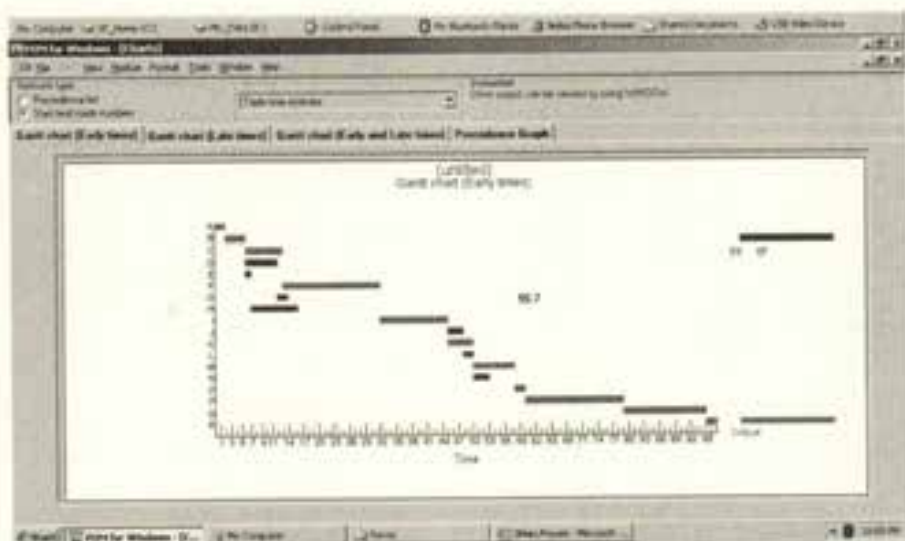
Sesuatu yang spesifik dari diagram jaringan PERT ialah adanya kemungkinan jaringan itu memiliki kegiatan semu (*dummy activity*). Kegiatan *dummy* ini muncul jika dua kegiatan atau lebih didahului oleh kegiatan yang sama, dan semua kegiatan dimaksud secara bersama-sama menjadi pendahulu dari kegiatan lainnya. Misalnya, pada kegiatan fotokopi, mungkin kita jumpai kegiatan berikut.

- a. Menghidupkan *power supply* dari mesin fotokopi.
- b. Panaskan kertas.
- c. Masukkan kertas ke boks yang tersedia untuk itu.
- d. Masukkan bahan yang akan di-copy ke mesin fotokopi.
- e. Laksanakan kegiatan fotokopi.
- f. Hitung lembaran yang di-copy.
- g. Susun dan jilid.
- h. Buat nota tagihan.



Gambar 13.6 Kegiatan *Dummy* pada Diagram Kerja Fotokopi

Pada contoh sederhana dalam Gambar 13.6, kegiatan C (memasukkan kertas ke boks) dan kegiatan D (memasukkan lembaran yang akan di-copy ke mesin fotokopi) secara bersama-sama mendahului kegiatan E (pelaksanaan fotokopi). Dengan demikian, kegiatan C dan D disebut memiliki *event* awal yang sama (2), dan secara bersama-sama, C dan D mendahului kegiatan E (*event* akhir dari C dan D juga sama).



Gambar 13.7 Gantt Chart Proyek Diselesaikan dengan POM for Windows

Kegiatan *dummy* ini berguna untuk memisahkan *event* akhir dari C dan D agar terbentuk dua garis panah (menunjukkan kegiatan dalam diagram PERT). Tanpa kegiatan *dummy* maka garis panah yang menunjukkan kegiatan C dan D akan berhimpit, dan hal itu mustahil karena dalam diagram PERT tiap garis panah akan menunjukkan suatu kegiatan tertentu. Kegiatan *dummy* adalah kegiatan semu (*boneka*, *dummy*) yang ada dalam diagram PERT yang tidak memerlukan sumber daya fisik dan waktu ($t_e = 0$).

2. Critical Path Method (CPM)

Critical Path Method (CPM) atau Metode Jalur Kritis (MJK) merupakan diagram kerja yang memandang waktu pelaksanaan kegiatan yang ada dalam jaringan bersifat unik (tunggal) dan *deterministic* (pasti), serta dapat diprediksi karena ada pengalaman mengerjakan pekerjaan yang sama pada proyek sebelumnya. CPM dapat dipandang sebagai metode yang menyempurnakan metode PERT, dan pada CPM ini telah dilakukan penyederhanaan. Penyempurnaan yang terlihat antara lain tidak dijumpai lagi kegiatan *dummy*, dan kegiatan tidak lagi diawali dan diakhiri oleh event.

Untuk mengetahui perbandingan antara PERT dan CPM, berikut disajikan perbedaan utama seperti diketengahkan dalam Tabel 13.5.

Tabel 13.5 Perbedaan PERT dan CPM

No	Unsur	PERT	CPM
1	Sifat waktu kegiatan	Probabilistik	Deterministik
2	Asumsi yang mendasari	Belum ada pengalaman sebelumnya	Ada pengalaman sebelumnya
3	Arti garis panah	Kegiatan	Hubungan presidensi
4	Arti lingkaran kecil	Event awal dan akhir kegiatan	Kegiatan
5	Jenis waktu jaringan	T_e dan T_l	ES, EF, LS, LF
6	Kegiatan <i>dummy</i>	Ada	Tidak ada
7	Sasaran utama	Optimisasi waktu	Optimisasi waktu dan biaya

Berdasarkan perbandingan dalam Tabel 13.5 diketahui bahwa CPM ini bersifat deterministik dan *project manager* dianggap sudah memiliki pengalaman mengerjakan proyek yang sama di masa yang lalu. Untuk lebih memahami aplikasi CPM ini maka di bawah dikemukakan contoh sederhana, yaitu proyek pembangunan jalan raya kabupaten sepanjang 25 kilometer, lebar badan jalan tujuh meter, dan memiliki dua buah jembatan beton masing-masing 30 meter. Pekerjaan yang ada disajikan dalam Tabel 13.6.

Tabel 13.6 Kegiatan yang Ada dalam Proyek Jalan Raya Kabupaten

No.	Simbol	Jenis kegiatan
1	A	Penyusunan tim proyek
2	B	Survei lapangan
3	C	Pembuatan desain dan rencana bestek
4	D	Penelusuran sumber pendanaan
5	E	Penelusuran mitra pemasok material
6	F	Pengadaan sirtu untuk pengurugan
7	G	Pengurugan permukaan badan jalan
8	H	Pengerasan permukaan badan jalan
9	I	Penggalian got
10	J	Pemasangan tembok got
11	K	Pemasangan tiang jembatan ke-1
12	L	Pemasangan tiang jembatan ke-2
13	M	Pemasangan balok-balok pracetak jembatan ke-1
14	N	Pemasangan balok-balok pracetak jembatan ke-2
15	O	Pemasangan pelat beton pracetak jembatan ke-1
16	P	Pemasangan pelat beton pracetak jembatan ke-2
17	Q	Pengaspalan
18	R	Pemeliharaan
19	S	Serah-terima proyek

Sama halnya dengan PERT, kegiatan berikut sesudah mengidentifikasi jenis kegiatan yang akan dilakukan ialah mengidentifikasi urutan pekerjaan dan pendugaan waktu pelaksanaan setiap kegiatan. Apabila urutan kegiatan sudah diketahui dan ditetapkan maka jaringan kerja sudah dapat dibuat, dan jika waktu kegiatan diketahui maka kita dapat merumuskan waktu penyelesaian proyek, sekaligus mencari jalur kritis proyek.

Jika dari hasil pertemuan tim proyek dapat dirumuskan urutan kegiatan dan waktu pengerjaan setiap kegiatan, dan hasilnya seperti dalam Tabel 3.7.

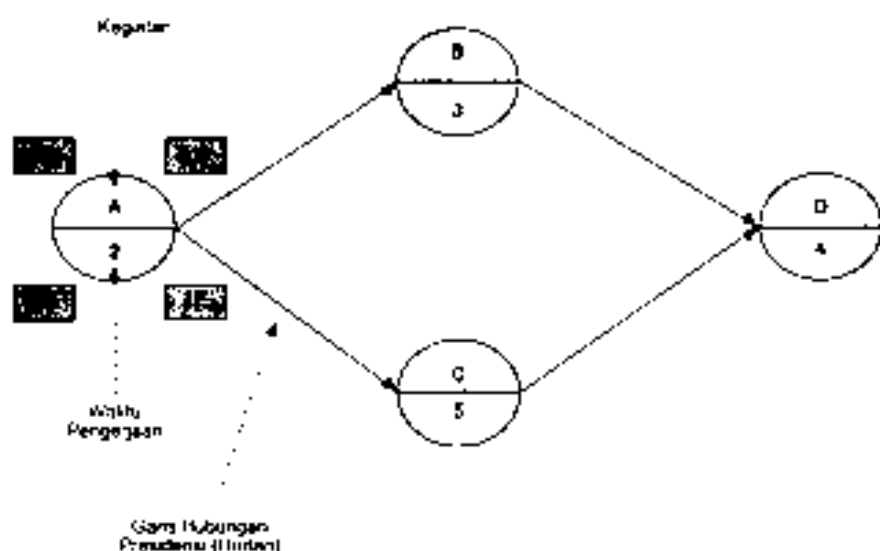
Tabel 13.7 Urutan Pelaksanaan Kegiatan dan Waktu Pengerjaannya

No	Kegiatan	Pendahulu	Waktu (Minggu)
1	A	-	1
2	B	A	2
3	C	B	2
4	D	A	1
5	E	A	1
6	F	C,D,E	3
7	G	F	4
8	H	G	4
9	I	C	10
10	J	I	12
11	K	J,H	10
12	L	J,H	10
13	M	K	10
14	N	L	10
15	O	M	4
16	P	N	4
17	Q	O,P	2
18	R	Q	12
19	S	R	1

Sebelum mengemukakan diagram dari proyek pembuatan jalan raya kabupaten dimaksud maka terlebih dahulu akan dikemukakan karakteristik dan cara membuat diagram CPM, yaitu sebagai berikut.

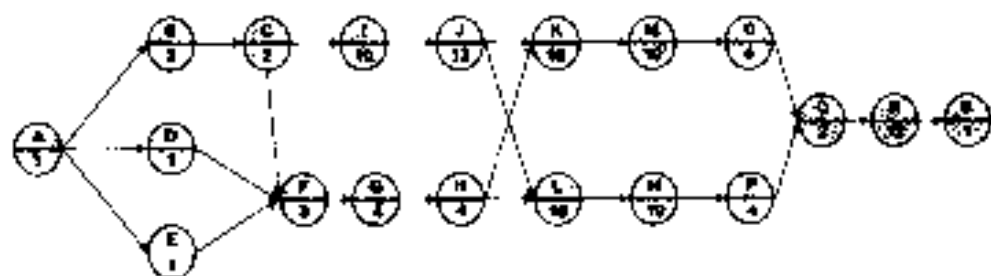
- Kegiatan dilambangkan oleh lingkaran kecil (*node*).
- Hubungan presidensi dilambangkan oleh garis panah.
- Nama (*symbol*) kegiatan dan waktu pengerjaannya dinyatakan dalam lingkaran (*node*) dan kegiatan.
- Penulisan waktu waktu janginan memakai teladan ES di sebelah kiri atas *node* dan EF di kiri bawah, LS pada sebelah kanan atas *node*, dan LF di sebelah kanan bawah.

Sebagai contoh, berikut akan ditunjukkan contoh diagram dengan empat kegiatan, yaitu A, B, C, dan D. B dan C di dahului oleh A, dan D di dahului oleh B dan C.

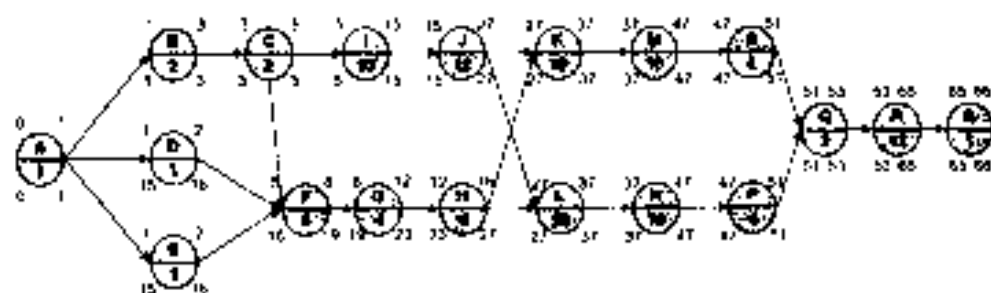


Gambar 13.8 Model Sederhana Jaringan CPM

Berdasarkan contoh pembuatan diagram CPM di atas maka di bawah ini ditunjukkan diagram CPM dari proyek pembuatan jalan kabupaten tersebut.

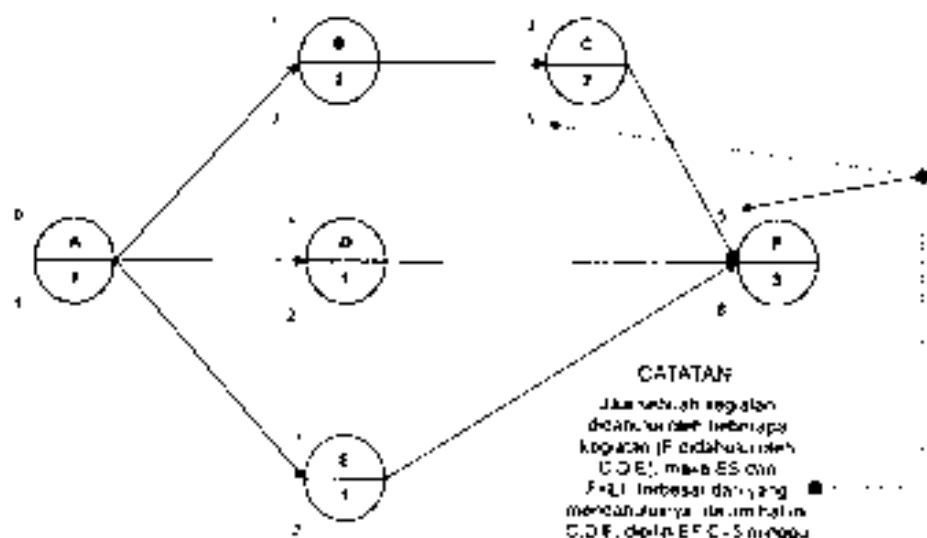


Gambar 13.9a Diagram CPM Proyek Pembuatan Jalan Kabupaten



Gambar 13.9b Perhitungan Waktu Jaringan dan Jalur Kritis Proyek

Cara perhitungan waktu-waktu ES, EF, LS, dan LF dari jaringan kerja CPM, disajikan dalam uraian berikut ini dengan memetik beberapa pekerjaan dari jaringan yang dimaksud Gambar 13.9b. Sebelumnya, perlu dijelaskan bahwa ES dan EF dihitung dari pekerjaan awal menuju pekerjaan akhir dari arah depan ke belakang. Sebaliknya, untuk LS dan LF dihitung dari belakang ke depan.



$EF = ES + 1$, maka untuk masing-masing kegiatan

$$A = 0 + 1 = 1$$

$$B = 1 + 2 = 3$$

$$C = 3 + 2 = 5$$

$$D = 1 + 1 = 2$$

$$E = 1 + 1 = 2$$

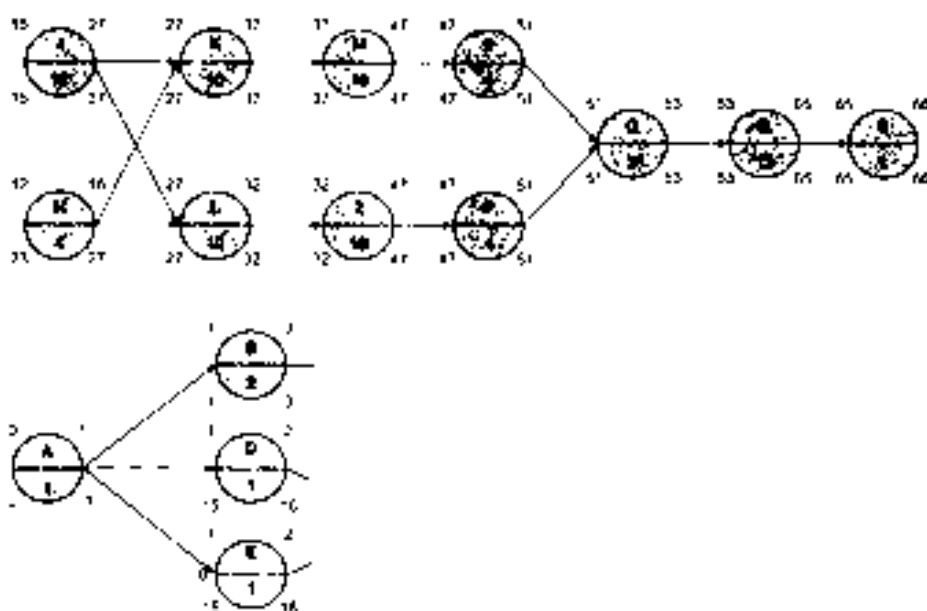
$$F = 6 + 3 = 9$$

Es kegiatan berikut, misal B = EF kegiatan yang mendahuluinya, dalam hal ini EF dan A.

Gambar 13.10 Perhitungan Waktu

Pada perhitungan untuk mendapatkan nilai-nilai LS dan LF, kriteria dan prosedurnya berkebalikan dengan perhitungan ES dan EF di atas. LS dan LF dihitung dari pekerjaan terakhir (dari belakang) sampai pekerjaan yang pertama (paling depan). Untuk pekerjaan yang mendahului beberapa kegiatan maka nilai LF pekerjaan yang bersangkutan dapat diperoleh dari

beberapa pekerjaan yang didahuluinya, dan LF pekerjaan itu sama dengan LS terkecil dari pekerjaan-pekerjaan pendahulunya itu.



Gambar 13.11 Metode Perhitungan LS dan LF

Pada gambar di atas, J mendahului K dan L, serta H mendahului K dan L. Dengan demikian, LF dari J dan H dapat dicari dari LS kegiatan K dan L. Pada kasus ini, LS dari K dan L sama, yaitu 27 sehingga tidak menimbulkan masalah, karena memilih yang mana saja angkanya tetap sama. Akan tetapi, pada gambar di bawahnya ditunjukkan bahwa A mendahului tiga kegiatan, yaitu B, D, dan E. Sehubungan dengan itu, LF dari A dapat diperoleh dari LS kegiatan B, D, dan E yang terkecil. Dalam hal ini, LS dari B, yaitu 1 (LS dari D dan E, yaitu 15 tidak memenuhi kriteria karena lebih besar daripada LS kegiatan B).

Untuk menetapkan jalur kritis proyek, metodenya sama saja dengan PERT, namun pada CPM perhitungan *slack time* lebih mudah, yaitu $LS - ES$ atau $LF - EF$. Berikut disajikan perhitungan dimaksud.

Tabel 13.8 Perhitungan Waktu Luang (*Stock Time*) Kegiatan

No	Kegiatan	LF	EF	LS	ES	Waktu Luang
1	A	1	1	0	0	0
2	B	3	3	1	1	0
3	C	5	5	3	3	0
4	D	16	2	15	1	14
5	E	16	2	15	1	14
6	F	19	8	16	5	11
7	G	23	12	19	8	11
8	H	27	18	23	12	11
9	I	15	15	5	5	0
10	J	27	27	15	15	0
11	K	37	37	27	27	0
12	L	37	37	27	27	0
13	M	47	47	37	37	0
14	N	47	47	37	37	0
15	O	51	51	47	47	0
16	P	51	51	47	47	0
17	Q	53	53	51	51	0
18	R	65	65	53	53	0
19	S	66	66	65	65	0

Berdasarkan Tabel 13.8 diperoleh data bahwa sebagian besar kegiatan proyek bersifat kritis (73.68 persen) dan yang bukan kegiatan kritis hanya lima kegiatan (26.32 persen). Dihubungkan dengan Gambar 13.8b (lihat halaman 327) maka jalur kritis proyek ada dua buah, yaitu sebagai berikut.

- A, B, C, I, J, K, M, O, Q, R, S dan
- A, B, C, I, J, L, N, P, Q, R, S.

Waktu paling cepat untuk menyelesaikan proyek pembuatan jalan raya kabupaten dimaksud adalah 66 minggu atau sekitar 16 bulan atau 1.3 tahun. Terlihat bahwa perhitungan untuk mendapatkan nilai waktu luang (*stock time*) kegiatan pada jaringan CPM lebih mudah daripada jaringan PERT. Dengan sifatnya yang lebih sederhana maka metode CPM ini banyak dipergunakan dalam praktik.

C. PERCEPATAN DAN PEMBIAYAAN PROYEK

Di dunia nyata lazim dijumpai, pihak pemberi pekerjaan atau pemilik proyek menawarkan agar proyek diselesaikan dalam waktu yang lebih singkat. Dalam keadaan demikian, manajer proyek atau pimpinan perusahaan harus mampu

melakukan estimasi, apakah tawaran percepatan waktu itu layak dilaksanakan atau tidak, dan berapa besar konsekuensi biaya percepatan pekerjaan dimaksud. Oleh karena tawaran percepatan waktu penyelesaian proyek bersifat probabilistik maka model matematik untuk mengukur probabilitas percepatan dimaksud tersedia pada model PERT. Adapun formulasi untuk mendapatkan probabilitas adalah berikut ini

$$\sigma^2 = \left(\frac{b-a}{6}\right)^2 \text{ atau } \left(\frac{-b-a}{36}\right)^2$$

$$Z = \frac{x - \mu}{\sqrt{\sigma^2_{cp}}}$$

Dimana:

- a = waktu optimistik x = waktu penyelesaian yang ditawarkan
- b = waktu pesimistik μ = waktu penyelesaian menurut T_c atau E_c
- σ^2 = varian kegiatan σ_{cp} = standar deviasi jalur kritis (*critical path*, cp) dan
- σ^2_{cp} = varian dari jalur kritis.

Misalnya, untuk proyek pengenalan produk baru pada contoh terdahulu, T_c atau $\mu = 97$ minggu dan jalur kritis adalah **A-B-C-F-I-K-M-O-P-Q-R**. Manajemen perusahaan menawarkan agar proyek diselesaikan dalam waktu 80 minggu. Anda sebagai seorang ahli rekayasa proyek diminta untuk menghitung, berapa probabilitas menyelesaikan proyek dalam waktu 80 minggu dan apakah tawaran itu layak diterima.

Tabel 13.9 Varians Jalur Kritis Proyek Pengenalan Produk Baru

No	Kegiatan	Waktu Pengerjaan			Varians Jalur Kritis
		b	a	(b-a) ²	
1	A	3	1	4	1/9
2	B	6	2	16	4/9
3	C	13	5	64	16/9
4	F	24	10	196	49/9
5	I	22	8	196	49/9
6	K	11	3	64	16/9
7	M	15	5	100	25/9
8	O	3	1	4	1/9
9	P	24	10	196	49/9
10	Q	28	10	256	64/9
11	R	3	1	4	1/9
TOTAL					275/9

Berdasarkan hasil tersebut maka varians jalur kritis (σ^2_{ij}) = $\sqrt{30.5556} = 5.5277$

$$Z = \frac{80 - 97}{5.5277} = -3.08$$

Z-score = 0.0001, atau peluang untuk dapat menyelesaikan proyek dalam waktu 80 minggu adalah 0.01% dan kemungkinan tidak dapat memenuhi target waktu itu 99.99%. Akan tetapi, jika diberikan target harus selesai dalam waktu 100 minggu maka peluangnya sebagai berikut.

$$Z = \frac{100 - 97}{5.5277} = +0.54$$

Z-score = 0.7389 atau peluang menyelesaikan proyek dalam waktu 100 minggu adalah 73.89% dan kemungkinan gagalnya hanya 26.11%. Secara teoretis, suatu tawaran waktu penyelesaian dapat diterima apabila probabilitas menyelesaikannya $\geq 60\%$, dan jika $<60\%$ sebaiknya tawaran waktu itu ditolak.

Menghadapi kondisi sedemikian itu maka untuk mempertimbangkan usulan percepatan waktu penyelesaian proyek, pihak Departemen Riset dan Pengembangan harus melakukan penelitian atas setiap jenis pekerjaan yang ada guna menyimpulkan pekerjaan mana yang dapat dipercepat penyelesaiannya, dalam waktu berapa percepatan itu dapat dilakukan, dan berapa besar biaya percepatan dimaksud.

Untuk menghitung biaya rata-rata percepatan pekerjaan, dipakai rumus berikut.

$$\text{Biaya unit percepatan} = \frac{CC - NC}{NT - CT}$$

Dimana:

NC = *normal cost*, biaya normal kegiatan.

CC = *crash cost*, biaya percepatan pekerjaan.

NT = *normal time*, waktu normal penyelesaian pekerjaan tanpa percepatan.

CT = *crash time*, waktu penyelesaian pekerjaan dengan percepatan.

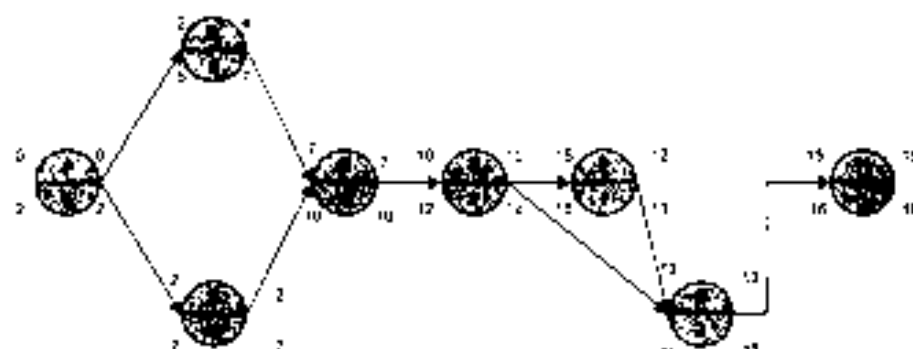
Pertimbangan untuk mempercepat pekerjaan adalah sebagai berikut.

1. Biaya unit pekerjaan itu minimal atau lebih murah.
2. Percepatan penyelesaian pekerjaan itu memberi dampak percepatan penyelesaian proyek secara proporsional.
3. Pekerjaan itu tergolong pekerjaan kritis.

Untuk mengaplikasikan model di atas, berikut disajikan sebuah contoh sederhana.

Tabel 13.10 Proyek Pemeliharaan dan Reparasi Gedung Pabrik

No	Kegiatan	Pendahulu	Normal Time	Normal Cost (Rp000)	Crash Time (Minggu)	Crash Cost (Rp000)
1	A	-	2 minggu	5000	1	7500
2	B	A	3 minggu	8000	2	10000
3	C	A	5 minggu	10000	2	16000
4	D	B,C	3 minggu	7500	2	9000
5	E	D	2 minggu	10000	1	12500
6	F	E	1 minggu	5000	1	5000
7	G	E,F	2 minggu	6500	2	6500
8	H	G	1 minggu	5000	1	5000



Gambar 13.12 Diagram Pelaksanaan Rehabilitasi Gedung Pabrik

Berdasarkan Gambar 13.12 diketahui bahwa jalur kritis proyek adalah A-C-D-E-G-H dan waktu paling cepat untuk menyelesaikan proyek adalah 16 minggu. Biaya satuan setiap kegiatan adalah sebagai berikut.

$$A = \frac{7.500.000 - 5.000.000}{2 - 1} = \text{Rp}2.500.000$$

$$B = \frac{10.000.000 - 8.000.000}{3 - 2} = \text{Rp}2.000.000$$

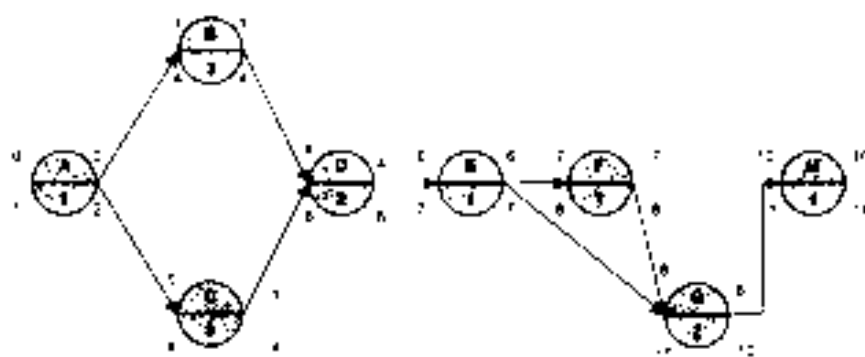
$$C = \frac{16.000.000 - 10.000.000}{5 - 2} = \text{Rp}2.000.000$$

$$D = \frac{9.000.000 - 7.500.000}{2 - 1} = \text{Rp}1.500.000$$

$$E = \frac{12.500.000 - 10.000.000}{2 - 1} = \text{Rp}2.500.000$$

F = tidak ada percepatan, G = tidak ada percepatan, H = tidak ada percepatan

Urutan biaya percepatan: D - B - C - A - E, tetapi B bukan jalur kritis sehingga tidak menjadi bagian pertimbangan yang diprioritaskan. Misalnya, D diputuskan dipercepat menjadi 2 minggu, C dipercepat menjadi 3 minggu, A dipercepat 1 minggu, dan E dipercepat 1 minggu maka waktu penyelesaian dan jalur kritis disajikan dalam Gambar 13.13.



Gambar 13.13 Waktu Penyelesaian dan Jalur Kritis Setelah Percepatan

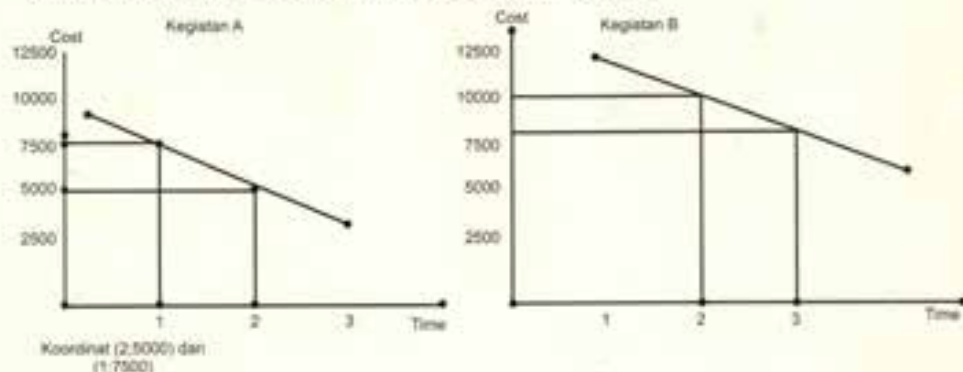
Berdasarkan Gambar 13.13 diketahui bahwa dengan percepatan pekerjaan seluruhnya 5 minggu telah mempercepat penyelesaian proyek dari 16 minggu menjadi 11 minggu sehingga dicapai percepatan yang proporsional. Jalur kritis proyek menjadi empat buah, yaitu sebagai berikut

1. A-B-D-E-F-G-H
2. A-C-D-E-F-G-H

3. A-B-D-E-G-H

4. A-C-D-E-G-H

Semua pekerjaan berubah menjadi kritis semuanya. Untuk menunjukkan hubungan antara biaya percepatan dengan waktu percepatan, berikut disajikan gambaran untuk penggal kegiatan A dan B.



Gambar 13.14 Kurva Percepatan Pekerjaan

Perbandingan biaya antara pengerjaan menurut waktu normal dan waktu percepatan disajikan dalam Tabel

Tabel 13.11 Biaya Penyelesaian Menurut Waktu Normal dan Percepatan

No	Kegiatan	Biaya Normal (Rp)	Percepatan			Biaya Total (Rp)
			Satuan Waktu	Biaya Unit (Rp)	Biaya Percepatan	
1	A	5.000.000	1 minggu	2.500.000	2.500.000	7.500.000
2	B	8.000.000	0	0	0	8.000.000
3	C	10.000.000	2 minggu	2.000.000	4.000.000	14.000.000
4	D	7.500.000	1 minggu	1.500.000	1.500.000	9.000.000
5	E	10.000.000	1 minggu	2.500.000	2.500.000	12.500.000
6	F	5.000.000	0	0	0	5.000.000
7	G	6.500.000	0	0	0	6.500.000
8	H	5.000.000	0	0	0	5.000.000
Total		57.000.000	5 minggu	-	10.500.000	67.500.000

Tabel 13.11 menjelaskan bahwa untuk mempercepat proyek dari 16 minggu menjadi hanya 11 minggu, perusahaan harus mengeluarkan tambahan biaya Rp10.500.000 sehingga biaya total menjadi Rp67.500.000 (naik sekitar 18,42 persen). Dalam praktik, tambahan pengeluaran biaya itu dibandingkan dengan bonus yang disediakan oleh pemilik proyek, atau

keuntungan yang diharapkan diperoleh dari proyek lain yang dapat dikerjakan jika percepatan dilakukan. Pertimbangan nonkeuangan juga lazim dilakukan dengan maksud untuk memelihara hubungan bisnis dengan pemilik proyek yang telah berlangsung lama. Sepanjang mengenai pertimbangan keuangan, keputusan diambil berdasarkan pendekatan *Benefit-Cost Ratio (BCR)*. Jika rasio lebih besar daripada satu maka percepatan layak untuk dilakukan, dan jika kecil daripada satu maka percepatan itu tidak layak. Untuk pertimbangan nonfinansial ini, tentu landasan keputusannya adalah nilai *goodwill* yang diperoleh jika tawaran pemilik proyek diterima.

Sekalipun secara finansial perusahaan harus menanggung tambahan biaya percepatan, namun karena pemilik proyek adalah mitra bisnis yang prospektif maka kerugian atau penurunan keuntungan sekarang dapat dikompensasi dengan prospek laba yang akan datang. Dengan demikian, keputusan dapat dilakukan berdasarkan *real cost* dan juga *opportunity cost*.

Untuk lebih memantapkan penguasaan aplikasi jaringan kerja, sebagai alat perencanaan dan pengendalian dalam manajemen proyek maka berikut ini dikemukakan kembali sebuah kasus proyek pengenalan produk baru dengan memakai jaringan kerja CPM. Aplikasi dilakukan mulai dari perumusan kegiatan, pembuatan diagram, penelusuran jalur kritis, percepatan, dan kaitannya dengan penganggaran proyek. Jenis kegiatan, urutan pekerjaan, dan waktu setiap jenis tugas yang harus diselesaikan disajikan dalam Tabel 13.12.

Tabel 13.12 Jenis Kegiatan dan Waktu Pelaksanaan Proyek Pemasaran Produk Baru

No. Urut	Jenis kegiatan	Lambang Aktivitas	Waktu (Minggu)	Pendahulu
1	Pengembangan ide produk.	A	6	-
2	Evaluasi gagasan.	B	1	A
3	Menyiapkan prospek untuk calon investor (pemilik dana).	C	2	B
4	Penarikan dana untuk membiayai produk.	D	5	C
5	Menyiapkan strategi dan kebijaksanaan pemasaran.	E	2	B
6	Menyiapkan pola uji pemasaran.	F	1	E

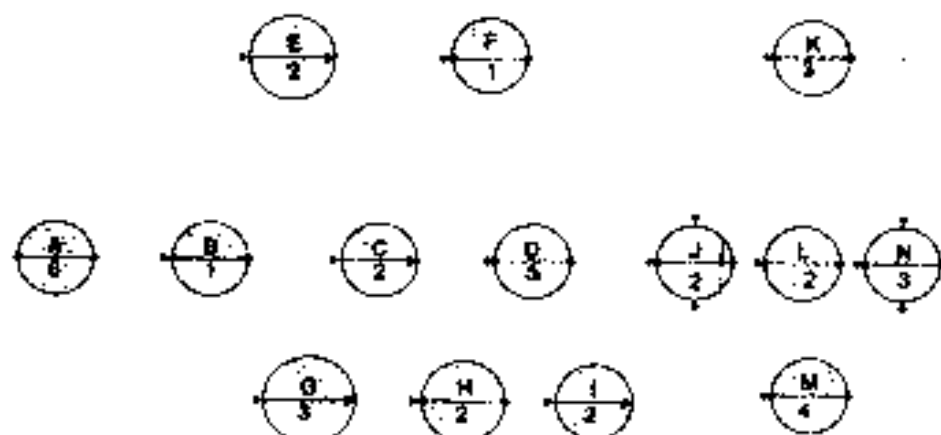
No. Urut	Jenis kegiatan	Lambang Aktivitas	Waktu (Minggu)	Pendahulu
7	Membuat rincian rancangan produk menurut hasil evaluasi gagasan.	G	3	B
8	Membuat rancangan pengolahan sesuai rincian rancangan produk.	H	2	G
9	Pelaksanaan produksi percobaan.	I	2	H
10	Uji pasar dan penyusunan strategi produksi komersial.	J	2	D, F, I
11	Menarik tambahan dana.	K	3	J
12	Mengembangkan sistem distribusi.	L	2	J
13	Produksi komersial.	M	4	J
14	Mengisi saluran distribusi.	N	3	K, L, M

Informasi yang diperoleh menurut Tabel 13.12 kemudian diproses menjadi diagram jaringan kerja. Sebelum masuk ke penjelasan mengenai cara membuat jaringan kerja, lebih dahulu akan dijelaskan ciri-ciri dari CPM, metode jalur kritis ini, yaitu sebagai berikut.

1. Tiap kegiatan dalam diagram sesuai simbol yang telah ditetapkan sebelumnya, dan kegiatan itu dinyatakan dalam sebuah lingkaran kecil (*nodes*) dan di lingkaran tersebut dinyatakan pula waktu kegiatan.
2. Garis yang menghubungkan setiap simbol kegiatan pada diagram hanya menunjukkan pola hubungan saling mendahului.
3. Waktu kegiatan dibagi ke dalam:
 - a. E_S = *earliest start*, waktu paling awal untuk memulai sebuah kegiatan,
 - b. E_F = *earliest finish*, waktu paling awal untuk menyelesaikan sebuah kegiatan,
 - c. L_S = *latest start*, waktu paling lambat untuk memulai sebuah kegiatan,
 - d. L_F = *latest finish*, waktu paling lambat untuk menyelesaikan sebuah kegiatan.
4. E_S dan E_F dihitung mulai sejak kegiatan awal hingga ke kegiatan paling akhir, menurut pola arus pekerjaan yang telah diurutkan secara sistematis. Sedangkan L_S dan L_F dihitung mulai sejak kegiatan paling akhir, atau dengan arah yang berlawanan dengan yang pertama.
5. Dalam perhitungan E_S dan E_F jika terdapat dua buah kegiatan atau lebih menjadi pendahulu bagi kegiatan berikutnya maka E_F kegiatan yang akan dipindahkan sebagai E_S kegiatan berikutnya ialah E_F yang terbesar. Sebaliknya, dalam perhitungan L_S dan L_F dua buah aktivitas atau lebih, yang

secara bersama-sama didahului oleh sebuah aktivitas lainnya maka E_s dari kegiatan yang didahului yang akan dipindahkan sebagai L_p dari kegiatan pendahulunya dipilih E_s kegiatan yang terkecil. Dengan berpola kepada ciri-ciri dan metode perhitungan waktu-waktu tersebut di atas maka berikut ini disajikan peta atau diagram dari rencana pemasaran produk baru.

Setelah menggambar diagram kegiatan seperti tersebut di atas, selanjutnya dilakukan perhitungan E_s (waktu memulainya yang paling cepat) dan E_f (waktu menyelesaikan pekerjaan yang paling cepat) atas setiap kegiatan, dan hasilnya terdapat pada Gambar 13.15.



Gambar 13.15 Diagram Kupa Penyelesaian Proyek Pengenalan Produk Baru

Tabel 13.13 Perhitungan Waktu Percepatan Penyelesaian Kegiatan

1	2	3	4	5
Kegiatan	Pendahulu	E_s	Waktu	E_f (3) + (4)
A	-	0	6	6
B	A	6	1	7
C	B	7	2	9
D	C	9	5	14*)
E	B	7	2	9
F	E	9	1	10*)
G	B	7	3	10
H	G	10	2	12
I	H	12	2	14*)
J	D, F, I	14*)	2	16
K	J	16	3	19**)
L	J	16	2	18**)
M	J	16	4	20**)
N	K, L, M	20*)	3	23

Penjelasan:

1. Kegiatan J didahului oleh kegiatan D, F, dan I, serta E_f dari kegiatan D, F, dan I (lihat yang bertanda (*)) pada kolom 5) masing-masing : 14 minggu, 10 minggu, dan 14 minggu. Waktu yang paling lama ialah 14 dan karena itu E_s untuk J ialah minggu ke-14.
2. Selanjutnya, kegiatan N didahului oleh kegiatan K, L, dan M. E_f setiap kegiatan tersebut (lihat yang bertanda (**)) pada kolom 5) masing-masing: 19, 18, dan 20 minggu. Dipilih waktu yang terlama, yaitu 20 minggu sehingga E_s kegiatan N ialah minggu ke-20.
3. E_f setiap kegiatan ialah E_s + waktu untuk kegiatan yang bersangkutan.

Selanjutnya, perhitungan L_s dan L_f sekalipun pernah dijelaskan pada uraian terdahulu. Berikut ini dijelaskan kembali proses itu dengan maksud agar pemecahan kasus ini menjadi runtut dan tuntas.

Tabel 13.14 Perhitungan Waktu Paling Lambat Menyelesaikan Kegiatan

1	2	3	4	5
Kegiatan	Pendahulu	L_f	Waktu	L_s
N	K, L, M	23	3	20
M	J	20	4	16*)
L	J	20	2	18*)
K	J	20	3	17*)
J	D, F, I	16*)	2	14
I	H	14	2	12
H	G	12	2	10
G	B	10	3	7**)
F	E	14	1	13
E	B	13	2	11**)
D	C	14	5	9
C	B	9	2	7**)
B	A	7	1	6
A	-	6	6	0

Penjelasan:

1. L_f kegiatan N dianggap sama dengan E_f sehingga $L_f = 23$ minggu. L_s dari N = L_f - waktu jaringan = $23 - 3 = 20$ minggu.
2. Kegiatan N didahului oleh K, L, dan M sehingga L_f ketiga kegiatan tersebut sama, yaitu sama dengan L_s kegiatan N, yaitu 20 minggu.
3. K, L, dan M didahului oleh J dan karena itu L_f dari kegiatan J sebesar dengan L_s terkecil dari ketiga kegiatan dimaksud (lihat yang bertanda (*) dalam kolom 5) = 16 minggu, dan karena itu L_f dari J = 16 minggu.

4. Kegiatan B mendahului kegiatan C, E, dan G. Oleh karena itu, LF kegiatan B harus sama dengan LS terkecil dari kegiatan yang didahuluinya (lihat yang bertanda (**)) dalam kolom 5 di atas), yaitu 7 minggu dan dengan demikian LF dari B = 7 minggu.

Menentukan jalur kritis:

Untuk menentukan jalur kritis proyek, kita dapat memilih salah satu dari dua metode yang lazim dipergunakan, yaitu sebagai berikut.

1. Alternatif jalur penyelesaian proyek dengan waktu penyelesaian yang terlama.
2. Jalur penyelesaian proyek dengan waktu *slack* pekerjaan yang sama dengan nol.

Berdasarkan diagram tersebut gambar di atas, dijumpai beberapa alternatif jalur penyelesaian proyek, yaitu sebagai berikut.

A - B - E - F - J - K - N

A - B - C - D - J - K - N

A - B - C - D - J - L - N

A - B - C - D - J - M - N

A - B - G - H - I - J - L - N

A - B - G - H - I - J - M - N

Waktu penyelesaian pada setiap alternatif jalur adalah sebagai berikut.

$6 + 1 + 2 + 1 + 2 + 3 + 3 = 18$ minggu

$6 + 1 + 2 + 5 + 2 + 3 + 3 = 22$ minggu

$6 + 1 + 2 + 5 + 2 + 2 + 3 = 21$ minggu

$6 + 1 + 2 + 5 + 2 + 4 + 3 = 23$ minggu

$6 + 1 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 = 21$ minggu

$6 + 1 + 3 + 2 + 2 + 2 + 4 + 3 = 23$ minggu

Menurut metode ini, waktu yang paling lama adalah 23 minggu dan dengan demikian jalur kritis (*critical path*) proyek ada dua buah, yaitu **A - B - G - H - I - J - M - N** dan **A - B - C - D - J - M - N**.

Pada dasarnya, *slack time* adalah kelonggaran waktu untuk menunda pelaksanaan sebuah kegiatan dalam jaringan kerja, dengan tanpa menunda

waktu penyelesaian proyek secara keseluruhan. Dalam hal ini, *slack time* dihitung dengan cara mencari selisih antara LS dengan ES atau LF dengan EF.

Jalur kritis (*critical path*) ialah jaringan kegiatan atau pekerjaan yang melintasi semua kegiatan kritis, maupun yang memiliki *slack* sebesar 0. Semua pekerjaan yang ada pada jalur kritis tidak dapat ditunda pelaksanaannya dengan tanpa menunda waktu waktu penyelesaian proyek. Perhitungan *slack time* dimaksud disajikan dalam Tabel 13.15.

Berdasarkan Tabel 13.15 diketahui bahwa jalur kritis proyek adalah A – B – D – J – M – N dan A – B – G – H – I – J – M – N. Ternyata hasil yang diperoleh dari aplikasi metode kedua adalah sama dengan yang diperoleh pada aplikasi metode pertama. Waktu penyelesaian pekerjaan adalah 23 minggu, dan waktu tersebut ialah yang tercepat untuk menyelesaikan proyek tersebut di atas. Pengawasan proyek dilakukan dengan mengetatkan pelaksanaan pekerjaan yang ada dalam jalur kritis. Pengetatan pengawasan dilakukan karena pekerjaan yang ada pada jalur kritis itu tidak dapat ditunda pelaksanaannya, tanpa menunda pelaksanaan proyek secara keseluruhan. Apabila kegiatan yang ada pada jalur kritis ditunda maka waktu penyelesaian proyek juga akan bergeser.

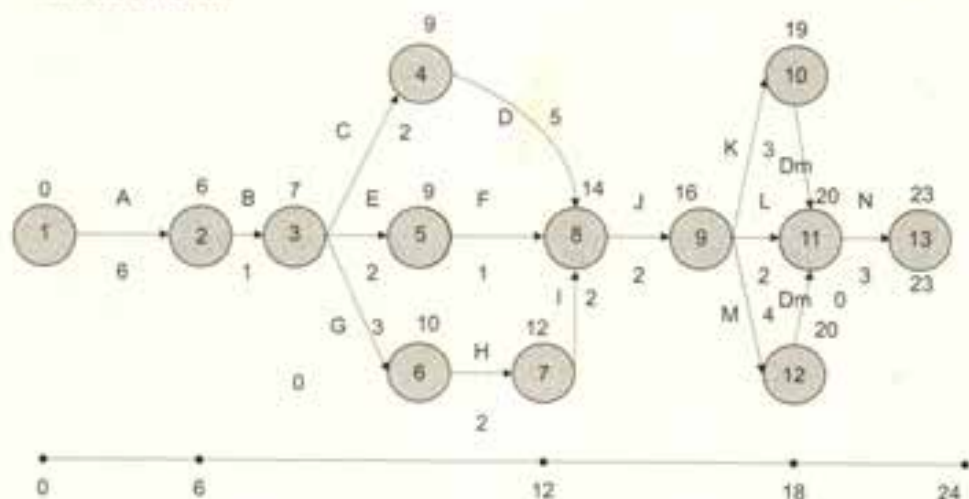
Tabel 13.15 Daftar Perhitungan Waktu *Slack* Pekerjaan

Kegiatan	LS	ES	LF	EF	Slack
A	0	0	6	6	0
B	6	6	7	7	0
C	7	7	9	9	0
D	9	9	14	14	0
E	11	7	13	9	4
F	13	9	14	10	4
G	7	7	10	10	0
H	10	10	12	12	0
I	12	12	14	14	0
J	14	14	16	16	0
K	17	16	20	19	1
L	18	16	20	18	2
M	16	16	20	20	0
N	20	20	23	23	0

Selanjutnya, untuk memberikan pedoman kepada mandor untuk mengawasi pelaksanaan pekerjaan, umumnya diagram kerja baik diagram PERT maupun CPM, lebih dahulu diubah menjadi grafik batang yang lazim disebut *Gantt chart* atau bagan Gantt (1917). Sebelum mengemukakan Bagan

Gantt dimaksud, lebih dahulu akan disajikan beberapa langkah yang perlu ditempuh sebelumnya. Langkah dimaksud meliputi: (a) pembagian waktu pelaksanaan proyek ke dalam unsur waktu evaluasi terkecil yang lazim disebut *termijn*, (b) menghitung target penyelesaian pekerjaan dalam setiap *termijn*, dan (c) menghitung bobot pelaksanaan pekerjaan baik bobot pelaksanaan fisik maupun bobot pembiayaannya. Hasil yang diperoleh dalam setiap langkah, dimasukkan ke dalam gambar bagan Gantt dimaksud.

Dikaitkan dengan proyek yang sedang dikaji ini, waktu pelaksanaan pekerjaan dapat dibagi ke dalam satuan waktu empat mingguan. Selanjutnya, waktu penyelesaian proyek dibagi dengan satuan waktu dimaksud, dan selanjutnya diperoleh *termijn* yang dikemukakan di uraian terdahulu. Berdasarkan hasil kaji itu kemudian dibuat bagan evaluasi dalam Gambar 13.16 berikut ini.

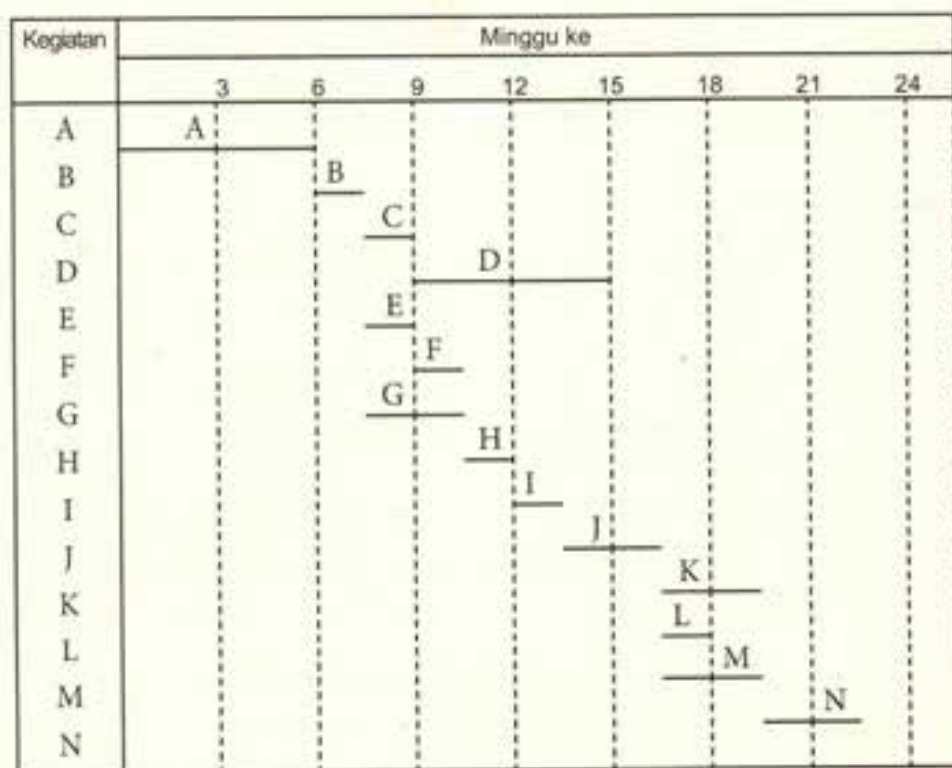


Gambar 13.16 Evaluasi Bobot Penyelesaian Fisik per *Termijn*

Termijn ke-1, pekerjaan yang dilaksanakan ialah A dengan target 100%. *Termijn* ke-2, menyelesaikan pekerjaan B 100%, C 100%, D 60%, E 100%, F 100%, G 100%, dan H 100%. *Termijn* ke-3, menyelesaikan pekerjaan D 40%, I 100%, J 100%, K 66.7%, L 100%, M 50%. *Termijn* ke-4, menyelesaikan pekerjaan K 33.3%, M 50%, dan N 100%.

Berdasarkan hasil analisis mengenai bobot fisik per *termijn*, lebih lanjut dapat dibuat bagan Gantt atau diagram balok mendatar. Diagram ini sangat berguna untuk dipakai mengendalikan proyek. Pihak tukang dan mandor

akan sangat mudah membacanya karena diagram memiliki bentuk gambar dimensi dua, yang merinci target sasaran penyelesaian pekerjaan yang bobotnya dinyatakan dalam persen. Dari bagan, mandor dapat membaca target penyelesaian setiap pekerjaan selama *termijn* tertentu, dan kemudian dapat dipakai oleh mandor yang bersangkutan untuk mengerahkan dan mengarahkan kegiatan buruh atau tenaga kerja yang menjadi tanggung jawabnya. Di pihak lain, manajemen atau bagian pengawasan proyek dapat menilai kemajuan pelaksanaan pekerjaan, yaitu dengan membandingkan realisasi dengan target. Realisasi lazim dinyatakan dalam bobot berupa persentase penyelesaian. Dengan membandingkan bobot penyelesaian dengan bobot target, manajemen dapat mengetahui dan memastikan apakah pekerjaan terlambat atau sesuai dengan rencana. Lebih lanjut, bobot target dapat menjadi landasan alokasi anggaran untuk setiap *termijn*. Realisasi pembiayaan proyek dibandingkan dengan target untuk mengetahui apakah dana yang telah dipakai tetap tidak melampaui pagu untuk *termijn*, dan apakah bobot pembiayaan tetap lebih kecil dari pada bobot fisik.



Target Penyelesaian Pekerjaan								
A	50%	50%						
B			100%					
C			100%					
D				60%	40%			
E			100%					
F				100%				
G			67%	33%				
H			100%					
I					100%			
J					50%	50%		
K						67%	33%	
L						100%		
M						50%	50%	
N							33%	67%
Biaya	Rp.....	Rp.....	Rp.....	Rp.....	Rp.....	Rp.....	Rp.....	Rp.....

Gambar 13.17 Gantt Chart Proyek Pemasaran Produk Baru X (Jadwal Menurut EF)

Penjelasan tabel:

1. Satu-satunya kegiatan yang dilaksanakan dalam *termijn* ke-1 (minggu ke-0 sampai minggu ke-6) ialah kegiatan A. Waktu pengerjaan = 6 minggu, target = 100%.
2. Dalam *termijn* ke-2 (minggu ke-7 sampai ke-12) kegiatan yang akan dikerjakan meliputi kegiatan B (100%), C (100%), $D\left(\frac{3}{5} \times 100\% = 60\%\right)$; E, F, G, dan H masing-masing 100%.
3. Dalam *termijn* ke-3 (minggu ke-13 sampai ke-18) mencakup kegiatan: sisa pekerjaan D 40%, I, J, dan L masing-masing 100%, $K\left(\frac{2}{3} \times 100\% = 67\%\right)$, dan $M\left(\frac{2}{4} \times 100\% = 50\%\right)$.
4. Dalam *termijn* ke-4 (minggu ke-19 sampai ke-24) mencakup pekerjaan: sisa pekerjaan K 33%, sisa pekerjaan M 50%, dan pekerjaan N 100%.

Misalnya, anggaran biaya untuk setiap pekerjaan adalah sebagai berikut.

1. Kegiatan A	Rp10.000.000
2. Kegiatan B	Rp 5.000.000
3. Kegiatan C	Rp 5.000.000
4. Kegiatan D	Rp 2.500.000
5. Kegiatan E	Rp 2.500.000
6. Kegiatan F	Rp 3.000.000
7. Kegiatan G	Rp 5.000.000
8. Kegiatan H	Rp 5.000.000
9. Kegiatan I	Rp15.000.000
10. Kegiatan J	Rp 2.500.000
11. Kegiatan K	Rp 1.000.000
12. Kegiatan L	Rp10.000.000
13. Kegiatan M	Rp40.000.000
14. Kegiatan N	<u>Rp 5.000.000 +</u>
Jumlah biaya	<u>Rp111.500.000</u>

Biaya dimaksud di atas lebih lanjut teralokasi untuk berbagai jenis biaya, seperti biaya gaji manajemen dan karyawan, biaya produksi percobaan dan produksi komersial, biaya pemasaran, serta biaya umum dan riset. Jenis biaya yang harus dipikul oleh proyek biasanya disusun dalam Rencana Anggaran Pendapatan dan Biaya Proyek (RAPBP). Jenis biaya dimaksud selanjutnya dikelompokkan menjadi biaya kegiatan, mulai kegiatan A sampai dengan kegiatan N. Biaya kegiatan itulah yang disajikan dalam rumusan biaya di atas. Berdasarkan data tersebut dapat dihitung beban biaya setiap *termijn*, dan hasilnya disajikan dalam Tabel 13.16 (lihat halaman 346).

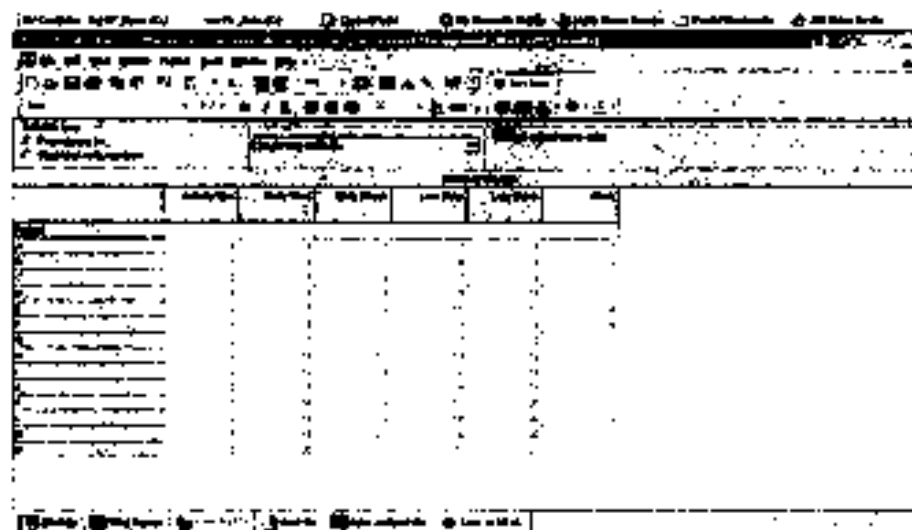
Tabel 13.16 Perhitungan Alokasi Anggaran per Termijn Sesuai Capaian Kegiatan

No	Kegiatan	Termijn	Bobot Target (%)	Alokasi Anggaran (Rp)	Alokasi Biaya dalam Termijn (Rp)
1	A	I	100	10.000.000	10.000.000
2	B	II	100	5.000.000	5.000.000
3	C	II	100	5.000.000	5.000.000
4	D	II	60	2.500.000	1.500.000
5	E	II	100	2.500.000	2.500.000
6	F	II	100	3.000.000	3.000.000
7	G	II	100	5.000.000	5.000.000
8	H	II	100	5.000.000	5.000.000
	D	III	40	2.500.000	1.000.000
9	I	III	100	15.000.000	15.000.000
10	J	III	100	2.500.000	2.500.000
11	K	III	67	1.000.000	670.000
12	L	III	100	10.000.000	10.000.000
13	M	III	50	40.000.000	20.000.000
	K	IV	33	1.000.000	330.000
	M	IV	50	40.000.000	20.000.000
14	N	IV	100	5.000.000	5.000.000
Total					111.500.000

Berdasarkan Tabel 13.16, selanjutnya dapat disusun rekapitulasi alokasi anggaran berikut.

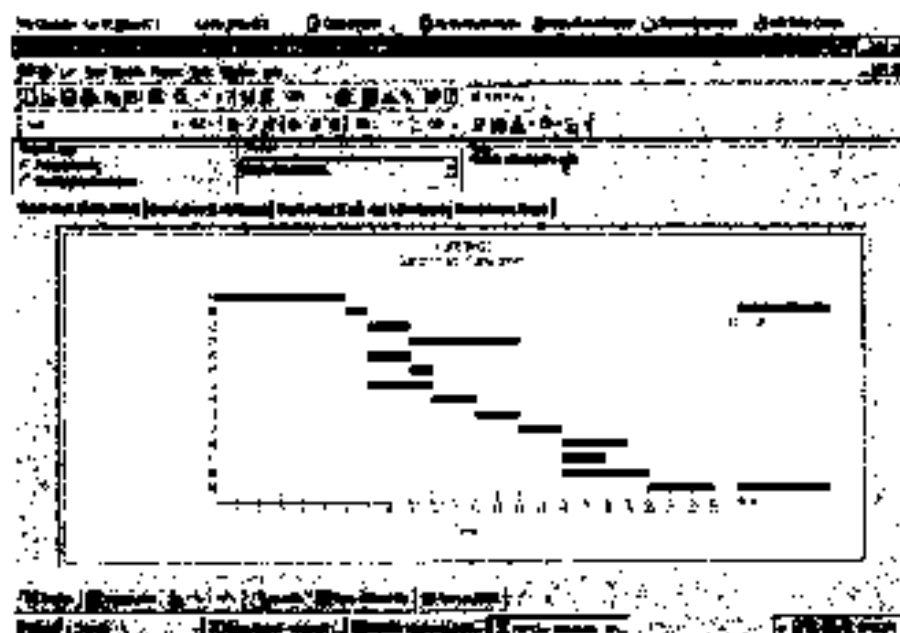
Termijn ke-1	Rp10.000.000 (8.97%)
Termijn ke-2	Rp27.000.000 (24.22%)
Termijn ke-3	Rp49.170.000 (44.10%)
Termijn ke-4	Rp25.330.000 (22.71%)
Total	Rp111.500.000 (100.0%)

Penyelesaian penjadwalan proyek dengan menggunakan perangkat lunak *POM for Windows*, serta analisis bagan *Gantt* proyek disajikan secara berturut-turut pada Gambar 13.18. Hasil yang diperoleh sama dengan hasil pemecahan dengan cara manual yang diselesaikan menurut metode CPM. Waktu penyelesaian proyek sama dengan 23 minggu dan jalur kritis proyek juga sama, yaitu A – B – D – J – M – N dan A – B – G – H – I – J – M – N.



Gambar 13.18 Pemecahan CPM Proyek dengan POM for Windows

Gambar 13.19 merupakan pemecahan untuk mendapatkan *Gantt chart* proyek. Balok merah menunjukkan kegiatan kritis proyek dan selanjutnya secara keseluruhan memperlihatkan jalur kritis proyek yang bersangkutan.



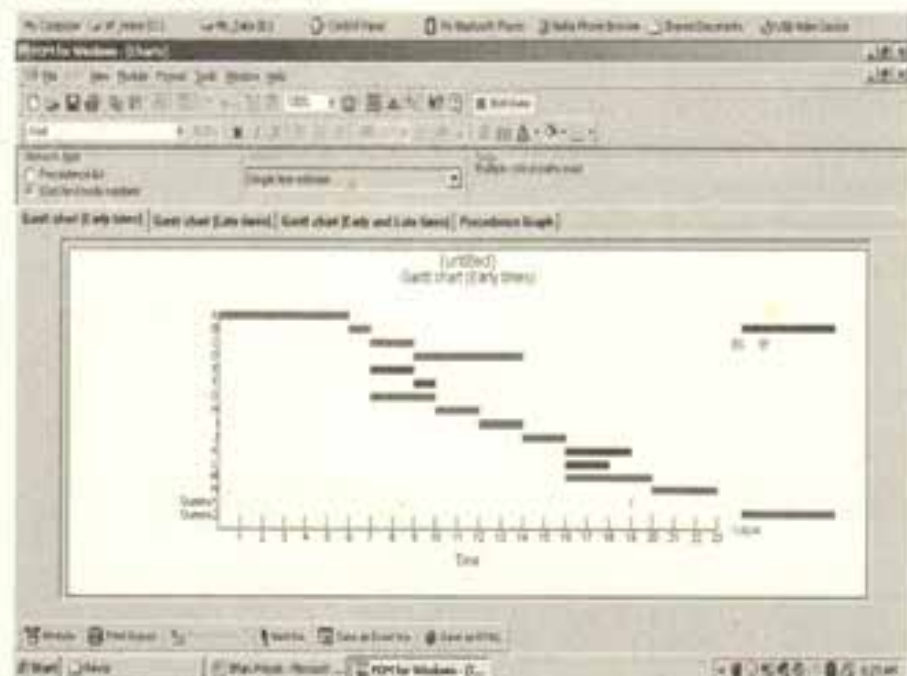
Gambar 13.19 Gantt Chart Proyek dengan POM for Windows

Apabila proyek diselesaikan dengan mempergunakan metode PERT maka tampilannya disajikan pada Gambar 13.20.

Activity	Duration	ES	EF	LS	LF	ES	EF	LS	LF
A	4	0	4	0	4	0	4	0	4
B	3	4	7	4	7	4	7	4	7
C	5	4	9	4	9	4	9	4	9
D	4	7	11	7	11	7	11	7	11
E	3	7	10	7	10	7	10	7	10
F	4	9	13	9	13	9	13	9	13
G	3	9	12	9	12	9	12	9	12
H	4	11	15	11	15	11	15	11	15
I	3	11	14	11	14	11	14	11	14
J	4	13	17	13	17	13	17	13	17
K	3	13	16	13	16	13	16	13	16
L	4	15	19	15	19	15	19	15	19
M	3	17	20	17	20	17	20	17	20
N	4	19	23	19	23	19	23	19	23

Gambar 13.20 Pemecahan Jadwal CPM dengan POM for Windows

Jalur kritis yang diperoleh juga dua buah, yaitu A – B – D – J – M – N, dan A – B – G – H – I – J – M – N.



Gambar 13.21 Gantt Chart Proyek Dibuat dengan POM for Windows

A. TIPE PENJADWALAN

Dalam bidang operasi dikenal dua macam penjadwalan, yaitu penjadwalan jangka pendek dan penjadwalan jangka panjang. Perbedaan tipe penjadwalan menurut waktu tersebut didasarkan atas waktu pelaksanaan kegiatan, yang tercakup di dalam jadwal yang bersangkutan. Penjadwalan jangka pendek berkaitan dengan penyusunan jadwal atas pengerjaan produk, untuk memenuhi permintaan jangka pendek atau permintaan pasar. Hakikatnya penjadwalan proyek hanya dipakai satu kali, dan pekerjaan proyek yang bersangkutan tidak akan diulangi. Akan tetapi, untuk penjadwalan jangka pendek ini, jadwal disusun untuk pekerjaan yang akan dilakukan secara berulang. Dengan demikian, jadwal jangka pendek lazim pula disebut dengan penjadwalan operasi (*operation scheduling*).

Krajewski dan Ritzman (2005) menyebutkan bahwa pada dasarnya penjadwalan adalah pengalokasian sumber daya dari waktu ke waktu, untuk menunjang pelaksanaan dan penyelesaian suatu aktivitas pengerjaan spesifik. Penentuan alokasi sumber daya ini (sumber daya manusia, sumber daya kapasitas, peralatan produksi atau mesin-mesin, dan waktu) ditujukan untuk mewujudkan sasaran penggunaan sumber daya secara efektif dan efisien, sekaligus menghasilkan keluaran secara tepat jumlah, tepat waktu, dan tepat kualitas. Sehubungan dengan itu, Kostas (1981) menyebutkan bahwa penjadwalan operasi ini memiliki keterkaitan dengan berbagai area keputusan strategis manajemen operasional. Setidaknya, penjadwalan operasi ini akan memiliki keterkaitan dengan enam area kebijakan dan keputusan strategis operasi lainnya. Heizer dan Render (2004) menyebutkan

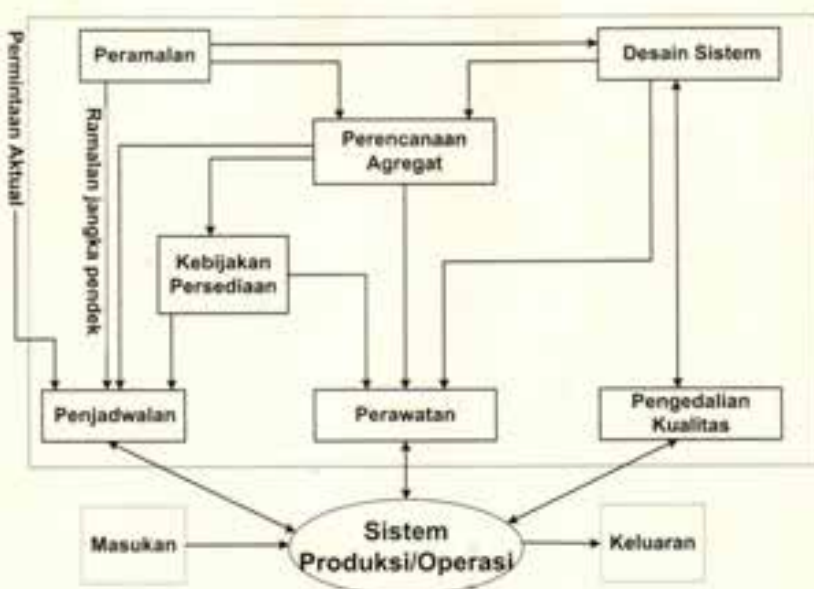
bahwa setidaknya terdapat sepuluh macam keputusan strategis dibidang operasi produksi. Keputusan operasi disajikan dalam Tabel 14.1. Akan tetapi, pakar lain menambahkan kebijakan dan keputusan lainnya, yaitu peramalan dan perencanaan agregat.

Tabel 14.1 Jenis Keputusan Strategis Manajemen Operasi

Jenis Keputusan	Permasalahan
Desain produk dan Jasa	Barang atau jasa apa yang harus disiapkan? Bagaimana desainnya disiapkan?
Manajemen Mutu	Siapa yang bertanggung jawab atas mutu? Bagaimana mutu didefinisikan?
Desain Proses dan Kapasitas	Proses apa yg dibutuhkan, kapasitasnya? Peralatan apa dan teknologi apa yang tepat?
Lokasi	Di mana yang tepat? Apa kriterianya?
Desain Tata Letak	Bagaimana menata letak fasilitas? Ukurannya?
SDM dan Sistem Kerja	Lingkungan yang layak? Produktivitas karyawan?
Manajemen Rantai Pasokan	Haruskah membuat atau membeli komponen? Siapa pemasok dan penyalur? Di mana?
Sediaan dan JIT	Berapa? Kapan harus diadakan?
Penjadwalan	Apakah tetap mempertahankan tenaga kerja yang ada sekarang? Kebijakan apa yang tepat sesudah ini?
Perawatan	Siapa yang bertanggung jawab? Kapan?

Sumber: Diadaptasi dari Heizer dan Render (2004)

Dikaitkan dengan pendapat Kostas (1981), keenam jenis keputusan strategis manajemen operasi yang terkait itu meliputi: (1) desain sistem, (2) peramalan, (3) perencanaan agregat, (4) kebijakan persediaan, (5) perawatan sistem, dan (6) pengendalian kualitas. Keterkaitan dimaksud dijelaskan dalam Gambar 14.1.



Gambar 14.1 Keterkaitan Perjadwalan dan Keputusan Strategis Operasi

Langkah awal yang harus dilakukan adalah menghitung jumlah permintaan atau jumlah produk yang harus dibuat. Jumlah keluaran dimaksud dapat ditaksir melalui kegiatan peramalan (*short term forecast*), atau melalui kegiatan rekap atas permintaan pelanggan yang telah diterima. Informasi mengenai jumlah target keluaran tersebut sekaligus menjadi umpan awal atas pembuatan desain sistem, khususnya yang berkaitan dengan perencanaan kapasitas yang harus disiapkan. Informasi mengenai ramalan permintaan dan kapasitas sistem yang tersedia atau dapat disediakan, menjadi masukan pembuatan perencanaan agregat. Perencanaan agregat berguna sebagai dasar untuk menyusun anggaran produksi. Oleh karena itu, dapat menjadi umpan awal pembuatan program pemeliharaan sarana produksi, penyusunan jadwal pengadaan bahan, dan sumber daya produksi lainnya. Program perencanaan dan pengendalian bahan dapat dipakai sebagai masukan untuk membuat jadwal produksi. Rencana pengadaan bahan perlu diakurasi melalui penyesuaiannya dengan ramalan permintaan jangka pendek atau pesanan dari para pelanggan. Secara keseluruhan, jadwal produksi tersebut menjadi penunjang aktivitas produksi. Untuk menjamin pelaksanaan produksi dengan memerhatikan target mutu yang sudah ditentukan maka rumusan mutu yang merinci spesifikasi atas: (1) produk, (2) proses, dan (3) tata letak, dijadikan pedoman untuk merancang aktivitas berproduksi.

B. PENJADWALAN PRODUKI (*OPERATING SCHEDULING*)

Fungsi dari penjadwalan berbeda untuk proses yang berbeda. Namun demikian, secara umum penjadwalan itu berfungsi untuk: (1) mengefisienkan penggunaan sumber daya. Jika jadwal produksi kurang baik maka tingkat penggunaan kapasitas dan juga masukan akan kurang efisien. Kapasitas dapat saja menghadapi gejala pengangguran (*idle*), termasuk sumber daya manusia. Pengolahan akan mengalami gangguan ketidakterlaksanaan bahkan dapat menyebabkan terjadinya keterlambatan. Hal demikian akan berakibat naiknya biaya produksi dan pada akhirnya akan memengaruhi daya saing perusahaan; (2) mengefektifkan penggunaan sumber daya. Jadwal yang baik akan menyebabkan penyediaan sumber daya termasuk kapasitas produksi sesuai dengan kebutuhan pengolahan. Pada akhirnya, kondisi serba selaras dan seimbang itu akan mendukung tercapainya efisiensi proses produksi. Pada gilirannya, kondisi itu akan menekan biaya pengerjaan sehingga akan menurunkan biaya produksi dan pada akhirnya akan meningkatkan daya saing perusahaan. Model umum sistem penjadwalan menurut Kostas (1981) disajikan dalam Gambar 14.2.



$$\text{Minimumkan } \begin{bmatrix} \text{Biaya total} \\ \text{penjadwalan} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Biaya} \\ \text{idleness} \\ \text{capacity} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Biaya} \\ \text{kelambatan} \\ \text{penyerahan} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Biaya} \\ \text{tinjau ulang} \\ \text{jadwal} \end{bmatrix}$$

Gambar 14.2 Model Umum Sistem Penjadwalan Operasi

Jadwal yang baik akan meminimumkan biaya proses, dan pada akhirnya akan meningkatkan daya saing. Sekarang yang perlu dijawab, apakah penjadwalan itu?

Russell dan Taylor (2000), serta Buffa dan Sarin (1987) menyebutkan penjadwalan adalah penentuan kapan tenaga kerja, peralatan, dan fasilitas dibutuhkan untuk menyelesaikan pembuatan suatu produk atau jasa tertentu. Kegiatan penjadwalan merupakan kegiatan terakhir dari mata rantai perencanaan produksi. Chase et.al. (2001) menyebutkan bahwa penjadwalan (dalam hal ini, penjadwalan produksi) adalah jantung dari kegiatan pelaksanaan produksi, dan sekarang ini dikenal sebagai *Manufacturing Execution System (MES)*. MES atau sistem pelaksanaan pengolahan merupakan suatu sistem informasi yang menjadwalkan, menentukan pelaksanaan proses, menelusuri, memantau, dan mengendalikan pelaksanaan produksi yang berlangsung di lantai pengerjaan sebuah pabrik. MES ini membangun hubungan timbal balik dengan sistem MRP, perencanaan produk dan proses, dan juga dengan sistem yang ada di luar sistem pabrikasi khususnya manajemen rantai pasokan secara *real time* (runtut dan akurat).

APICS Dictionary (2008) menyatakan bahwa skedul (*schedule*) adalah jadwal atau daftar yang merinci waktu pelaksanaan kegiatan yang sudah direncanakan (misalnya jadwal pengiriman, jadwal produksi induk, jadwal perawatan, jadwal pembekal). Beberapa jadwal menjelaskan waktu memulai dan waktu menyelesaikan suatu aktivitas (misalnya jadwal memulai pengerjaan). Sedangkan penjadwalan (*scheduling*) adalah kegiatan pembuatan suatu jadwal, seperti jadwal pengiriman, jadwal produksi induk, jadwal perawatan, atau jadwal pembekal.

Berdasarkan atas beberapa definisi di atas dapat dikatakan bahwa penjadwalan adalah penentuan waktu dan kuantitas atas sumber daya produktif, meliputi kapasitas, peralatan dan fasilitas produksi, bahan baku, dan tenaga kerja yang dibutuhkan dalam pembuatan suatu produk atau jasa agar produksi dapat berlangsung dengan lancar, tepat jumlah, tepat waktu dan tepat mutu.

Dijumpai berbagai macam jadwal. Menurut Chase et.al (2001) menyatakan bahwa suatu karakteristik yang mencirikan suatu sistem penjadwalan berbeda dengan yang lain adalah bagaimana kapasitas dipertimbangkan dalam menentukan jadwal itu. Karakteristik lain yang mencirikan perbedaan

dimaksud adalah apakah jadwal yang dihasilkan memiliki sifat lingkaran-depan atau lingkaran-mundur. Sejalan dengan itu, dikenal empat macam penjadwalan, yaitu: (1) *infinite loading*, (2) *finite loading*, (3) *forward scheduling*, dan (4) *backward scheduling*.

Infinite loading adalah perhitungan dari kapasitas yang diperlukan di pusat kerja selama periode waktu yang ditentukan, tanpa melihat kapasitas yang tersedia untuk menyelesaikan pekerjaan yang bersangkutan. Penentuan beban tanpa batasan tertentu (*infinite*) terjadi ketika pekerjaan dibebankan untuk suatu pusat pengerjaan secara sederhana, hanya didasarkan pada pertimbangan sumber daya apa yang dibutuhkan dari waktu ke waktu. Tidak ada pertimbangan langsung mengenai apakah kapasitas cukup bagi sumber daya yang diperlukan untuk menyelesaikan pekerjaan, dan juga tidak mempertimbangkan urutan nyata dari pekerjaan yang dilaksanakan oleh masing-masing sumber daya (alat, mesin, tenaga kerja, bahan, waktu) di pusat pekerjaan. Penjadwalan dengan cara ini dapat dilakukan apabila perusahaan memiliki kapasitas yang besar, paling tidak melebihi kebutuhan rata-rata.

APICS Dictionary (2008) menyatakan *infinite loading* atau *infinite scheduling* adalah perhitungan kapasitas yang dibutuhkan di pusat kerja (*work centers*), selama periode waktu yang diperlukan tanpa memerhatikan kapasitas yang tersedia untuk menyelesaikan pekerjaan yang bersangkutan. Sebaliknya, *finite loading* atau penjadwalan terbatas adalah pembebanan suatu tugas kepada stasiun kerja yang tidak melebihi kemampuan stasiun kerja yang bersangkutan selama periode waktu tertentu. Istilah ini biasanya secara spesifik dikaitkan dengan teknik komputer, yang melibatkan perhitungan revisi prioritas pekerjaan pada level beban operasi demi operasi. Dengan kata lain *finite loading* adalah penentuan beban terbatas, yang benar-benar mendekati jadwal aktual secara detail untuk masing-masing sumber daya, yang menggunakan susunan dan waktu pengerjaan yang dilaksanakan untuk masing-masing pesanan. Pada pokoknya, sistem menentukan secara rinci apa yang akan dilakukan atas masing-masing sumber daya pada setiap momen sepanjang hari kerja yang bersangkutan. Jika suatu operasi tertunda dalam kaitan dengan kekurangan bahan maka pesanan akan menunggu dalam suatu antrean dan menunggu sampai bahan (*part*) tersedia dari operasi sebelumnya. Sejalan dengan itu, *APICS Dictionary* (2008) menyatakan *finite*

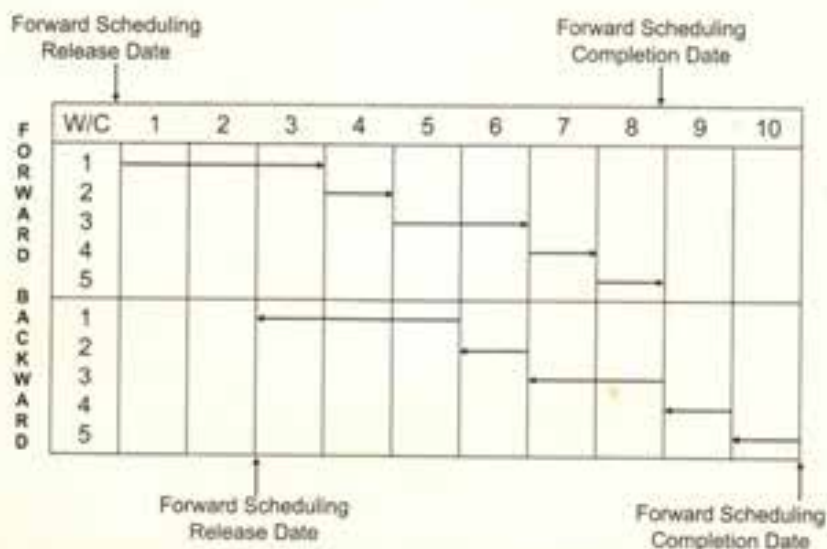
loading atau *finite scheduling* adalah penugasan ketika tidak ada lagi pekerjaan yang dibebankan kepada pusat kerja, melebihi beban tugas yang diharapkan dapat diselesaikan oleh pusat kerja dalam jangka waktu tertentu.

Forward scheduling atau penjadwalan lingkaran ke depan menurut *APICS Dictionary* (2008) adalah suatu teknik penjadwalan dimana pembuat jadwal memulai jadwal itu dari suatu tanggal pelaksanaan yang diketahui, dan dijadikan dasar untuk menghitung tanggal penyelesaian pesanan. Pada umumnya, dihitung mulai dari kegiatan yang pertama sampai yang terakhir. Tanggal pelaksanaan kegiatan dikembangkan berdasarkan waktu paling awal memulai (*earliest start*) suatu kegiatan operasi atau pekerjaan. Dengan demikian, penjadwalan lingkaran ke depan ini berkaitan dengan situasi ketika sebuah sistem menetapkan lebih dahulu tanggal memulai pelaksanaan pengerjaan suatu pesanan. Berdasarkan tanggal memulai tersebut, kegiatan berikutnya dijadwalkan kapan harus dimulai dan kapan harus diselesaikan. Waktu kegiatan operasi dihitung berdasarkan waktu memulai pelaksanaan paling cepat (*earliest start*).

Metode ini bertujuan untuk menyelesaikan pesanan yang bersangkutan pada waktu yang lebih awal (*earliest finish*). Sebuah sistem yang memajukan jadwal pengerjaannya akan mampu meyakinkan pemesan bahwa *order* yang dimaksud dapat diselesaikan dalam waktu lebih awal. Disisi lain, jadwal lingkaran depan ini juga bermakna bahwa jadwal disusun tanpa diikat oleh suatu target atau ikatan janji untuk menyelesaikan suatu pekerjaan. Sasaran utama ialah menyelesaikan pengerjaan produk yang bersangkutan pada waktu yang paling awal atau paling cepat.

Sebaliknya, *backward scheduling* menurut *APICS Dictionary* (2008) adalah suatu teknik untuk menghitung waktu memulai dan mengakhiri kegiatan operasi. Jadwal memulai pekerjaan dihitung sesuai dengan tanggal jatuh tempo sebuah pesanan (*order*), dan kemudian dihitung ke belakang untuk menentukan waktu memulai kegiatan yang diperlukan atau jatuh tempo untuk setiap kegiatan operasi. Dengan demikian, penjadwalan lingkaran belakang (*backward scheduling*) dari operasi dimulai dengan mengidentifikasi waktu penyerahan yang dijanjikan suatu pekerjaan pada waktu yang akan datang. Berdasarkan pada waktu penyerahan dimaksud, kemudian dihitung kapan harus memulai dan menyelesaikan pekerjaan sebelumnya agar waktu penyerahan yang dijanjikan itu dapat dipenuhi.

Misalnya, pesanan membuat produk A dapat dikerjakan selama 10 hari. Pesanan itu dijanjikan untuk diserahkan pada 28 Juni 2006. Saat ini, kita berada di bulan Mei tanggal 20. Dikarenakan memakai penjadwalan ke belakang (*backward scheduling*) maka produk A paling lambat harus mulai dikerjakan pada 18 Juni 2006, agar pesanan itu dapat diselesaikan dan diserahkan pada 28 Juni 2006. Waktu luang antara 20 Mei dan 18 Juni dapat dipakai untuk mengerjakan pesanan lainnya. Akan tetapi, apabila dipakai penjadwalan ke muka (*forward scheduling*) maka sekalipun dijanjikan 28 Juni, berhubung saat ini ada keluangan waktu pesanan itu dikerjakan pada 20 Mei sehingga diharapkan selesai pada 30 Mei 2006 atau lebih awal dari waktu yang dijanjikan. Jadwal ke belakang memberikan penjelasan kepada kita bahwa suatu pesanan harus dimulai untuk dilaksanakan pada suatu tanggal tertentu, dengan memerhitungkan waktu penyerahan yang dijanjikan. MRP adalah sebuah contoh penjadwalan yang *infinite*, namun menggunakan *backward scheduling* pada pengendalian bahannya. Dalam pembuatan jadwal, produk dapat diselesaikan dengan mempergunakan waktu tercepat untuk menyelesaikan suatu pekerjaan (*forward scheduling*), dan dapat pula menurut waktu paling lambat memulai untuk dapat menyelesaikan pekerjaan yang bersangkutan dalam waktu yang dijanjikan (*backward scheduling*).

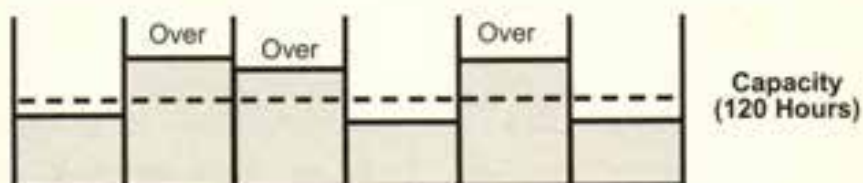


Gambar 14.3 Visualisasi Forward dan Backward Scheduling (Fajar Hidayat, 2011)

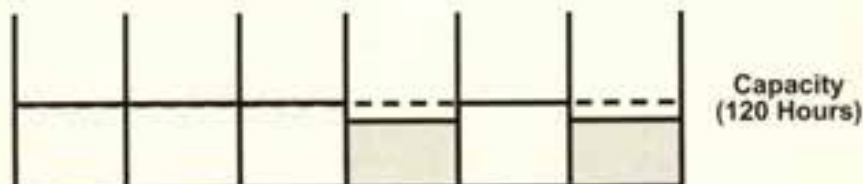
Perbandingan tipe penjadwalan di atas dapat dijelaskan dalam Gambar 14.3. Dalam Gambar 14.3 terlihat bahwa untuk *forward scheduling*, pekerjaan dimulai pada waktu yang paling awal. Jadwal dimulai dari waktu yang paling cepat untuk memulai pekerjaan (*earliest time to completion*). Sedangkan untuk *backward scheduling*, pekerjaan dimulai pada target atau janji penyelesaian pekerjaan (pesanan). Jadwal dimulai pada waktu paling lambat untuk menyelesaikan pekerjaan (*latest time to completion*).

Selanjutnya, perbandingan secara visual antara *infinite* dan *finite scheduling* disajikan dalam Gambar 14.4 berikut.

Infinite (without regard for capacity)



Finite (never to exceed capacity)



Gambar 14.4 Visualisasi Infinite & Finite Scheduling (Fajar Hidayat, 2011)

Dalam Gambar 14.4 terlihat visualisasi bahwa pada *infinite scheduling*, pekerjaan dijadwalkan tanpa memerhatikan kapasitas yang tersedia. Pekerjaan dijadwalkan dengan kemungkinan melebihi atau lebih kecil dari kapasitas yang tersedia sekarang. Sedangkan pada *finite scheduling*, pekerjaan yang dijadwalkan tidak pernah melebihi dan maksimal sama dengan kapasitas yang tersedia sekarang. Dengan demikian, pada waktu mengimplementasi *infinite scheduling*, manajer operasi harus sudah memperhitungkan tambahan kapasitas, untuk melaksanakan kelebihan beban di atas kapasitas yang tersedia. Kapasitas tambahan dapat diperoleh melalui pemakaian kapasitas lembur atau melalui pemakaian kapasitas pihak ketiga (*outsourcing capacity*).

Jadwal kegiatan itu terdiri atas empat faktor penting berikut ini.

1. *Sequencing* merupakan proses menentukan urutan dan prioritas waktu penugasan ke pekerjaan sedemikian rupa sehingga tugas-tugas tersebut diproses menurut urutan dan waktu secara sistematis dan proporsional. Jika terdapat lebih dari dua pekerjaan yang dibebankan kepada sebuah mesin atau aktivitas maka operator harus mengetahui urutan dari proses pengerjaan. Proses menentukan prioritas pekerjaan inilah yang sesungguhnya disebut pengurutan. Jika tidak ada urutan khusus yang telah ditentukan maka operator harus memproses tugas yang lebih dahulu tiba. Pengurutan itu dinamakan FCFS (*First Come, First Served*). Jika pekerjaan tiba di mesin dalam bentuk tumpukan, seperti misalnya tumpukan komponen jahitan di usaha konveksi maka akan lebih mudah untuk memproses pekerjaan pertama kali atas komponen yang paling akhir tiba dan kini berada di bagian atas tumpukan. Pengurutan demikian disebut *Last Come, First Served* (LCFS), terakhir tiba, pertama layani. Masih dikenal berbagai cara menetapkan urutan layanan atas pengerjaan dan hal itu akan dibicarakan dalam pembahasan mendatang.
2. *Loading* merupakan proses menetapkan beban kerja setiap tenaga kerja atau setiap *workstation* atau *workcenter* sehingga diperoleh proporsionalitas yang seimbang. Pada dasarnya, *loading* adalah alokasi kebutuhan produksi dikaitkan dengan kapasitas tersedia. Efisiensi dan efektivitas keputusan penjadwalan tergantung pada keakuratan informasi atas kapasitas yang diperlukan dan yang tersedia. Basis yang paling memuaskan untuk menentukan beban mesin dan proses secara efisien adalah informasi mengenai persyaratan standar kerja, hamburan yang ditoleransi, jam mesin yang diperlukan, dan kapasitas mesin atau pengolahan secara individual. Informasi demikian dapat diperoleh melalui departemen pengendalian proses dan kerekayasaan industri. Hal itu kecuali untuk perusahaan kecil, tugas penentuan beban proses dan mesin menjadi pekerjaan yang akan mengonsumsi waktu yang terus meningkat dan terkendala oleh kesalahan atau penyimpangan yang besar, serta usaha itu sering menghasilkan kapasitas di bawah atau di atas komitmen untuk dapat menghasilkan dan mengirimkan pesanan secara tepat waktu. Pada perusahaan skala besar dan pada suatu peningkatan jumlah perusahaan yang berskala lebih kecil, tugas penentuan beban telah dapat diselesaikan dengan bantuan komputer.

3. *Routing* merupakan proses penentuan jalur dari arus pengerjaan produk, mulai tugas awal sampai tugas akhir sehingga arus pengerjaan menjadi sistematis dan dapat mengalir dengan lancar (*systematic and smooth*). Fungsi penentuan rute ini mendefinisikan pekerjaan yang akan dilaksanakan, di mana, dan kapan harus diselesaikan. Sebelum suatu format atau direktif dikirim ke produksi yang memberi hak kepada mereka untuk memprosesnya, mengasumsikan bahwa pesanan telah ditetapkan aspeknya, seperti kuantitas, syarat-syaratnya, dan tanggal penyerahannya. Informasi yang diperlukan untuk menentukan lingkup dari pekerjaan yang akan dilaksanakan dan peralatan atau proses yang mampu dipakai untuk membuatnya, disediakan untuk kepentingan pengendalian produksi oleh departemen perancang produk atau ahli rancang-bangun dan pesanan penjualan. Informasi yang diperlukan untuk melaksanakan fungsi ini meliputi: (a) cetak biru dari *parts* dan komponen, (b) struktur produk atau *bill of material*, (c) urutan pengerjaan, (d) peralatan dan proses, (e) kecepatan penyerahan material dan mampu olah dari mesin, (f) bahan penolong atau *supplies*, (g) bakuan tenaga kerja, mesin, dan bahan, (h) kebutuhan penyetulan mesin termasuk kebutuhan akan interaksi, peralatan tetap, dan mesin atau peralatan khusus, (i) bakuan mutu: kapan, di mana, dan bagaimana cara memeriksa (tidak termasuk pemeriksaan yang dilakukan oleh departemen pengendalian mutu, melainkan hanya pemeriksaan yang dilakukan atas produk dalam proses pengerjaan yang dilakukan oleh pihak operator), (j) kuantitas yang akan diproduksi, dan (k) toleransi atas penolakan.
4. *Dispatching* merupakan proses pemberian perintah untuk melaksanakan pengerjaan suatu produk berdasarkan *loading*, *sequencing*, dan *routing*. Pemberian perintah tersebut menjadi awal aktivitas produksi dengan pengendalian produksi melalui pemberian instruksi dan pesanan. Penentuan waktu dari dokumen pesanan seperti misalnya lembar rute pengerjaan, kartu operasi, penentuan beban pekerjaan, dan pesanan pembuatan adalah sesuai dengan jadwal induk yang dikembangkan. Aspek penting yang kedua dari fungsi *dispatching* (Surat Perintah Kerja) ialah mengoordinasi dan mengumpulkan data tentang status pesanan produksi yang sedang dalam proses untuk tujuan pengendalian. Lingkup dari *job dispatching* (Surat Perintah Pekerjaan) dalam pengendalian

produksi sangat penting antara industri terkait, di dalam suatu industri, dalam hubungan dengan kompleksitas, dan ukuran dari suatu sistem produksi. *Dispatching* (perintah kerja) merupakan pemilihan dan pengurutan dari pekerjaan yang ada untuk dilaksanakan di stasiun kerja, dan membebaskan pekerjaan itu kepada masing-masing pekerja yang ada di stasiun kerja.

C. MENJADWALKAN Pengerjaan

Untuk melakukan penjadwalan pengerjaan ini maka terlebih dahulu kita harus mengidentifikasi sifat dari sistem produksi yang akan disusun jadwal pengerjaannya. Sifat atau karakteristik penjadwalan pekerjaan dalam sistem produksi dibedakan atas: (1) *job shop scheduling*, penjadwalan atas sistem produksi yang berbasis pesanan. Pengerjaan produk pada metode ini lazim pula disebut sebagai *make to order method*, yaitu mengerjakan pembuatan suatu produk berdasarkan atas kebutuhan untuk memenuhi pesanan. Ragamnya banyak karena tergantung pada pesanan pelanggan, namun jumlahnya terbatas; dan (2) *flow shop scheduling*, penjadwalan atas sistem produksi yang memiliki arus pekerjaan yang berlangsung terus-menerus. Pengerjaan produk menurut metode ini lazim pula disebut sebagai *make to stock method*, yaitu melakukan pengerjaan produk dengan maksud untuk memenuhi kebutuhan pasar. Ragam produk terbatas, tetapi dalam jumlah yang banyak dan umumnya merupakan produk yang dibuat berdasarkan desain dan bakuan mutu tertentu. Sehubungan dengan itu, di bawah ini akan dilakukan pembahasan secara khusus atas setiap karakteristik.

1. *Job Shop Scheduling*

Penjadwalan pada metode *job shop* ini lebih rumit dibandingkan dengan metode *flow shop*. Seperti telah dikemukakan di atas, pada metode *job shop* karakteristik produk yang akan dibuat termasuk desainnya adalah didasarkan pada pesanan pelanggan. Dengan demikian, keragaman produk menjadi banyak, namun jumlah unit per pesanan adalah terbatas. Arus pengerjaan tidak tetap dan dibutuhkan alat-alat yang berfungsi banyak (*multipurpose machine or equipment*).

Kaidah penentuan prioritas pengerjaan (*priority rules*) menurut Chase et.al. (2001) memiliki beberapa ukuran bakuan kinerja, yaitu sebagai berikut.

- a. Memenuhi tanggal jatuh tempo pesanan pelanggan atau operasi sektor hilir.
- b. Meminimumkan *flow time* (siklus waktu pengerjaan), yaitu waktu yang harus dipakai oleh sebuah *job* dalam proses pengerjaan.
- c. Meminimumkan sediaan barang sedang dalam pengerjaan.
- d. Meminimumkan waktu menganggur dari mesin atau tenaga kerja.

Untuk melakukan penentuan prioritas pengerjaan maka perlu memerhatikan jumlah mesin atau *work centre* yang akan dimanfaatkan untuk menyelesaikan pengerjaan *order* yang tiba. Dilihat dari sisi tersebut dijumpai beberapa karakteristik, *n-jobs on one machine* dan *n-jobs on two or more machines*.

a. N-Jobs On One Machine (n/1)

Kasus seperti ini akan dijumpai pada suatu lembaga produksi yang hanya memiliki satu unit alat pengerjaan (sebuah mesin atau *work centre*), tetapi akan dimanfaatkan melayani pengerjaan banyak pesanan. Dalam hal ini, terpakai anggapan bahwa pesanan itu akan memanfaatkan sarana pengerjaan yang sama. Chase dan Aquilano (1995) menyebutkan sepuluh macam aturan penentuan urutan pengerjaan pesanan berikut ini.

- 1) Pertama datang, pertama dilayani (*First Come, First Served, FCFS*). Pesanan akan dilayani berdasarkan waktu tibanya di perusahaan atau suatu departemen.
- 2) Waktu pengerjaan paling pendek (*Shortest Operating Time, SOT*). Pesanan diurutkan lebih dahulu waktu pengerjaannya, mulai dari yang paling pendek waktu pengerjaannya sampai dengan yang paling panjang atau lama. Pengurutan dimulai dari pesanan (*job*) yang terpendek waktu pengerjaannya, kemudian disusul oleh yang urutan kedua, ketiga, dan seterusnya. Kriteria prioritas pembebanan seperti ini, lazim pula disebut *Shortest Processing Time (SPT)*.
- 3) *Earliest Due Date First (EDDF)*. Pengurutan pengerjaan pesanan (*job*) didasarkan pada waktu penyerahan yang dijanjikan. Pesanan (*job*) dengan waktu jatuh tempo atau yang dijanjikan yang terpendek, dijadwalkan lebih awal.
- 4) *Start date* adalah waktu yang dijanjikan dikurangi dengan waktu tunggu (*lead time*) normal. Pengurutan pengerjaan pesanan adalah didasarkan pada *start date* yang terpendek.

- 5) *Slack Time Remaining* (STR). STR ini dihitung dengan cara mencari selisih antara waktu yang masih tersisa sebelum waktu jatuh tempo setelah dikurangi dengan waktu pengerjaan yang masih tersisa [(*due date* – *today's date*) – *remaining processing time*]. Pesanan (*job*) diurutkan menurut STR yang terpendek.
- 6) *Slack Time Remaining per Operation* (STR/OP). Pesanan diurutkan berdasarkan STR/OP yang terpendek. Cara ini hampir sama dengan cara yang ke-5, namun pada cara ini STR tersebut diubah menjadi rasio per operasi atau kegiatan,
$$\text{STR/OP} = \frac{\text{Time remaining before due date} - \text{Remaining processing time}}{\text{Number of remaining operations}}$$
- 7) *Critical Ratio* (CR). CR dihitung dengan cara mencari rasio dari tanggal jatuh tempo dikurangi dengan hari ini, kemudian dibagi dengan jumlah hari pengerjaan yang masih tersisa. Pesanan atau *job* diurutkan berdasarkan waktu CR yang terpendek.
$$\text{CR} = \frac{\text{Due date} - 1}{\text{Work remaining}}$$
- 8) *Queue Ratio* (QR). QR dihitung dengan cara mencari *slack time* yang tersisa dalam jadwal dibagi dengan waktu menunggu yang tersisa yang telah direncanakan sebelumnya. Pesanan atau *job* diurutkan berdasarkan QR yang terkecil.
- 9) *Last Come, First Served* (LCFS). Pekerjaan yang datang dalam bentuk tumpukan maka yang terakhir datang (dikerjakan) akan terletak paling atas. Waktu tiba di stasiun pengerjaan maka operator akan mengambil yang teratas pada tumpukan itu untuk dikerjakan terlebih dahulu.
- 10) *Random Order or Whim* (RO or RW). Supervisi atau operator akan memilih, pesanan mana atau *job* mana yang sebaiknya dikerjakan lebih awal.

Contoh: Seorang tukang jahit jas laki-laki memiliki sebuah mesin jahit, dan akan dilayani untuk mengerjakan 5 pesanan yang sudah tiba atau masuk. Data disajikan dalam Tabel 14.2.

Tabel 14.2 Daftar Pesanan Pekerjaan untuk Satu Alat Produktif

No	Pesanan	Waktu Pengerjaan (Hari)	Waktu yang Dijanjikan (Hari)
1	A	5	10
2	B	10	15
3	C	2	5
4	D	8	12
5	E	6	8

Kita diminta untuk menyusun jadwal pengerjaan dengan memerhatikan kriteria pengurutan tugas seperti yang dikemukakan di atas.

1) FC-FS

Dianggap bahwa urutan kedatangan pesanan sama dengan yang dikemukakan dalam kasus sehingga penjadwalannya sebagai berikut.

Tabel 14.3 Penjadwalan Menurut Kriteria FC-FS

No	Pesanan	Waktu Proses (Hari)	Siklus Waktu Pengerjaan (Hari)	Waktu Dijanjikan (Hari)	Kelambatan (Hari)
1	A	5	5	10	0
2	B	10	15	15	0
3	C	2	17	5	12
4	D	8	25	12	13
5	E	6	31	8	23
Total		31	93		48
Rata-rata			18.6 hari		9.6 hari

Siklus waktu atau lazim pula disebut sebagai *flow time*, merupakan penjumlahan waktu-waktu pengerjaan pesanan atau *job*. Cara mencarinya sama dengan mencari frekuensi kumulatif dalam analisis statistik.

$$\text{Pekerjaan A} = \text{Waktu proses} + \text{pengerjaan job sebelumnya} = 5 + 0 = 5$$

$$\text{Pekerjaan B} = \text{Pengerjaan sebelumnya} + \text{waktu proses} = 5 + 10 = 15$$

$$\text{Pekerjaan C} = 15 + 2 = 17$$

$$\text{Pekerjaan D} = 17 + 8 = 25$$

$$\text{Pekerjaan E} = 25 + 6 = 31$$

$$\text{Total flow time} = 5 + 15 + 17 + 25 + 31 = 93 \text{ hari}$$

$$\text{Average flow time} = 93 \text{ hari/banyaknya pekerjaan} = 93 \text{ hari}/5 = 18.6 \text{ hari.}$$

Keterlambatan dicari dengan mengurangkan siklus waktu pekerjaan (*flow time*) dengan waktu dijanjikan (*due date*). Jika selisihnya sama dengan 0 atau minus, berarti tidak ada kelambatan. Akan tetapi, jika selisihnya positif maka terjadi kelambatan. Pada contoh, untuk A = $5 - 10 = -5 \leq 0$; B = $15 - 15 = 0$ dan C = $17 - 5 = 12$ hari (positif, terjadi kelambatan layanan selama 12 hari). Demikian seterusnya.

Menurut aturan FC-FS ini, rata-rata pekerjaan yang antre dalam sistem adalah $93/31 = 3$ buah. Utilisasi sistem produksi = $31/93 \times 100\% = 33.33\%$.

2) Shortest Operating Time (SOT)

Pengurutan dilakukan dengan memerhatikan waktu *prosesing* dari *job* sehingga diperoleh urutan: C (2), A (5), E (6), D (8), dan B (10).

Tabel 14.4 Penjadwalan Berdasarkan Kriteria SOT

No	Pesanan	Waktu Proses (Hari)	Siklus Waktu Pengerjaan (Hari)	Waktu Dijanjikan (Hari)	Kelambatan (Hari)
1	C	2	2	5	0
2	A	5	7	10	0
3	E	6	13	8	5
4	D	8	21	12	9
5	B	10	31	15	16
Total		31	74		30
Rata-rata			14.8 hari		hari

Cara mencari siklus waktu sama dengan contoh terdahulu sehingga untuk kasus ini, perhitungannya tidak diulangi lagi. Terlihat bahwa kriteria SOT ini lebih baik hasilnya daripada hasil FCFS. Rata-rata waktu pelayanan lebih pendek, demikian pula rata-rata waktu menunggunya. Utilisasi sistem produksi = $31/74 \times 100\% = 41.89\%$. Pekerjaan yang antre dalam sistem = $74/31 = 2.39$ unit

3) Earliest Due Date First (EDDF)

Memerhatikan tanggal jatuh tempo pesanan yang dijanjikan maka urutan pengerjaan pesanan adalah: C (5), E (8), A (10), D (12) dan B (15).

Tabel 14.5 Penjadwalan Menurut Kriteria EDDF

No	Pesanan	Waktu Proses (Hari)	Siklus Waktu Pengerjaan (Hari)	Waktu Dijanjikan (Hari)	Kelambatan (Hari)
1	C	2	2	5	0
2	E	6	8	8	0
3	A	5	13	10	3
4	D	8	21	12	9
5	B	10	31	15	16
Total		31	75		28
Rata-Rata			15 hari		5.6 hari

Menurut kriteria EDDF, utilisasi sistem produksi = $31/75 \times 100\% = 41.33\%$ dan pekerjaan yang antre = $75/31 = 2.42$ unit pekerjaan. Kriteria EDDF ini, kinerjanya berada di bawah kriteria SOT.

4) Slack Time Remaining (STR)

Untuk job A = $(10 - 1) - 5 = 4$; Untuk job B = $(15 - 1) - 10 = 4$

Untuk job C = $(5 - 1) - 2 = 2$; Untuk job D = $(12 - 1) - 8 = 3$

Untuk job E = $(8 - 1) - 6 = 1$ sehingga urutan pengerjaan pesanan menjadi E, C, D, A, B.

Tabel 14.6 Penjadwalan Menurut Kriteria STR

No	Pesanan	Waktu Proses (Hari)	Siklus Waktu Pengerjaan (Hari)	Waktu Dijanjikan (Hari)	Kelambatan (Hari)
1	E	6	6	8	0
2	C	2	8	5	3
3	D	8	16	12	4
4	A	5	21	10	11
5	B	10	31	15	16
Total		31	82		34
Rata-Rata			16.4 hari		6.8 hari

Kinerja kriteria STR adalah: (a) utilisasi sistem = $31/82 \times 100\% = 37.80\%$, dan (b) pekerjaan yang antre dalam sistem = $82/31 = 2.65$ pekerjaan atau pesanan pelanggan. Kinerja kriteria STR ini berada dibawah EDDF dan SOT.

5) Slack Time Remaining per Operation (STR/OP)

Metode ini hampir sama dengan metode STR. Perbedaannya ialah pada STR/OP ini yang dicari adalah rasio. Rasio dicari dengan cara berikut.

$$\text{Job A} = \frac{(10-1)-5}{3} = 0.8; \text{Job C} = \frac{(5-1)-2}{3} = 0.67; \text{Job B} = \frac{(15-1)-10}{3} = 1$$

$$\text{Job D} = \frac{(12-1)-8}{2} = 1.5 \text{ dan } \text{Job E} = \frac{(8-1)-6}{1} = 1$$

Urutan pengerjaan menjadi B, E, C, A, dan D berdasarkan rasio terkecil hingga yang terbesar

Tabel 14.7 Penjadwalan Menurut Kriteria STR/OP

No	Pesanan	Waktu Proses (Hari)	Siklus Waktu Pengerjaan (Hari)	Waktu Dijanjikan (Hari)	Kelambatan (Hari)
1	C	2	2	5	0
2	A	5	7	10	0
3	B	10	17	15	2
4	E	6	23	8	15
5	D	8	31	12	19
Total		31	80		36
Rata-Rata			16 hari		7.2 hari

Menurut kriteria STR/OP, jumlah pesanan yang antri dalam sistem adalah $= 80/31 = 2.58$ pekerjaan, Utilisasi sistem adalah $= 31/80 \times 100\% = 38.75$ persen. Kinerja kriteria ini lebih rendah dibandingkan dengan kriteria sebelumnya.

6) Critical Ratio (CR)

Metode ini mirip dengan STR/OP, hanya saja yang menjadi pembagi dalam CR ialah waktu pengerjaan pesanan yang bersangkutan, bukan jumlah pekerjaan yang mengikutinya.

$$\text{Job A} = \frac{(10-1)-2}{5} = 1.8 \quad \text{Job C} = \frac{(5-1)}{2} = 2.0 \quad \text{Job E} = \frac{(8-1)}{6} = 1.16$$

$$\text{Job B} = \frac{(15-1)}{10} = 1.4 \quad \text{Job D} = \frac{(12-1)}{8} = 1.37$$

Urutan pengerjaan job menjadi: E, D, B, A, C.

Tabel 14.8 Penjadwalan Menurut Kriteria Critical Ratio

No	Pesanan	Waktu Proses (Hari)	Siklus Waktu Pengerjaan (Hari)	Waktu Dijanjikan (Hari)	Kelambatan (Hari)
1	E	6	6	8	0
2	D	8	14	12	2
3	B	10	24	15	9
4	A	5	29	10	9
5	C	2	31	5	26
Total		31	104		56
Rata-Rata			20.8 hari		11.2 hari

Menurut kriteria *critical ratio*, jumlah pesanan yang antri dalam sistem adalah $= 104/31 = 3.35$ pekerjaan. Utilisasi sistem adalah $= 31/104 \times 100\% = 29.81$ persen. Kinerja kriteria ini lebih rendah dibandingkan dengan kriteria sebelumnya.

7) Last Come First Served (LCFS)

Dipakai pada pengerjaan yang masukannya tiba di tempat kerja dalam bentuk tertumpuk, seperti misalnya pada usaha penjahitan (konveksi) dan sepatu yang dijahit secara manual. Komponen yang dikerjakan di sebuah titik pengerjaan akan ditumpuk di keranjang sehingga yang terakhir dikerjakan akan berada di tumpukan paling atas. Pada waktu akan dikerjakan di titik pengerjaan berikutnya, komponen yang tiba oleh operator (tukang jahit) akan mengambil unit yang paling atas (*last come, first served*). Metode ini lazim pula disebut LIFO (*Last In, First Out*) dan merupakan kebalikan dari FCFS.

Tabel 14.9 Penjadwalan Menurut Kriteria LCFS

No	Pesanan	Waktu Proses (Hari)	Siklus Waktu Pengerjaan (Hari)	Waktu Dijanjikan (Hari)	Kelambatan (Hari)
1	E	6	6	8	0
2	D	8	14	12	2
3	C	2	16	5	11
4	B	10	26	15	11
5	A	5	31	10	21
Total		31	93		45
Rata-Rata			18.6 hari		9 hari

Menurut kriteria STR/OP, jumlah pesanan yang antri dalam sistem adalah $= 98/31 = 3.16$ pekerjaan. Utilisasi sistem adalah $= 31/98 \times 100\% = 31.63$ persen. Kinerja kriteria ini lebih rendah dibandingkan dengan kriteria sebelumnya.

8) Random Order

Pemilihan urutan pengerjaan adalah sembarang dan dapat ditetapkan melalui pengundian. Misalnya hasil pengundian menghasilkan: C, A, E, B dan D.

Tabel 14.10 Penjadwalan Menurut Kriteria *Random Order*

No	Pesanan	Waktu Proses (Hari)	Siklus Waktu Pengerjaan (Hari)	Waktu Dijanjikan (Hari)	Kelambatan (Hari)
1	C	2	2	5	0
2	A	5	7	10	0
3	E	6	13	8	5
4	B	10	23	15	8
5	D	8	31	12	19
Total		31	76		32
Rata-Rata			15.2 hari		6.4 hari

Menurut kriteria *random order*, jumlah pesanan yang antre dalam sistem adalah $= 76/31 = 2.45$ pekerjaan. Utilisasi sistem adalah $= 31/76 \times 100\% = 40.79$ persen. Kinerja kriteria ini lebih baik dibandingkan dengan kriteria sebelumnya.

Perbandingan hasil yang diperoleh dari setiap metode disajikan dalam daftar rekapitulasi berikut.

Tabel 14.11 Perbandingan Kinerja Setiap Kriteria Penjadwalan

Metode	Waktu Pengerjaan Rata-Rata (Hari)	Kelambatan Rata-Rata (Hari)	Job yang Terlambat (Unit)	Pekerjaan yang Antre	Utilisasi Sistem (%)	Peringkat ^{*)}
FCFS	18.6	9.6	3	3	33.33	V
SOT	14.8	6.0	3	2.39	41.89	I
EDDF	15.0	5.6	3	2.42	41.33	II
STR	16.4	6.8	4	2.65	37.80	IV
STR/OP	19.6	10.6	4	3.16	31.63	VII
CR	20.8	11.2	4	3.35	29.81	VIII
LCFS	18.6	9.0	4	3.16	31.63	VI
RO	15.2	6.4	3	2.45	40.79	III

^{*)} Disusun berdasarkan Waktu Pengerjaan Rata-rata

Sekalipun dalam Tabel 14.11 di atas *random order* menunjukkan hasil yang baik (peringkat ke-3), tetapi karena metode itu bersifat subjektif maka apabila dipakai cara pengurutan yang lain (bukan undian) atau diurutkan oleh orang yang berbeda dengan metode yang berbeda, hasil itu cenderung berubah. Namun demikian, model ini mudah diterapkan, relatif sama mudahnya dengan metode FCFS dan LCFS.

Dua metode lainnya, yaitu *start date* dan *queue ratio* tidak diketengahkan cara aplikasinya, karena kasus tidak merinci *lead time* setiap *job* serta antrean tugas yang diperkenankan ada.

b. *N*-Jobs On Two or More Machines ($n/\geq 2$)

Berikut penjelasannya terkait *N*-Jobs On Two or More Machines ($n/\geq 2$).

1) Penjadwalan untuk $N/2$

Model ini lazim pula disebut metode Johnson. Penentuan urutan menggunakan *Johnson's rule*. Aturan Johnson ini bertujuan untuk mengoptimalkan urutan pengerjaan pesanan yang harus melalui proses pengerjaan serial dengan dua atau lebih stasiun kerja (mesin atau pekerja). Model ini bermaksud tentang sebuah produk yang diproses atau jasa yang disediakan, dan penyelesaiannya memerlukan dua atau lebih tahapan pengerjaan. Setelah diproses pada stasiun kerja (pekerja) yang pertama, produk dalam proses tersebut diteruskan ke stasiun kerja (pekerja) berikutnya atau yang kedua untuk menyelesaikannya.

Metode produksi atau layanan jasa yang memiliki karakteristik demikian misalnya sebagai berikut.

- a) Pembuatan jas laki-laki dewasa lebih dahulu ditangani oleh unit pengukuran dan pengguntingan, kemudian ke unit penjahitan. Pada unit penjahitan ini, dimungkinkan ada petugas yang khusus menangani badan, lengan, dan ada pula yang menyelesaikan perakitan akhirnya. Pada contoh ini, pengerjaan produk harus melalui lebih dari dua tahapan pengerjaan untuk menjadi produk selesai.
- b) Sebuah salon menyediakan jasa: keramas, cuci muka, dan pasang sanggul. Seorang pelanggan harus melalui lebih dari satu tahapan untuk mendapatkan pelayanan yang lengkap.
- c) Sebuah klinik memberikan layanan lengkap kepada pasien yang datang berobat. Layanan itu berupa jasa laboratorium untuk pemeriksaan darah dan kotoran, foto *rontgen* dan *CT Scan*, serta pemeriksaan dokter spesialis. Untuk mendapatkan status pemeriksaan yang baik maka pasien terlebih dahulu diserahkan ke laboratorium atau ke unit *rontgen/scan* untuk pemeriksaan awal. Sesudah itu, barulah dilanjutkan ke pemeriksaan dokter.

Proses penjadwalan dilakukan dengan tahapan berikut.

- a) Buat lebih dahulu daftar dari pekerjaan (*job*) yang akan dilaksanakan. Definisikan waktu yang diperlukan untuk menyelesaikannya pada setiap Stasiun Kerja.

- b) Pilihlah waktu pengerjaan yang paling cepat. Identifikasi apakah yang terpendek waktunya itu di Stasiun Kerja I atau II. Jika terjadi di Stasiun Kerja I, alokasi job itu lebih awal. Akan tetapi, apabila yang terpendek waktunya terjadi di Stasiun Kerja II maka alokasi job itu dibagian akhir (di belakang).
- c) Eliminasi job yang sudah mendapatkan alokasi.
- d) Ulangi langkah ke-2 sampai seluruh job teralokasi.

Misalnya, sebuah bengkel mobil menyediakan jasa berupa: (a) Jasa I meliputi servis mesin; termasuk ganti oli, maupun ganti suku cadang, dan (b) Jasa II meliputi cuci, maupun kerapian. Jasa I disebut sebagai Stasiun X, dan Jasa II sebagai Stasiun Y. Mobil yang akan dilayani ialah A, B, C, D dan E dengan data di bawah.

Tabel 14.12 Tugas dan Waktu Layanan pada Setiap Stasiun Kerja

Mobil	Stasiun Kerja I (Jam)	Stasiun Kerja II (Jam)
A	3	2
B	5	3
C	3	1
D	4	4
E	2	5

Diminta:

Susunlah jadwal untuk memperoleh kinerja layanan optimal.

Aturan alokasi tugas:

Jika waktu terpendek terdapat di Station I, alokasi lebih awal dan jika terdapat di Station II, alokasi di belakang.

Proses penjadwalan sebagai berikut.

- a) *Langkah pertama*, membuat urutan layanan sesuai aturan di atas. Job yang terpendek waktu pengerjaannya ialah C (1 jam) dan terdapat di Stasiun Kerja II. Oleh karena itu, alokasi di belakang. Berikutnya, E di Stasiun Kerja I dan A di Stasiun Kerja II (masing-masing 2 jam). Dalam hal ini, dipilih E dan karena itu dijadwalkan lebih awal. Berikutnya A di Stasiun Kerja II dan karena itu dijadwalkan di depan C. Sesudah mengeliminasi C, E, dan A maka yang terpendek waktu pengerjaannya

ialah B (3 jam) di Stasiun Kerja II dan karena itu dijadwalkan di depan A. Terakhir, job D dijadwalkan sesudah E. Urutan pengerjaan yang diperoleh adalah sebagai berikut.

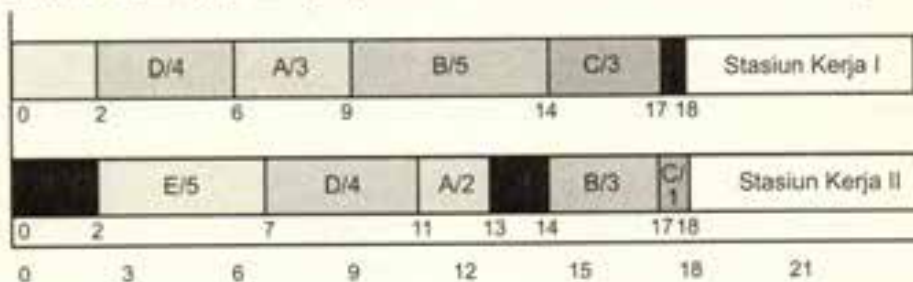
E	D	B	A	C
---	---	---	---	---

- b) Langkah kedua, menyusun jadwal dan evaluasi.
 c) Langkah ketiga, mengevaluasi efisiensi penjadwalan.

2) Penyusunan Jadwal dan Evaluasi Efisiensi

Untuk menyusun jadwal pelaksanaan kegiatan maka terlebih dahulu dibuat sebuah diagram batang horizontal. Diagram batang tersebut dibuat untuk setiap stasiun kerja atau mesin yang ada. Pada contoh ini sebanyak dua buah, yaitu untuk Stasiun Kerja I dan Stasiun Kerja II. Pada sumbu horizontal (absis) dibuat skala dalam satuan jam, sesuai kasus yang akan dievaluasi.

Urutan pengerjaan disesuaikan dengan pengurutan yang dihasilkan dalam langkah pertama, yaitu: E – D – A – B – C. Diagram sebelah atas ialah untuk Stasiun Kerja I dan yang di sebelah bawah ialah untuk Stasiun Kerja II.



Gambar 14.5 Diagram Batang Perjadwalan untuk N/2

Waktu efektif di Stasiun Kerja I = 18 jam – 1 jam = 17 jam sehingga efisiensi Stasiun Kerja I = $17/18 \times 100\% = 94,44\%$. Waktu efektif Stasiun Kerja II = 18 jam – 2 jam – 1 jam = 15 jam sehingga tingkat efisiensinya = $15/18 \times 100\% = 83,33\%$. Terlihat bahwa derajat efisiensi penggunaan Stasiun Kerja I lebih besar daripada derajat efisiensi Stasiun Kerja II.

Waktu tidak terpakai pada diagram ditunjukkan oleh warna hitam pada diagram batang. Di Stasiun Kerja II terjadi *idle time* di awal kegiatan, karena harus menunggu selesainya job E di Stasiun Kerja I, yaitu dari jam ke-0 sampai jam ke-2. *Idle time* selama dua jam. *Idle time* yang kedua terjadi pada

waktu menunggu penyelesaian pengerjaan job B di Stasiun Kerja I yang baru selesai dalam jam ke-14. Sekalipun job A di Stasiun Kerja II selesai pada jam ke-13, Stasiun Kerja II tidak dapat melaksanakan tugas apapun karena harus menunggu job B dari Stasiun Kerja I sehingga terjadi *idle time* antara jam ke-13 dan ke-14 atau satu jam. Dengan demikian, *idle time* pada Stasiun Kerja II menjadi tiga jam ($= 2 + 1$). Di Stasiun Kerja I *idle time* yang terjadi adalah pada waktu menunggu selesainya pengerjaan job terakhir (C) di Stasiun Kerja II sejak jam ke-17 sampai ke-18 (*idle time* = 1 jam).

Efisiensi penggunaan stasiun kerja dapat pula dihitung sebagai berikut.

Stasiun Kerja I = $100\% - (1/18)100\% = 100\% - 5.56\% = 94.44\%$.

Stasiun Kerja II = $100\% - (3/18)100\% = 100\% - 16.67\% = 83.33\%$.

3) Penjadwalan untuk N/3

Model ini merupakan sebuah produk yang diproses atau jasa yang disediakan, dan penyelesaiannya memerlukan tiga. Setelah diproses pada stasiun kerja (pekerja) yang pertama, produk dalam proses tersebut diteruskan ke stasiun kerja (pekerja) berikutnya atau yang kedua dan yang ketiga untuk menyelesaikannya.

Proses penjadwalan untuk model ini adalah sebagai berikut.

- Mula-mula waktu pengerjaan di Stasiun Kerja I dan II dijumlahkan, dan juga waktu pengerjaan di Stasiun Kerja II dan III sehingga seolah-olah hanya ada dua stasiun kerja.
- Setelah tersusun jumlah waktu pemrosesan baru sesuai butir (a), selanjutnya dipilih waktu pemrosesan yang terkecil jumlahnya. Jika yang terkecil terdapat pada SK-I + SK-II maka job itu dialokasi lebih awal. Akan tetapi, apabila terdapat pada SK-II + SK-III maka job itu dialokasi paling akhir.
- Job yang sudah mendapatkan alokasi urutan dieliminasi dari daftar, kemudian melanjutkan proses tersebut sampai semua job selesai ditentukan urutannya.
- Susunlah daftar urutan pengerjaan sesuai dengan hasil operasi yang diperoleh.
- Buat diagram batang dengan tiga batang horizontal untuk memetakan Stasiun Kerja I, II dan III.

Contoh:

Misalnya produk yang dipesan pelanggan harus dikerjakan pada tiga buah mesin, yaitu Mesin I, II dan III. Pesanan yang diterima saat sekarang ada empat buah, dengan data seperti tersebut dalam Tabel 14.13.

Tabel 14.13 Tugas dan Waktu Pengerjaan di Tiap Mesin

Job	Waktu Pengerjaan di Setiap Mesin (Jam)		
	I	II	III
A	3	2	4
B	6	8	3
C	5	6	7
D	7	4	2
Total	21	20	16

Diminta:

Susunlah jadwal pengerjaan atas produk yang dipesan.

a) Langkah Pertama

Menjumlahkan waktu pengerjaan Mesin I dan II, serta Mesin II dan III. Hasilnya disajikan pada Tabel 14.14.

Tabel 14.14 Proses Perhitungan Waktu Gabungan untuk Penjadwalan

Job	Jumlah Waktu Pemrosesan (Jam)	
	M-I + M-II	M-II + M-III
A	$3 + 2 = 5$	$2 + 4 = 6$
B	$6 + 8 = 14$	$8 + 3 = 11$
C	$5 + 6 = 11$	$6 + 7 = 13$
D	$7 + 4 = 11$	$+ 2 = 6$

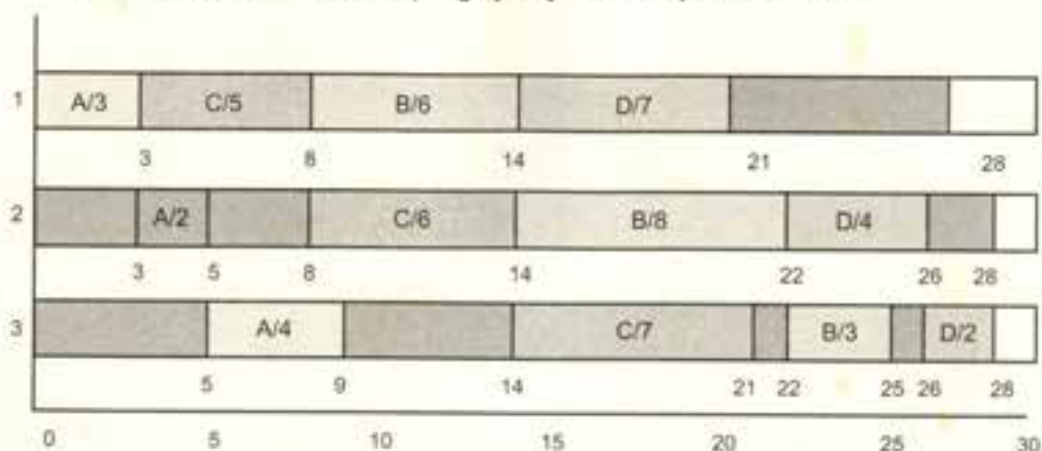
b) Langkah Kedua

Menentukan urutan sesuai dengan kriteria yang disebutkan di muka. Berdasarkan daftar hasil penjumlahan waktu pemrosesan di atas, yang terpendek waktunya ialah Job A di M-I + M-II (5 jam). Oleh karena itu, Job A dijadwalkan paling awal. Berikutnya Job D pada M-II + M-III (6 jam). Oleh karena itu, Job D dialokasi paling akhir. Berikutnya Job C di M-I + M-II (11 jam) dan karena itu dijadwalkan sesudah A kemudian B.

Urutan selengkapnya: A – C – B – D

c) Langkah Ketiga

Membuat diagram batang dengan tiga batang yang horizontal, kemudian memetakan nilai-nilai waktu pengerjaan *job* di setiap mesin terkait.



Gambar 14.6 Diagram Batang Penjadwalan untuk N/3

Idle time dalam Gambar 14.6 dinyatakan dengan warna hijau. Untuk Mesin I, *idle time* adalah 7 jam (= 28 – 21). Untuk Mesin II, *idle time* adalah 8 jam (= 3 jam + 3 jam + 2 jam). Untuk Mesin III, *idle time* adalah 12 jam (= 5 + 5 + 1 + 1). Dengan demikian, waktu efektif untuk Mesin I = 28 jam – 7 jam = 21 jam. Mesin II = 28 jam – 8 jam = 20 jam, dan Mesin III = 28 jam – 12 jam = 16 jam.

d) Langkah Keempat

Perhitungan efisiensi pemakaian mesin sebagai berikut.

Mesin I = $21/28 \times 100\% = 75\%$, *idle time* = 25%

Mesin II = $20/28 \times 100\% = 71.43\%$, *idle time* = 28.57%

Mesin III = $16/28 \times 100\% = 57.14\%$, *idle time* = 42.86%

Data di atas menunjukkan bahwa Mesin I lebih sibuk dibanding dengan mesin lainnya. Untuk meminimumkan kerugian karena menganggurnya mesin dan tenaga kerja maka waktu menganggur itu harus digunakan untuk mengerjakan pekerjaan lain. Dengan cara demikian maka *idle time* dapat diperkecil dan efisiensi penggunaan stasiun kerja dapat ditingkatkan.

A. BERBAGAI ISTILAH DALAM PENGENDALIAN PERSEDIAAN

Manajer usaha bisnis tidak selalu dapat memprediksi dengan akurat apa yang pelanggan akan beli dan kapan mereka akan membelinya. Hal itu terjadi karena adanya faktor ketidakpastian. Untuk mengatasi ketidakpastian tersebut, sediaan material disimpan untuk memastikan bahwa permintaan dapat diantisipasi dan dipenuhi. Pemeliharaan sediaan dapat dilihat sebagai suatu penyangga antara penawaran dan permintaan. Misalnya, bahan baku energi seperti batu bara dan bahan bakar minyak harus dijadwalkan pengadaannya dan disimpan secukupnya agar produksi listrik dapat berlangsung. Sementara perbankan harus menjaga tingkat tertentu persediaan uang tunai untuk memenuhi kebutuhan pelanggan.

Jenis utama dari persediaan khususnya dalam perusahaan pabrikasi adalah: (1) bahan baku, (2) bahan sedang dalam pengerjaan (*work-in-process* atau *WIP*), dan (3) persediaan barang jadi yang siap untuk dikirim atau dijual (*finish product*). Ada beberapa hal yang menjadi pertimbangan dalam usaha mengadakan *item* persediaan yang tepat, waktu yang tepat, dan jumlah yang tepat. Pertanyaan-pertanyaan yang harus diajukan adalah berikut ini.

1. *Item* sediaan apa yang harus dipesan?
2. Kapan pesanan dilakukan?
3. Berapa banyak yang harus dipesan?

Pertanyaan pertama berfokus pada pentingnya memastikan bahwa *item* atau jenis material tersebut relevan untuk dipesan. Alasan untuk menyimpan

item sediaan adalah: (1) untuk memungkinkan proses produksi agar beroperasi dengan lancar dan efisien, (2) untuk mendapatkan keuntungan dari diskon kuantitas, (3) untuk melindungi perusahaan terhadap kemungkinan kekurangan sediaan di masa yang akan datang, (4) untuk mengantisipasi fluktuasi musiman dalam permintaan dan penawaran, serta (5) untuk melindungi perusahaan dari kerugian karena kenaikan harga sediaan akibat inflasi dan perubahan harga.

Ada banyak istilah yang digunakan dalam pengendalian persediaan. Istilah itu perlu didefinisikan dengan baik. Apabila tidak didefinisikan dengan baik maka dapat menyebabkan kesalahan dalam memahami istilah yang bersangkutan.

1. Pengertian Sediaan (Stock)

Murdifin Haming dan Mahfudnurnajamuddin (2014:4) menyatakan bahwa pada pokoknya, sediaan merupakan sumber daya ekonomi yang perlu diadakan dan disimpan untuk menunjang penyelesaian pengerjaan suatu produk. Sumber daya ekonomi tersebut dapat berupa kapasitas produksi, tenaga kerja, tenaga ahli, modal kerja, waktu yang tersedia, bahan baku, dan bahan penolong. Akan tetapi, dalam kajian yang dilakukan saat ini, sediaan dibatasi pada material, produk sedang dalam proses pengerjaan, dan barang jadi. Dengan demikian, persediaan (*inventory*) adalah sumber daya ekonomi fisik yang perlu diadakan dan dipelihara untuk menunjang kelancaran produksi, meliputi bahan baku (*raw material*), produk jadi (*finish product*), komponen rakitan (*component*), bahan penolong (*substance material*), dan barang sedang dalam proses pengerjaan (*working in process inventory*).

2. Biaya Unit atau Harga Satuan (Unit cost)

Biaya atau harga satuan (*unit cost*) adalah harga yang dikenakan oleh pemasok untuk satu unit *item* sediaan atau komponen. Biaya unit adalah biaya pengerjaan produk per unit, sebagai hasil bagi dari biaya total produksi dengan jumlah unit produksi yang dihasilkan.

3. Ordering or Setup Cost

Biaya pemesanan (*ordering cost*) atau biaya penyetelan (*setup cost*) adalah biaya yang dipikul dari pemesanan *material*, termasuk biaya yang timbul dari

persiapan dan pengiriman pesanan, memeriksa status sediaan material (*stock opname*), pemeriksaan kualitas pada waktu menerima pesanan, penyusunan di tempat penyimpanan (gudang), dan kegiatan dukungan administrasi lainnya (biaya pengiriman pesanan ke pemasok termasuk biaya administrasi sediaan di gudang).

4. Holding Cost or Carrying Cost

Holding cost atau biaya penyimpanan sediaan ialah biaya atas sediaan per unit, terdiri dari semua ongkos yang berhubungan dengan biaya penyimpanan bahan atau barang dalam sediaan (*stock*). Biaya ini meliputi bunga modal yang tertanam dalam persediaan, sewa gudang, asuransi, pajak, ongkos bongkar muat, harga penyusutan, harga atas sediaan yang rusak, dan penutup risiko penurunan harga. Biasanya biaya penyimpanan ini dihitung sebagai hasil kali sediaan rata-rata dengan biaya penyimpanan per unit per tahun. Biaya penyimpanan ini biasa pula dihitung dengan persentase tertentu terhadap harga satuan material yang bersangkutan. Persentase itu antara 20 sampai 30 persen. *Holding costs* atau *carrying costs* timbul karena perusahaan menyimpan persediaan. Biaya ini sebagian besar merupakan biaya penyimpanan (secara fisik), di samping pajak dan asuransi barang yang disimpan.

5. Stockout Cost or Shortage Cost

Stockout cost adalah biaya terjadi apabila jumlah stok yang ada tidak dapat memenuhi kebutuhan proses produksi atau permintaan pasar. Akibat terjadinya *stockout*, proses produksi terhenti atau kepercayaan konsumen menjadi berkurang atau hilang karena stok yang tersedia tidak mencukupi. Kerugian ini bersifat *intangible* (tidak nyata). Akibatnya, *stockout cost* tersebut sulit untuk dihitung.

6. Backorder Cost

Back order cost adalah biaya atau risiko yang timbul oleh suatu kondisi dalam pendistribusian barang atau pemesanan sediaan, karena barang yang dipesan oleh pelanggan atau perusahaan tidak atau belum dapat dipenuhi atau disediakan, baik seluruhnya ataupun sebagiannya dan akan dipenuhi kali berikutnya. Istilah ini banyak dipakai dalam perdagangan khususnya dalam

penjualan dan pembelian barang melalui pesanan (*make-to-order*). Lawan dari *backorder* adalah *forward order*, yaitu kondisi ketika semua bahan atau barang yang dipesan telah tersedia, namun belum dapat dikirim baik seluruh atau sebagian karena alasan-alasan tertentu. Misalnya, alat angkut yang sesuai belum siap.

7. Lead Time

Lead time merupakan waktu antara menempatkan pesanan dan diterimanya *item* yang dipesan dalam stok sehingga siap digunakan. *Lead time* biasanya ditetapkan sebagai nilai-nilai konstan, misalnya satu atau dua minggu. Akan tetapi, harus diingat bahwa *lead time* melibatkan banyak kegiatan yang dapat menimbulkan ketidakpastian, seperti persiapan pemesanan kembali, produksi barang, kemasan, transportasi, atau memeriksa *item* pada waktu tiba di perusahaan. Dalam praktiknya, ketidakpastian terdapat pada hampir semua sistem persediaan.

Lead time ini tergantung pada jarak sumber pasokan dengan perusahaan, serta sarana angkutan yang tersedia. Misalnya, sebuah perusahaan pabrik beton berlokasi di Makassar dan memakai semen dari PT. Semen Tonasa (jarak 52 km dari Makassar) dan semen dari PT. Semen Bosowa (jarak 32 km dari Makassar). *Lead time* dapat terjadi 2 atau 3 hari. Akan tetapi, pabrik Terigu Berdikari yang berlokasi di Pelabuhan Makassar memakai biji gandum dari Australia, Pakistan, India, atau Amerika Serikat. *Lead time* dapat saja 2 bulan (jika dipesan dari Australia) sampai 6 bulan (jika dipesan dari Amerika Serikat).

8. Order Quantity

Order quantity atau kuantitas yang dipesan adalah jumlah unit bahan atau komponen yang dipesan perusahaan dari pemasok (*supplier*) pada waktu tertentu.

9. Economic Order Quantity (EOQ)

EOQ adalah jumlah unit bahan atau komponen yang dipesan oleh perusahaan dari pemasok (*supplier*) pada biaya persediaan yang minimum. EOQ secara kuantitatif diperoleh dari aplikasi rumus: $Q_{opt} = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$ dimana D = jumlah kebutuhan per tahun, S = *ordering cost* per pesanan, H = *holding cost* per unit per tahun.

10. Reorder point

Reorder point (titik pemesanan kembali), yaitu jumlah persediaan bahan atau komponen yang ada di perusahaan ditambah atau tidak ditambah dengan *safety stock*, hingga pesanan harus dilakukan kembali. *Reorder point* memiliki dua macam, yaitu: (a) tanpa *safety stock*, dan (b) dengan *safety stock*.

Reorder point (R) tanpa *safety stock* sama dengan jumlah pemakaian selama *lead-time*. Secara matematik, $R = \text{pemakaian per hari} \times \text{lead time}$.

Reorder point (R) dengan *safety stock* sama dengan jumlah pemakaian selama *lead time* ditambah dengan *safety stock*. Secara matematik, $R = B + (\text{pemakaian per hari} \times \text{lead time})$.

11. Safety Stock, Buffer Stock, Iron Stock

Safety stock (sediaan pengaman) = *buffer stock* (sediaan penyangga) = *iron stock* (persediaan besi) ialah persediaan minimal yang selalu harus ada di perusahaan, yang ditujukan untuk mengatasi keadaan yang tidak diinginkan. Hal itu seperti kehabisan persediaan yang diakibatkan oleh keterlambatan kedatangan sediaan yang dipesan, kenaikan dalam pemakaian bahan, atau kedua-duanya akibat kenaikan permintaan. Dengan adanya persediaan pengaman (*safety stock*) tersebut, diharapkan tidak terjadi risiko kehabisan persediaan yang diakibatkan oleh faktor yang tidak diharapkan.

12. Incremental Cost

Incremental cost atau biaya variabel persediaan, yakni biaya penyimpanan (*holding cost*) ditambah dengan biaya pemesanan (*ordering cost*), dan biaya ini akan berubah jika jumlah pesanan (*order quantity*) ditambah atau dikurangi.

13. Total Cost of Inventory

Biaya total persediaan ialah jumlah dari biaya pemesanan, biaya penyimpanan, dan harga dari bahan yang dipesan atau dibeli.

$$\begin{aligned} TC &= \text{incremental cost} + \text{harga sediaan} \\ &= \frac{Q}{2} \times H + \frac{Q}{D} \times S + D(C) \end{aligned}$$

14. Level of Service

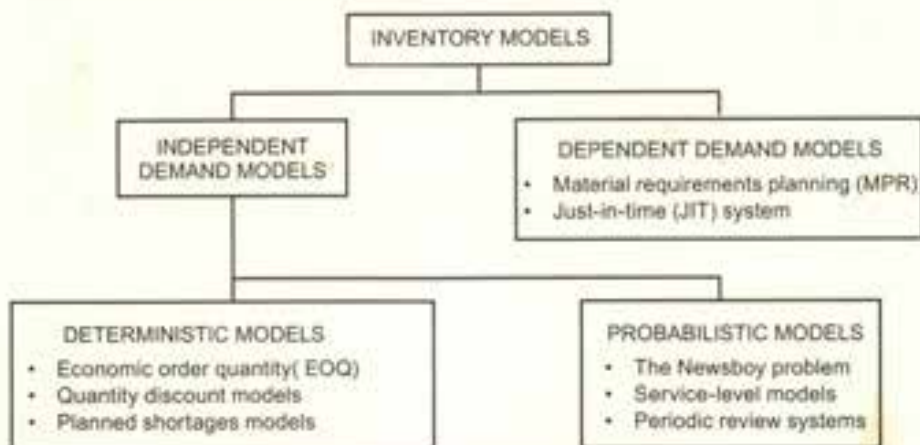
Level of service adalah keyakinan yang menunjukkan jumlah permintaan pelanggan yang akan dipenuhi secara memuaskan. Misalnya, *level of service* ditetapkan 95 persen, artinya jika ada 100 permintaan yang tiba maka perusahaan yakin akan menjawab secara memuaskan 95 permintaan tersebut, dan 5 sisanya akan dipenuhi pada waktu yang lain.

15. Cycle Time in Inventory Control

Siklus waktu dalam pengendalian persediaan adalah waktu yang diukur mulai dari suatu persediaan tertentu dipesan oleh perusahaan dan tiba, serta siap diolah sampai sediaan tersebut habis diolah dan harus dipesan kembali.

B. KARAKTERISTIK MODEL PERSEDIAAN

John F. Barlow (2005) mengemukakan bahwa model persediaan memiliki dua karakteristik utama, dan keduanya berkaitan dengan permintaan atas bahan atau produk. Kedua karakteristik model tersebut ditunjukkan dalam Gambar 15.1 bahwa permintaan dapat (1) bersifat independen atau dependen, dan (2) bersifat deterministik atau probabilistik.



Gambar 15.1 Model Pengendalian Persediaan

Pada dasarnya, model permintaan independen mengasumsikan bahwa permintaan atas jenis bahan atau produk tertentu memiliki sifat independen (tidak terikat) terhadap permintaan atas bahan atau barang lainnya. Model permintaan independen biasanya terkait dengan permintaan terhadap

barang jadi (*finish product*), yang permintaannya didasarkan pada faktor-faktor lingkungan yang tidak pasti, seperti estimasi penjualan, tren konsumen, harga *item* sediaan, maupun biaya-biaya terkait pengadaan sediaan yang bersangkutan. Model tersebut menggunakan teknik matematika untuk menghubungkan estimasi permintaan, jumlah unit pesanan, dan biaya yang terkait. Namun demikian, model ini dapat juga dikaitkan dengan permintaan material pada usaha manufaktur. Misalnya, usaha manufaktur yang menggunakan satu jenis bahan baku seperti pabrik terigu (menggunakan bahan berupa biji gandum), pabrik minyak kelapa (menggunakan kopra sebagai bahan baku tunggal), dan pabrik gula (menggunakan tebu sebagai bahan baku tunggal). Oleh karena itu, permintaannya tidak berhubungan dengan permintaan atas *item* lainnya.

Model permintaan terikat (*dependen*) mengasumsikan bahwa permintaan atas *item* sediaan tergantung pada rencana produksi yang ada atau jadwal operasi produksi. Misalnya, permintaan untuk roda di pabrik perakitan mobil secara langsung berhubungan dengan jumlah mobil yang diproduksi. Bahan baku, komponen, dan subkomponen yang digunakan dalam memproduksi barang jadi tertentu, memiliki karakteristik permintaan *dependen*, yaitu terikat pada rencana volume produksi.

Model deterministik adalah satu jenis permintaan dengan suatu jenis bahan atau barang jadi diasumsikan konstan dan seragam (*bersifat ceteris paribus*), yaitu nilai-nilai variabel diketahui pasti. Model probabilistik adalah satu jenis permintaan dengan suatu jenis bahan atau barang jadi yang memiliki sifat bervariasi, yaitu terdapat tingkat ketidakpastian yang melekat pada variabel permintaan. Permintaan terhadap produk (barang) ditentukan oleh suatu distribusi probabilitas.

1. Model Permintaan Independen

Pengkajian akan dilakukan secara berurut mulai dari model deterministik kemudian model probabilistik. Sesuai dengan Gambar 15.1, model deterministik tersirat model yang terdiri atas: (a) *Economic Order Quantity (EOQ)*, (b) *Production Order Quantity (POQ)*, (c) *Quantity Discount Model* atau *Price Break Model*, (d) *Shortage Model*, dan (e) *Inventory Model with Storage Ruang Constraints*.

a. Economic Order Quantity (EOQ)

Q_{opt} yang diturunkan dari *Economic Order Quantity* (EOQ), menunjukkan jumlah unit yang dipesan pada biaya yang paling murah (ekonomis) atau optimal. Model ini memakai asumsi berikut.

- 1) Permintaan selama satu tahun (D) diketahui dan dianggap tetap tidak berubah.
- 2) Harga sediaan (C) diketahui dan dianggap tetap tidak berubah.
- 3) Sediaan bahan atau barang dianggap selalu tersedia sehingga dapat diperoleh setiap saat dibutuhkan.
- 4) Biaya sediaan dianggap diketahui dan tidak berubah.

Persediaan optimum seperti yang telah dikemukakan di atas akan dicapai pada titik keseimbangan antara biaya penyimpanan dan biaya pemesanan. Secara matematik, keseimbangan itu dapat ditulis melalui persamaan berikut.

$$\frac{D}{Q}S = \frac{Q}{2}H, \text{ sehingga } 2DS = Q^2H$$

$$Q^2 = \frac{2DS}{H}, \text{ dan } Q_{opt} = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$$

Q_{opt} = jumlah pesanan dengan biaya yang minimum

D = jumlah kebutuhan per tahun (dalam unit)

S = biaya pemesanan (*ordering cost*)

H = biaya penyimpanan (*holding cost*)

TIC = *ordering cost* + *holding cost*

TC = TIC + D x C

Contoh:

Estimasi permintaan dalam satu tahun (D) sebesar 15.000 unit. *Ordering cost* Rp500 dan *unit cost* (harga per unit) Rp200, dan *holding cost* 30 persen dari *unit cost*.

Pemecahan:

Dengan memakai rumus optimum di atas, diperoleh sebagai berikut.

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2 \times 15.000 \times 500}{30\% \times 200}} = \sqrt{\frac{15.000.000}{60}} = 250.000^{0,5}$$

$$Q_{opt} = 500 \text{ unit}$$

$$TIC = \frac{D}{Q}S + \frac{Q}{2}H = (15.000/500) \times \text{Rp}500 + (500/2) \times \text{Rp}60$$

$$= (30 \times \text{Rp}500) + (250 \times \text{Rp}60)$$

$$= \text{Rp}15.000 + \text{Rp}15.000 = \text{Rp}30.000$$

$$\begin{aligned}
 TC &= TIC + D.C = Rp30.000 + 15.000(Rp200) \\
 &= Rp30.000 + Rp3.000.000 \\
 &= \mathbf{Rp3.030.000}
 \end{aligned}$$

Dari pemecahan di atas, diperoleh sebagai berikut.

- 1) Persediaan optimum, $Q_{opt} = 500$ unit per order.
- 2) Biaya variabel persediaan, $TIC = Rp30.000$. Pada tahap optimum ini, biaya pesanan sama dengan biaya penyimpanan (= Rp15.000).
- 3) Biaya total persediaan, $TC = Rp3.030.000$ dan harga sediaan (D.C) merupakan biaya tetap persediaan.
- 4) Frekuensi order = $D/Q = 15.000/500 = 30$ kali per tahun.
- 5) Umur sediaan per order, dengan anggapan 1 tahun = 360 hari adalah $\frac{360}{30} = 12$ hari.

Kasus di atas dapat pula dipecahkan dengan menggunakan *POM-for-Windows*. Hasil pemecahan disajikan dalam Gambar 15.2.

Parameter / Solution			
Parameter	Value	Parameter	Value
Demand rate (D)	15000	Optimal order quantity (Q*)	500
Setup/Ordering cost (S)	500	Maximum Inventory Level (Imax)	500
Holding cost (H) @ 30%	60	Average inventory	250
Unit cost	200	Orders per period/year	30
		Annual Setup cost	15000
		Annual Holding cost	15000
		Unit cost (D.C)	3000000
		Total Cost	3030000

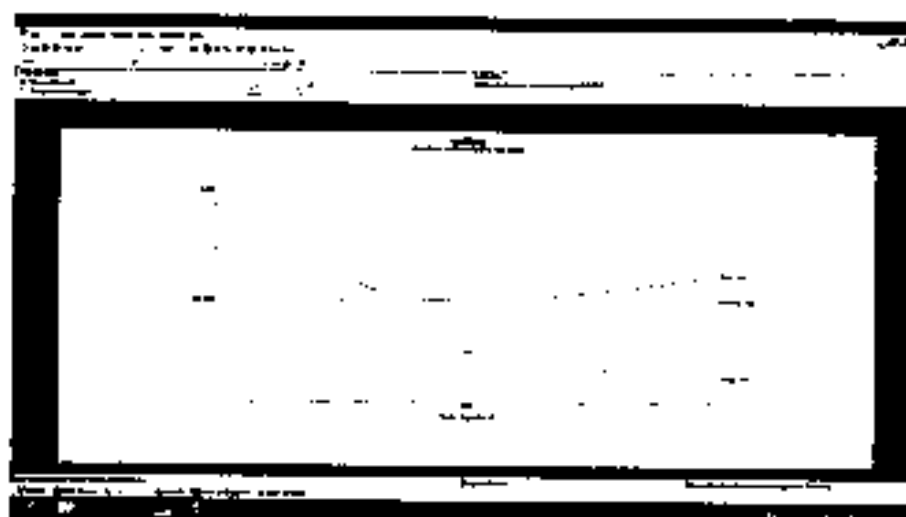
Gambar 15.2 Pemecahan Q_{opt} Menggunakan *POM-for-Windows*

Hasil pemecahan sama dengan yang diperoleh pada pemecahan secara manual yang dikemukakan sebelumnya. Kelebihan dari pemecahan dengan menggunakan *POM-for-Windows* ialah sekaligus didapatkan gambar dari biaya persediaan. Pada Gambar 15.3 terlihat bahwa pada perpotongan kurva biaya penyimpanan (HC) dengan kurva biaya pemesanan (OC) terjadi pada $Q = 500$ unit.

Persediaan rata-rata (*average inventory*) = 250, hasil dari $Q/2$.

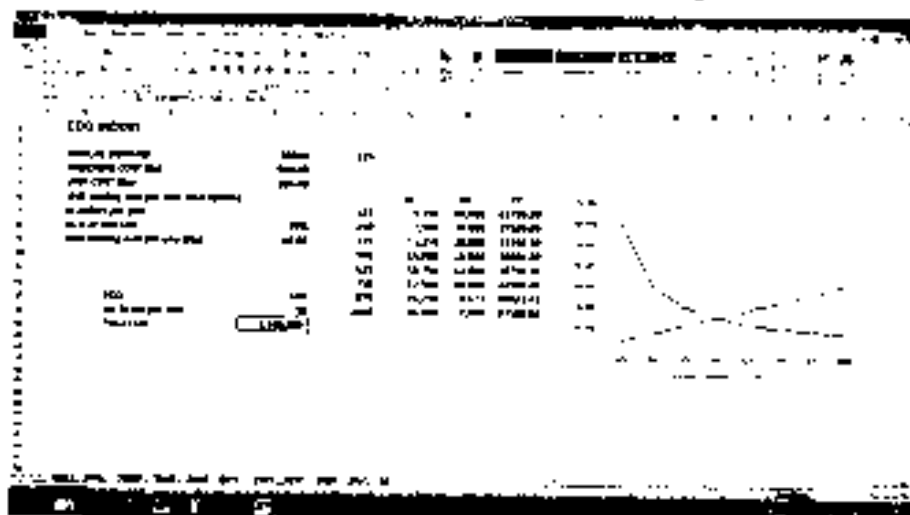
Frekuensi pesanan = 30 kali, hasil dari D/Q .

Pemecahan kasus dalam contoh di atas dapat pula diselesaikan dengan mempergunakan lembar kerja Excel.



Gambar 15.3 Diagram Biaya Persediaan

Pemecahan dengan lembar kerja Excel dilakukan dengan cara berikut.



Gambar 15.4 Pemecahan Q_{opt} Menggunakan Lembar Kerja Excel

Penjelasan metode adalah sebagai berikut.

Mula-mula pada sel D3:D8, dibuat sel untuk memasukkan *input* dari permasalahan yang akan dipecahkan. Secara bersesuaian, *input* dimasukkan pada sel yang sesuai.

Pada sel D9, ketik " $=D8*D5$ " dan operasinya akan menghasilkan $30\% \times Rp200 = Rp60$. Pada sel F3 diketik " $=INT(D13/4)$ ". Sel D13 = nilai Q_{opt} . Di sel D13 diketik " $=SQRT(2*D3*D4/D9)$ " dan $Q_{opt} = 500$ unit. Pada sel D14 ketik " $=D3/D13$ " atau D/Q , hasilnya adalah frekuensi pesanan, yaitu 30 kali per tahun (30×500 unit = 15.000 unit). Pada sel F7 ketik " $=F3$ ". Di sel F8 ketik " $=F7+F\$3$ ", kemudian F8 disalin ke F9:F14. Di sel G7 ketik " $=0.5*F7*D\$9$ ", kemudian salin ke G8:G14. Nilai yang diperoleh adalah biaya penyimpanan sediaan pada berbagai skedul jumlah order. Di sel H7 ketik " $=D\$3*D\$4/F7$ ", kemudian disalin ke H8:H14. Nilai yang diperoleh adalah biaya pemesanan sediaan pada berbagai skedul jumlah order. Di sel I7 ketik " $=G7+H7$ ", kemudian disalin ke I8:I14. Nilai yang diperoleh adalah biaya variabel persediaan (TIC), yaitu biaya penyimpanan sediaan ditambah biaya pemesanan pada berbagai skedul jumlah order.

Di sel D15 ketik " $=D3*D4/D13+0.5*D9*D13+D3*D5$ ". Nilai yang diperoleh adalah biaya total persediaan, yaitu $TIC + DC$ atau $HC + OC + DC = Rp15.000 + Rp15.000 + Rp3.000.000 = Rp3.030.000$.

Untuk membuat grafik, blok nilai-nilai F6:I14, kemudian klik Insert pada lembar kerja yang aktif. Pada *utilities Charts*, pilih *sub-utility* "Line" maka pada lembar kerja akan tercetak grafik biaya seperti pada Gambar 15.4. Terlihat bahwa kurva HC berpotongan dengan kurva OC pada angka "500", berarti $Q_{opt} = 500$ unit.

Memerhatikan nilai-nilai yang diperoleh maka disimpulkan bahwa baik pemecahan secara manual maupun dengan memakai perangkat lunak *POM-for-Windows*, serta lembar kerja Excel hasilnya persis memiliki kesamaan.

b. Production Order Quantity (POQ)

Model POQ adalah pengembangan model klasik persediaan (model EOQ) dengan pengadaan bahan berupa komponen tertentu untuk diproduksi secara massal, dan dipakai sendiri sebagai subkomponen suatu produk jadi yang dibuat oleh perusahaan. Terdapat beberapa waktu ketika perusahaan

dapat menerima persediaan bahan selama periode waktu tertentu, dan pada saat yang sama hasil produksi tersebut sebagiannya dipakai untuk membuat produk jadi tertentu. Kasus seperti ini membutuhkan model yang berbeda, yakni model yang dimaksud tidak memerlukan asumsi penerimaan dan penggunaan secara bersamaan. Model khas ini berlaku dibawah dua situasi: (1) ketika persediaan terus mengalir atau bertambah selama periode waktu setelah pesanan sudah ditempatkan, atau (2) ketika unit yang diproduksi, sebagian atau seluruhnya dijual secara bersamaan. Oleh karena itu, model ini sangat cocok untuk lingkungan produksi yang biasa disebut model kuantitas pesanan produksi (*production order quantity model*).

Secara matematik model POQ adalah sebagai berikut.

D = kebutuhan dalam satu tahun

Q = kuantitas *order* per pesanan

H = biaya penyimpanan per unit per tahun

p = tingkat produksi per hari

d = unit permintaan per hari

S = biaya pesanan per *order*

t = lamanya produksi berjalan dalam hari

$$Q = \frac{D}{p} \sqrt{\frac{2DS}{H \left[1 - \left(\frac{d}{p} \right) \right]}}$$

Contoh:

D = 2200 unit dan P = 2500 unit. Hari kerja efektif per tahun = 250 hari. Biaya penyimpanan 20 persen dari harga unit dan harga unit Rp2500. Biaya *order* Rp5000.

Pemecahan:

$$Q = \frac{D}{p} \sqrt{\frac{2 \times 2200 \times 5.000}{(20\% \times 2.500) \times \left[1 - \frac{2200/250}{2500/250} \right]}} = \sqrt{\frac{22.000.000}{500 \times \left(1 - \left(\frac{8.8}{10} \right) \right)}}$$

$$= \sqrt{\frac{22.000.000}{500 \times 0,12}} = \sqrt{22.000.000/60} = 605,53 \text{ unit}$$

$$H = 0,5 \times HQ \left[1 - \left(\frac{d}{p} \right) \right] = 0,5 \times 500 \times 605,53 \times [0,12] = \text{Rp}18.165,90$$

$$S = (D/Q) \times S = (2200/605,53) \times \text{Rp}5000 = \text{Rp}18.165,90$$

$$TIC = HC + OC = \text{Rp}18.165.90 + \text{Rp}18.165.90 = \text{Rp}36.331.80$$

$$\text{Biaya total} = TIC + \text{Harga sediaan}$$

$$= \text{Rp}36.331.80 + 2200 \times \text{Rp}2500 = \text{Rp}5.536.331.80$$

$$t = Q/p = 605.53 \text{ unit}/10 \text{ unit} = 60.553 \text{ hari.}$$

$$\text{Maximum inventory level} = pt - dt$$

$$= (60.553 \times 10) - (60.553 \times 8.8)$$

$$= 72.66 \text{ unit dibulatkan menjadi } 73 \text{ unit}$$

Sediaan rata-rata = $I_{\max}/2 = 72.66/2 = 36.33 \text{ unit}$, dibulatkan menjadi 36 unit.

$$\text{Production run per period} = \text{Sediaan rata-rata}/p$$

$$= 36.33/10 = 3.633 \text{ unit}$$

Pemecahan kasus di atas dapat pula dilakukan dengan mempergunakan *POM for Windows*. Hasil pemecahan disajikan dalam Gambar 15.5.

Parameter	Value	Parameter	Value
Demand rate(D)	2200	Optimal production quantity (Q*)	605.53
Setup/Ordering cost(S)	9000	Maximum Inventory Level (Imax)	72.66
Holding cost(H)@20%	500	Average inventory	36.33
Daily production rate(p)	10	Production runs per period (year)	3.63
Days per year (Dri)	250	Annual Setup cost	18185.9
Daily demand rate	8.8	Annual Holding cost	18185.9
Unit cost	2500	Unit sales (PD)	5500000
		Total Cost	5536332

Gambar 15.5 Pemecahan Qopt dari POQ Menggunakan POM-for-Windows

Hasil pemecahan sama dengan pemecahan secara manual dan hasil akhirnya berikut ini.

$$Q^*_{opt} = 605.53 \text{ unit, dibulatkan menjadi } 606 \text{ unit.}$$

$$\text{Maximum inventory level } (I_{\max}) = 72.66 \text{ unit, dibulatkan } 73 \text{ unit.}$$

$$\text{Persediaan rata-rata} = 72.66/2 = 36.33 \text{ unit, dibulatkan } 36 \text{ unit.}$$

$$\text{Ordering/setup cost} = \text{Rp}18.165.90$$

Holding cost/carrying cost = Rp18.165.90

TIC = Rp18.165.90 + Rp18.165.90 = Rp36.331.80

TC = TIC + D.C = Rp36.331.80 + 2200 x Rp2500 = Rp5.536.331.80

Seperti pada model sebelumnya (EOQ) maka untuk model POQ ini, juga akan dipecahkan dengan menggunakan lembar kerja Excel. Proses dan hasilnya disajikan dalam Gambar 15.6.

PRODUCTION ORDER QUANTITY (POQ) MODEL	
ANNUAL DEMAND	2,200
SETUP COST (Rp)	5,000.00
UNIT COST (Rp)	2,500.00
ANNUAL PRODUCTION RATE	2,500
UNIT HOLDING COST PER YEAR:	
(1) in \$ per year	
(2) as % of unit cost	20%
ANNUAL UNIT HOLDING COST (Rp)	500.00
POQ	401.51
PRODUCTION RUN TIME, R_u in weeks	11.66
OPTIMAL CYCLE TIME, T_u in weeks	14.31
MAXIMUM INVENTORY LEVEL	71.66
ANNUAL HOLDING COST (Rp)	18,165.90
ANNUAL SETUP COST (Rp)	18,165.90
TOTAL COST (Rp)	5,536,331.80

Gambar 15.6 Pemecahan POQ Menggunakan Lembar Kerja Excel

Awalnya disediakan sel untuk memasukkan nilai *input* pemecahan. Dalam Gambar 15.5 ialah sel E3:E9 yang diberi warna kuning. *Input* yang harus dimasukkan ialah yang uraiannya disajikan pada sel B3:D9, yaitu sebagai berikut.

Annual demand, sesuai contoh ialah 2200 ditulis di sel E3.

Setup cost, sesuai contoh ialah Rp5000 di sel E4.

Unit cost, sesuai contoh ialah Rp2500 per unit di sel E5.

Annual production rate, sesuai contoh ialah 2500 unit di sel E6.

Unit holding cost, dalam hal ini disediakan dua pilihan, yaitu: (1) dalam satuan moneter tertentu per unit per tahun, dan (2) dalam persen terhadap harga satuan bahan. Dalam contoh dipilih jenis yang kedua sehingga di sel E9 ditulis 20 persen. Dengan pilihan tersebut maka *unit holding cost* diperoleh dengan menuliskan rumus: " $=IF(E9="",E8,E5*E9)$ " di sel E10. Hasilnya ialah 20% x Rp2500 = Rp500.

Selanjutnya, sel untuk *output* pemecahan disediakan pada sel E11:E18. Di E11 ditulis rumus " $=IF(E10=0, "Holding Cost cannot be zero!", "")$ ".

POQ, Q_{opt} , di sel E12 ditulis rumus " $=SQRT(2*E3*E4/E10)*SQRT(E6/(E6-E3))$ " dan hasilnya 605.53 unit, dan keterangan hasil, yaitu POQ ditulis pada sel B12. *Production run time*, R_p , ditulis pada sel B13 dan untuk hasilnya di E13 ditulis rumus: " $=52*E12/E6$ " dan diperoleh 12.6 minggu. *Optimal cycle time in weeks*, T_p , ditulis di sel B14 dan hasilnya di sel E14, ditulis rumus: " $=52*E12/E3$ ", diperoleh 14.31 minggu. *Maximum inventory level (Imax)* ditulis di sel B15, *output*-nya di sel E15 ditulis rumus: " $=E12*(E6-E3)/E6$ ", hasil yang diperoleh 72.66 unit. *Annual holding cost (Rp)* ditulis di sel B16 dan *output*-nya di sel E16, dituliskan rumus: " $=0.5*E10*E15$ ", diperoleh Rp18.165.90. *Annual setup cost (Rp)* ditulis di sel B17, *output*-nya di sel E17 dan dituliskan rumus: " $=E3*E4/E12$ ", diperoleh hasil Rp18.165.90. Terakhir di sel B18 ditulis *total cost* dan *output*-nya di sel E18, diketik rumus " $=E16+E17+E3*E5$ ", diperoleh hasil Rp5.536.331.80.

Memerhatikan nilai-nilai yang diperoleh, baik dengan cara manual maupun dengan menggunakan perangkat lunak *POM-for-Windows* dan lembar kerja Excel hasil yang diperoleh adalah sama. Dengan demikian, semua model memberikan hasil yang akurasinya sama. Perbedaan hanya dijumpai pada waktu yang dibutuhkan dalam pemecahannya. Pemecahan dengan *POM for Windows* akan lebih cepat.

c. **Quantity Discount or Price Break Model**

Model potongan harga berdasarkan kuantitas pembelian cocok digunakan apabila dalam pembelian persediaan, pembekal memberikan potongan harga berdasarkan kuantitas pembelian. Jika dalam model EOQ, harga disebutkan konstan tidak berubah, tidak terpengaruh oleh jumlah unit pembelian maka dalam model *Quantity Discount* ini, asumsi tersebut tidak berlaku. Pembekal akan memberikan potongan harga atas pembelian tertentu.

Contoh:

Sebuah perusahaan memproduksi produk tertentu. Untuk keperluan itu, perusahaan memerlukan bahan untuk membuat 1500 unit produk per tahun (D). *Ordering cost* \$80, dan tarif *holding cost* adalah 30 persen terhadap harga bahan.

Pembekal memiliki skedul penawaran: (1) untuk pembelian 1 – 999 unit, harga \$10.00 per unit, (2) untuk pembelian 1000 – 1999 unit, harga \$8.00 per

unit, dan (3) untuk pembelian 2000 unit atau lebih, harga \$6.00 per unit.

Diminta untuk menentukan kuantitas pembelian yang optimal. Apabila ditentukan syarat berikut ini.

- 1) Apabila $Q_1 >$ batas minimum *quantity discount* maka Q^* = sesuai hasil perhitungan. *Minimum quantity discount* = 1 unit.
- 2) Apabila $Q_2 >$ batas minimum *quantity discount* maka Q^* = sesuai hasil perhitungan. *Minimum quantity discount* = 1000 unit. Apabila Q_2 lebih kecil maka Q^* sebesar *minimum quantity discount*.
- 3) Apabila $Q_3 >$ batas minimum *quantity discount* maka Q^* = sesuai hasil perhitungan. *Minimum quantity discount* = 2000 unit. Apabila Q_3 lebih kecil maka Q^* sebesar *minimum quantity discount*.

Pemecahan:

Pemecahan kasus dimaksud menggunakan model EOQ yang lazim, dengan mencari Q_1 , Q_2 dan Q_3 .

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2xDxS}{ic}} = \sqrt{\frac{2 \times 1500 \times 80}{30\% \times \$10.00}} = \sqrt{\frac{240.000}{3.00}} = \sqrt{80.000}$$

= 282,84 unit atau 283 unit

$$Q_2 = \sqrt{\frac{2xDxS}{ic}} = \sqrt{\frac{2 \times 1500 \times 80}{30\% \times \$8.00}} = \sqrt{\frac{240.000}{2.40}} = \sqrt{100.000}$$

= 316,23 unit atau 316 unit

$$Q_3 = \sqrt{\frac{2xDxS}{ic}} = \sqrt{\frac{2 \times 1500 \times 80}{30\% \times \$6.00}} = \sqrt{\frac{240.000}{1.80}} = \sqrt{133333.3333}$$

= 365.15 unit atau 365 unit.

$Q_1 >$ batas minimum atau $Q_1 > 1$ maka $Q_1 = 283$ unit.

$Q_2 <$ batas minimum atau $Q_2 < 1000$ maka $Q_2 = 1000$.

$Q_3 <$ batas minimum atau $Q_3 < 2000$ maka $Q_3 = 2000$.

Untuk menentukan Q yang optimum maka ketiga alternatif di atas dihitung biaya persediaannya, dipilih yang biayanya lebih murah.

Tabel 15.1 Perbandingan Biaya Total Sediaan di Antara Alternatif Q

No		Harga sediaan	Biaya order	Biaya penyimpanan	TC (\$)
1	$Q_1 = 283$ unit	15.000	424.03	424.50	15.849.53
2	$Q_2 = 1000$	12.000	120	1200	13.320
3	$Q_3 = 2000$	9000	60	1800	10.860

Berdasarkan pemecahan ini, $Q^* = 2.000$ unit karena memiliki TC yang lebih murah.

Apabila kasus di atas dianalisis dengan perangkat lunak *POM for Windows* maka hasilnya dapat dilihat dalam Gambar 15.7.

Parameter	Value	Parameter	Value
Demand rate (D)	1500	Optimal order quantity (Q*)	2000
Setup/Ordering cost (S)	60	Maximum inventory level	2000
Holding cost (H) @ 30%		Average inventory	1000
		Orders per period/year	75
		Annual Setup cost	60
		Annual Holding cost	1800
		Unit costs (PC)	9000
		Total Cost	10860

	From	To	Price
1	1	999	10
2	1000	1999	8
3	2000	999999	6

Gambar 15.7 Pemecahan Price Break dengan *POM-for-Windows*

Hasil pemecahan dengan perangkat lunak *POM for Windows* dalam Gambar 15.7 memiliki kesamaan dengan hasil pemecahan secara manual bahwa $Q_{opt} = 2000$ unit. Biaya total sediaan adalah Rp10.860 dengan rincian biaya order/setup cost \$60, biaya penyimpanan \$1800, dan harga material \$9000.

Sama dengan pemecahan sebelumnya, baik dipecahkan secara manual maupun dengan menggunakan perangkat lunak *POM for Windows*, hasil adalah sama. Perbedaan hanya dijumpai dalam proses dan pada cara manual prosesnya memerlukan kesabaran dan ketelitian.



Gambar 15.8 Diagram Biaya Persediaan Price Break Model

Berhubung perangkat lunak *POM-for-Windows* tidak dapat diperoleh secara bebas maka ada baiknya mencari pemecahan dengan menggunakan lembar kerja Excel. Pemecahan melalui lembar kerja Excel dikemukakan dalam Gambar 15.8.

Proses dijelaskan yakni: persiapan sel yang akan dipakai untuk memasukkan *input*. Dalam contoh ialah sel G3:G7 dan untuk *quantity discount* sel F9:H10. Lihat lembar kerja yang sudah diberi warna kuning. Berikutnya, masukkan kalimat keterangan seperlunya.

Di sel C3 diketik: ANNUAL DEMAND, di sel G3 isi sesuai *demand*, untuk contoh ini 1500. Di sel C4 diketik: ORDERING COST dan di sel G4 diketik angka \$80. Di sel C5 diketik: UNIT HOLDING COST PER YEAR, disediakan dua pilihan, yaitu (1) dengan tarif tertentu, dan (2) dengan persentase tertentu. Dalam contoh dipilih yang kedua, dan di sel G7 ditulis 30%. Terkait dengan *quantity discount or price break* maka di sel D9 diketik: UNIT COST (HARGA SATUAN) dan di sel F9 diketik \$10, G9 diketik \$8 dan H9 diketik \$6 (sesuai harga yang ditawarkan pemasok). Di sel D10 diketik: MINIMUM DISCOUNT QUANTITY. Sehubungan dengan itu di sel F10 diketik 1, di sel G10 diketik 1000 dan di sel H10 diketik 2000. Di sel D11 diketik: ANNUAL UNIT HOLDING COST. Di sel F11 diketik tarif biaya unit penyimpanan dan diketik rumus: $=IF(\$G6="",\$G7*F9,\$G6)$. Rumus ini disalin ke sel G11:H11. Nilai yang diperoleh masing-masing: \$3, \$2,40 dan \$1,80. Hasil pemecahan dibuatkan

sel untuk *output*. Untuk keperluan ini maka di E13 di ketik Q dan di sel F13 ketik rumus: $=\text{SQRT}(2*\$G3*\$G4/F11)^*$. Rumus ini disalin ke sel G14:H14.

QUANTITY DISCOUNT (PRICE BREAK) MODEL				
INPUT	ANNUAL DEMAND		1,000	
	ORDERING COST		80	
	UNIT HOLDING COST PER YEAR			
	(1) in inventory per year			
	(2) as % of unit cost		30.00%	
DISCOUNT TABLE	UNIT COST	\$10.00	\$8.00	\$6.00
	MINIMUM DISCOUNT QUANTITY, Min	0	1,000	1,000
	ANNUAL UNIT HOLDING COST	\$5.00	\$1.44	\$1.80
OUTPUT	Q	282.84	316.23	365.76
	ADJUSTED ORDER QUANTITIES	282.84	1,000	1,000
	TOTAL COST	\$10,848.33	\$10,330.00	\$10,800.00
	MINIMUM TOTAL COST IS	\$10,330.00		
	OPTIMAL ORDER QUANTITY IS	282.84		
	CYCLE TIME IS	0.32 Weeks		

Gambar 15.9 Proses Pemecahan dengan Lembar Kerja Excel

Di sel E14 diketik: ADJUSTED ORDER QUANTITIES. Di sel F14 ketik rumus: $=\text{IF}(F13>F10,F13,F10)^*$ dan rumus ini disalin ke sel G14:H14. Di sel E15 diketik: TOTAL COST, yaitu TIC + harga sediaan dan di sel F15 diketik rumus: $=\$G3*\$G4/F14+0.5*F14*F11+\$G3*F9^*$. Rumus ini disalin ke sel G15:H15. Sesudah itu, dituliskan hasil pemecahan optimal. Di sel E17 diketik: MINIMUM TOTAL COST IS, di sel F17 diketik rumus: $=\text{MIN}(F15:H15)^*$. Di E18 diketik: OPTIMAL ORDER QUANTITY IS. Di sel F18 ditulis rumus: $=\text{OFFSET}(F18,-4,H17)^*$, dan di E19 diketik: CYCLE TIME IS dan F19 diketik rumus: $=52*F18/G3^*$ dan G19 diketik satuannya, yaitu Weeks.

d. Inventory Control With Shortage

Shortage (kekurangan sediaan) terjadi apabila pada suatu waktu tertentu, persediaan yang dipesan tidak dapat dipenuhi oleh pemasok pada saat sekarang dan akan dipenuhi pada waktu yang akan datang. Dapat juga terjadi, pesanan pelanggan tidak dapat dipenuhi saat sekarang karena sediaan tidak cukup dan kekurangannya akan dipenuhi pada waktu yang akan datang. Situasi demikian lazim pula disebut *back order*. *Back order* adalah permintaan yang tidak dapat dipenuhi pada saat sekarang, tetapi akan dipenuhi pada waktu yang akan datang.

Asumsi-asumsi yang digunakan dalam pembentukan model ini adalah sebagai berikut.

- 1) Jumlah permintaan (D) diketahui dan konstan
- 2) *Lead time* diketahui dan tetap tidak berubah
- 3) Biaya penyimpanan per unit (H) per satuan waktu dan biaya kekurangan persediaan per unit (C_s) per satuan waktu adalah konstan dan tidak berubah untuk pesanan yang berbeda kuantitas
- 4) Biaya pemesanan per order (C_o) adalah konstan dan tidak berbeda pada jumlah pesanan yang berbeda.
- 5) Harga pembelian produk adalah konstan dan tidak berubah dalam periode perencanaan, serta tidak ada diskon berdasarkan kuantitas.
- 6) Pengisian (*replenishment*) dilakukan ketika tingkat kekurangan mencapai tingkat kekurangan yang direncanakan dalam lot.
- 7) *Stock out* diizinkan dan biaya *back order* per unit diketahui dan konstan

$$I_s = \frac{I_{\min} + I_{\max}}{2} \times f_s$$

$$C_s = c_s \times I_s$$

$$C_o = c_o \times I_o$$

I_s = *average shortage inventory*

C_s = *Shortage cost*

c_s = *cost of being short 1 unit per unit time*

I_{\min} = *minimum shortage during cycle*

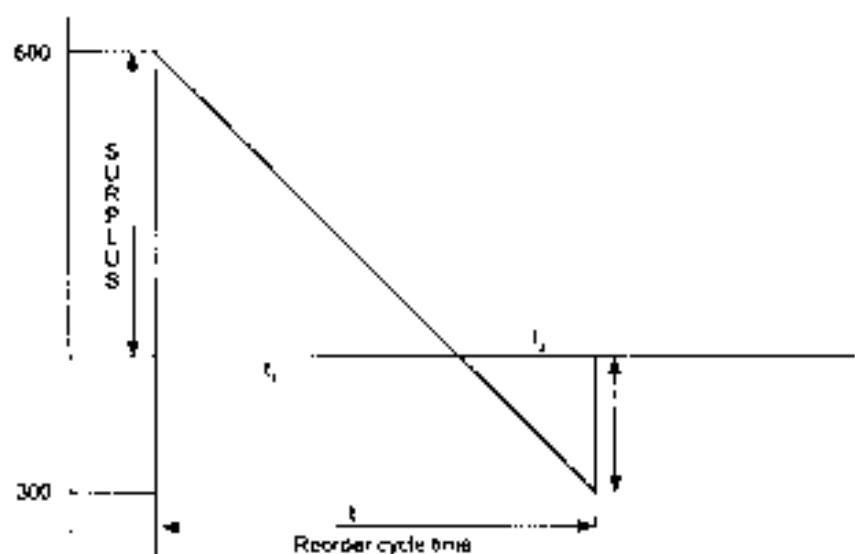
I_{\max} = *maximum shortage during cycle*

f_s = *percentage of cycle time shortages exist*

C_o = *Replenishment cost*

c_o = *cost per order or per setup*

I_o = *average number of orders or setup per unit time*



Gambar 15.10 Model EOQ Back Order

Contoh:

Sebuah perusahaan memiliki permintaan (D) per tahun 15.000 unit. Biaya pemesanan (S) Rp10.000. Harga bahan per unit (C) Rp6000 dan biaya penyimpanan (H) 20 persen terhadap harga unit. Perusahaan mempunyai toleransi atas risiko kekurangan sediaan (C_1) sebesar Rp40.000.

Ditanya:

- 1) Q^* (Optimal order size).
- 2) maximum stock level.
- 3) biaya-biaya yang terkait dengan sediaan tersebut

Pemecahan:

$$1) \text{ Optimal order size} = \sqrt{2DS \times \frac{C_1 + H}{C_1 \times H}} =$$

$$Q^* = \sqrt{2 \times 15.000 \times 10.000 \times \frac{40.000 + 1200}{40.000 \times 1200}}$$

$$= \sqrt{300.000.000 \times 0.000858333}$$

$$= 507.44 \text{ unit}$$

$$2) \text{ Maximum stock level } (I_{max}) = \frac{ScxQ^*}{H - Sc} = \frac{40.000 \times 507,44}{1200 - 40.000} = \frac{20.297.600}{41.200} = 492,66 \text{ unit}$$

$$3) \text{ Back order size} = Q^* - I_{max} = 507,44 - 492,66 = 14,78 \text{ unit}$$

$$4) \text{ Number of order per year} = D/Q^* = 15.000/507,44 = 29,56 \text{ kali atau dibulatkan menjadi 30 kali per tahun.}$$

$$5) \text{ Siklus waktu} = \text{hari setahun}/(D/Q^*) = 360/30 = 12 \text{ hari atau dalam minggu} = 52/(D/Q^*) = 52/29,56 = 1,76 \text{ minggu.}$$

$$6) OC = (D/Q^*) \times S = (15.000/507,4444797) \times Rp10.000 = Rp295.598,84$$

$$HC = 0,5 \times H \times \left[\frac{I_{max}}{Q^*} \right] = 0,5 \times Rp1200 \times 492,664639 \times 0,970874 = Rp286.989,17$$

$$\text{Shortage cost} = \frac{Scx(Q^* - I_{max})^2}{2xQ^*} = \frac{40.000(14,78)^2}{2x507,44} = Rp8.609,82$$

$$\text{Harga bahan} = D \times C = 15.000 \times Rp6.000 = Rp90.000.000$$

$$\text{Total cost} = DC + OC + HC + Sc = Rp90.591.197,83$$

Item	Description	Value
1	Inventory Control	90.000.000
2	Order Cost	295.598,84
3	Inventory Holding Cost	286.989,17
4	Shortage Cost	8.609,82
5	Total Cost	90.591.197,83

Gambar 15.11 Pemecahan dengan Memakai Lembar Kerja Excel

e. Inventory Control dengan Ruang Penyimpanan

Model pengendalian bahan dengan ruang penyimpanan yang terbatas menjadi penting, ketika perusahaan berniat mengadakan sediaan dalam

kuantitas yang relatif besar karena adanya *quantity discount*. Biasanya *quantity discount* ini merangsang untuk mengadakan bahan dalam jumlah besar, karena harga unit bahan yang bersangkutan lebih rendah sehingga lebih menguntungkan. Meskipun pembelian bahan dalam jumlah yang besar akan lebih menguntungkan, tetapi muncul pertanyaan apakah ruang penyimpanan cukup tersedia.

Pembelian dalam jumlah besar dapat saja tidak jadi dilakukan karena penyimpanan terbatas. Apabila pembelian bahan dalam jumlah besar tersebut harus diikuti dengan menyewa tambahan sarana penyimpanan (gudang), dapat terjadi sewa gudang akan menghilangkan stimulus keuntungan tersebut.

Contoh:

Sebuah perusahaan memiliki permintaan terhadap tiga jenis material, sebutlah A, B, dan C. Bahan A dibutuhkan 10.000 unit, B sebanyak 8000 unit, dan C sebanyak 3000 unit per tahun. Harga material A per unit Rp180, material B per unit Rp150, dan material C per unit Rp100. Material A per unit memerlukan ruang 0.3 m^2 , material B per unit memerlukan ruang 0.2 m^2 , dan material C per unit memerlukan ruang 0.15 m^2 . Biaya pemesanan Rp15.000. Biaya penyimpanan 30 persen terhadap harga. Ruangan penyimpanan yang dimiliki perusahaan hanya memiliki luas lantai (bersih) 600 m^2 .

Diminta: tentukan jumlah pesanan sesuai dengan ukuran ruangan penyimpanan.

Pemecahan:

Mula-mula dicari Q_{opt} dengan mengabaikan kendala ruangan, kemudian dicari rasio pemakaian ruangan penyimpanan per jenis material yang diadakan.

$$Q_A = \sqrt{\frac{2 \times 10.000 \times 15.000}{0.30 \times 180}} = \sqrt{\frac{300.000.000}{54}} = \sqrt{5.555.555.555,56} = 2357,022604 \text{ unit}$$

$$Q_B = \sqrt{\frac{2 \times 8000 \times 15.000}{0.30 \times 150}} = \sqrt{\frac{240.000.000}{45}} = \sqrt{5.333.333.333,33} = 2309,401076 \text{ unit}$$

$$Q_C = \sqrt{\frac{2 \times 3000 \times 15.000}{0.30 \times 100}} = \sqrt{\frac{90.000.000}{30}} = \sqrt{3.000.000} = 1732,050808 \text{ unit}$$

Ruang penyimpanan yang dibutuhkan berikut ini.

$$\text{Bahan}_A = 0.5(2357.022604)(0.3 \text{ m}^2) = 353.5533906 \text{ m}^2$$

$$\text{Bahan}_B = 0.5(2309.401076)(0.2 \text{ m}^2) = 230.9401076 \text{ m}^2$$

$$\text{Bahan}_C = 0.5(1732.050808)(0.15 \text{ m}^2) = 129.9038106 \text{ m}^2 +$$

$$\text{Jumlah ruang yang dibutuhkan} = 714.3973088 \text{ m}^2 > 600 \text{ m}^2$$

$$\text{Rasio ruang bahan-A} = 353.5533906/714.3973088 = 0.4949$$

$$\text{Rasio ruang bahan-B} = 230.9401076/714.3973088 = 0.3233$$

$$\text{Rasio ruang bahan-C} = 129.9038106/714.3973088 = 0.1818$$

Untuk mencapai *ruang constraint* maka pemakaian ruang tiap bahan adalah berikut ini.

$$\text{Ruang bahan-A} = 0.4949 \times 600 \text{ m}^2 = 296.94 \text{ m}^2 \text{ sehingga } Q_A = 296.94/(0.5 \times 0.3) = 1979.6 \text{ unit.}$$

$$\text{Ruang bahan-B} = 0.3233 \times 600 \text{ m}^2 = 193.98 \text{ m}^2 \text{ sehingga } Q_B = 193.98/(0.5 \times 0.2) = 1939.8 \text{ unit.}$$

$$\text{Ruang bahan-C} = 0.1818 \times 600 \text{ m}^2 = 109.08 \text{ m}^2 \text{ sehingga } Q_C = 109.08/(0.5 \times 0.15) = 1454.4 \text{ unit.}$$

Untuk mencari *demand* setiap sediaan, digunakan pendekatan rumus EOQ.

$$Q = \sqrt{\frac{2DS}{H}} \text{ sehingga } Q^2 = \frac{2DS}{H} \text{ dan } D = \frac{Q^2 H}{2S}$$

$$D_A = [(1979.6)^2 \times (30\% \times 180)] / (2 \times 15.000) \\ = 211.616.072.64 / 30.000 = 7053.87 \text{ unit}$$

$$D_B = [(1939.8)^2 \times (30\% \times 150)] / (2 \times 15.000) \\ = 169.327.081.8 / 30.000 = 5644.236 \text{ unit}$$

$$D_C = [(1454.4)^2 \times (30\% \times 100)] / (2 \times 15.000) \\ = 63.458.380.8 / 30.000 = 2115.279 \text{ unit}$$

$$\text{TIC}_A = [(10.000 \times 15.000) / 1979.6] + [0.5 \times 1979.6 \times 0.3 \times 180] \\ = \text{Rp}75.772.88 + \text{Rp}53.449.20 = \text{Rp}129.222.08$$

$$\text{TIC}_B = [(8000 \times 15.000) / 1939.8] + [0.5 \times 1939.8 \times 0.3 \times 150] \\ = \text{Rp}61.862.05 + \text{Rp}43.645.50 = \text{Rp}105.507.55$$

$$\text{TIC}_C = [(3000 \times 15.000) / 1454.4] + [0.5 \times 1454.4 \times 0.3 \times 100] \\ = \text{Rp}30.940.59 + \text{Rp}21.816.00 = \text{Rp}52.756.59$$

$$\text{Total TIC} = \text{Rp}287.486.22$$

Pemecahan atas permasalahan dalam contoh di atas dapat pula diselesaikan dengan menggunakan lembar kerja Excel. Prosesnya dijelaskan sebagai berikut.

- 1) Aktifkan lembar kerja Excel.
- 2) Tetapkan sel untuk *input* atau masukan analisis.
- 3) Buat deskripsi (keterangan) untuk semua elemen analisis.
- 4) Masukkan *input* analisis secara bersesuaian.
- 5) Tulis rumus sesuai petunjuk.
- 6) Periksa hasil analisis.

Pada awalnya menentukan sel *input*. Dalam contoh ini ialah sel G3:G4, D7:F9, H17 dan sel E21. Kemudian diketik deskripsi setiap *input*, yaitu: pada sel C3 diketik: *setup cost* (Rp) dan di sel G3 diketik nilainya, untuk contoh ini 15.000. Di sel C4 ditulis: *holding cost (as percent of unit cost)* dan di sel G4 diketik 30%. Di sel C6 diketik MATERIAL, di sel D6 diketik DEMAND, di sel E6 diketik UNIT COST, di sel F6 diketik RUANG per UNIT, di sel G6 diketik EOQ/Q*, di H6 diketik AVERAGE RUANG, di sel I6 ditulis VARIABLE COST (TIC). Di sel C7 diketik A, di sel C8 diketik B dan di sel C9 diketik C (sesuai nama material atau produk).

AN INVENTORY MODEL WITH STORAGE SPACE CONSTRAINTS

SETUP COST: \$1,000.00
 HOLDING COST (as % of unit cost): 30%

Product	Demand	Unit Cost	Space (per unit)	EOQ/Q*	Average space	Variable Cost
A	10,000	\$10.00	0.2	2,237.037	719.0	\$11,711.90
B	8,000	\$11.00	0.2	2,095.901	699.0	\$10,790.30
C	5,000	\$10.00	0.25	1,732.051	423.0	\$5,236.25
TOTAL					1,841.0	\$27,738.45

Product	Demand	Unit Cost	Space (per unit)	EOQ/Q*	Average space	Variable Cost
A	1,000	\$10.00	0.2	2,237.037	719.0	\$11,711.90
B	1,000	\$11.00	0.2	2,095.901	699.0	\$10,790.30
C	1,111	\$10.00	0.25	1,732.051	423.0	\$5,236.25
TOTAL					1,641.0	\$27,738.45

MAX STORAGE INCREASE IN VARIABLE COST = 1.00

Storage factor = 6,700 (initially, and Storage factor = 5)

Gambar 15.12 Pemecahan dengan Memakai Lembar Kerja Excel

Di sel D7 dimasukkan jumlah *demand* atas material A, yaitu 10.000 unit. Di sel D8, jumlah *demand* atas B, yaitu 8000 unit dan di sel D9 jumlah *demand*

atas C, yaitu 3000 unit. Di sel E7 ditulis harga unit dari A, yaitu Rp180, di E8 ditulis harga unit B, yaitu Rp150 dan di sel E9 ditulis harga unit C, yaitu Rp100. Di sel F7 ditulis ukuran ruangan yang dipakai A per unit, yaitu 0.3 m^2 , di F8 ditulis ukuran ruangan yang dipakai B per unit, yaitu 0.2 m^2 , dan di sel F9 ditulis ukuran ruangan yang dipakai C per unit, yaitu 0.15 m^2 . Di sel H17 ditulis ukuran ruang penyimpanan yang tersedia, yaitu 600 m^2 . Di sel E21 ditulis koefisien penyelarasan untuk menyeimbangkan ruang penyimpanan dari ketiga jenis material hingga mencapai 600 m^2 .

Setelah semua nilai *input* program dimasukkan maka tahap berikutnya ialah memasukkan rumus perhitungan secara bersesuaian. Di sel G7 dituliskan rumus: $=\text{SQRT}(2*D7*G\$3/(G\$4*E7))$ untuk mendapatkan Q_{opt} dari sediaan A. Di sel G8 ditulis rumus: $=\text{SQRT}(2*D8*G\$3/(G\$4*E8))$ untuk mendapatkan Q_{opt} dari sediaan B. Di sel G9 ditulis rumus untuk mendapatkan Q_{opt} dari sediaan B, yaitu: $=\text{SQRT}(2*D9*G\$3/(G\$4*E9))$. Di sel H7 ditulis rumus $=0.5*F7*G7$ untuk mendapatkan nilai ruangan sediaan A. Di H8 ditulis rumus: $=0.5*F8*G8$ untuk mendapatkan nilai ruangan sediaan B. Di sel H9 ditulis rumus: $=0.5*F9*G9$ untuk mendapatkan nilai ruangan sediaan C. Di sel H10 ditulis rumus: $=\text{SUM}(H7:H9)$ untuk mendapatkan nilai ruangan sediaan untuk A, B, dan C. Di sel I7 ditulis rumus untuk mendapatkan nilai TIC dari material A: $=D7*G\$3/G7+0.5*G7*E7*G\4 . Di sel I8 ditulis rumus untuk mendapatkan nilai TIC dari B, yaitu: $=D8*G\$3/G8+0.5*G8*E8*G\4 . Di sel I9 ditulis rumus: $=D9*G\$3/G9+0.5*G9*E9*G\4 untuk mendapatkan nilai TIC dari C. Di sel I10 ditulis rumus: $=\text{SUM}(I7:I9)$ untuk mendapatkan nilai total dari TIC persediaan.

Di sel E21 ditulis koefisien penyelarasan agar jumlah luas ruang penyimpanan menjadi 600 m^2 dari sebelumnya 714.3973 m^2 . Mula-mula ditulis 0.9 dan pada akhirnya koefisien diperoleh 0.7054 dan ukuran ruangan menjadi 600.01 m^2 . Sehubungan dengan itu, di sel D14 ditulis rumus: $=D7*E21$, di sel D15 ditulis rumus: $=D8*E21$ dan di sel D16 ditulis rumus: $=D9*E21$. *Unit cost* dan ruang per unit untuk sel E14:F16 disalin dari E7:F9.

Di sel G14 ditulis rumus: $=\text{SQRT}(2*D14*G\$3/(G\$4*E14))$ untuk mendapatkan nilai Q_{opt} dari sediaan A. Di sel G15 ditulis rumus untuk mendapatkan Q_{opt} sediaan B, yaitu: $=\text{SQRT}(2*D15*G\$3/(G\$4*E15))$. Di sel G16 ditulis rumus: $=\text{SQRT}(2*D16*G\$3/(G\$4*E16))$ untuk mendapatkan nilai Q_{opt} sediaan C. Di sel H14 ditulis rumus: $=0.5*F14*G14$ untuk mendapatkan ruang penyimpanan

material A. Di H15 ditulis rumus: " $=0.5 * F15 * G15$ " untuk mendapatkan ruang penyimpanan material B. Di H16 ditulis rumus untuk mendapatkan ruang penyimpanan material C, yaitu: " $=0.5 * F16 * G16$ ". Di sel H21 ditulis rumus: " $=SUM(H14:H16)$ ", untuk mendapatkan ruang penyimpanan total dari material. Nilai H21 merupakan alat kontrol, apakah ruang penyimpanan material tidak melebihi 600 m^2 . Koefisien penyetaraan pada sel E21 diubah sampai nilai pada H21 = 600 m^2 .

Di sel I14 ditulis rumus: " $=D7 * G\$3 / G14 + 0.5 * G14 * E14 * G\4 " untuk mendapatkan nilai TIC material A yang optimal. Di sel I15 ditulis rumus yang sama, yaitu: " $=D8 * G\$3 / G15 + 0.5 * G15 * E15 * G\4 " untuk mendapatkan nilai TIC material B yang optimal. Di sel I16 ditulis rumus untuk mendapatkan nilai TIC material C yang optimal, yaitu: " $=D9 * G\$3 / G16 + 0.5 * G16 * E16 * G\4 ". Di sel I17 ditulis rumus: " $=SUM(I14:I16)$ " untuk mendapatkan nilai total TIC dari Q_{opt} .

Memperhatikan hasil yang diperoleh dari pemecahan secara manual dan menggunakan lembar kerja Excel, pada dasarnya hasil itu sama. Perbedaan muncul karena pada lembar kerja Excel perhitungannya lebih teliti sampai beberapa desimal. Sedangkan pada cara manual, hanya terbatas sampai 3 atau 5 desimal.

f. Probabilistic Inventory Control with Discrete Demand

Model persediaan ini cocok diterapkan pada usaha industri yang menghasilkan produk yang memiliki masa laris karena modelnya dipandang baru dan sesuai tuntutan zaman. Sebaliknya, jika produk perusahaan ditanggapi oleh pasar sebagai produk yang ketinggalan mode maka pasar menjadi lesu. Produk ditinggalkan oleh pelanggan karena dianggap sudah usang. Jika produk tersebut laris maka akan menghasilkan laba (*Marginal Profit, MP*) sebesar harga jual dikurangi biaya produksinya. Akan tetapi, apabila produk tersebut ketinggalan mode, terpaksa dijual obral dengan menanggung kerugian (*Marginal Loss, ML*), yaitu sebesar selisih antara biaya produksi dengan harga jual obralnya.

$$P \geq \frac{ML}{ML + MP}$$

Persediaan optimal ialah persediaan yang memiliki *probability* terjual yang sama atau lebih besar dari rasio ML dengan jumlah ML dan MP.

Contoh:

Misalnya, pada usaha konveksi yang membuat aneka macam celana, antara lain tipe trendi. Tipe trendi ini diproduksi dengan biaya rata-rata Rp150.000 per lembar dan dijual dengan harga rata-rata Rp250.000 per lembar. Jika produk itu ketinggalan mode maka produk itu dijual obral dengan harga Rp90.000 per lembar. Data penjualan harian menurut hasil obeservasi selama 100 hari disajikan dalam Tabel 15.2. Tentukanlah jumlah produksi yang sebaiknya per hari agar profit yang diperoleh maksimum.

Tabel 15.2 Data Penjualan Harian Selama Periode Observasi

Unit yang Dijual per Hari	Frekuensi Pengamatan (p)	Probabilitas Kumulatif	Kemungkinan Terjual
30	0.10	1.00	1 – 30
31	0.15	0.90	31
32	0.10	0.75	32
33	0.20	0.65	33
34	0.25	0.45	34
35	0.15	0.20	35
36	0.05	0.05	36
37	0.00	0.00	37 atau lebih

Pemecahan:

MP = Rp250.000 – Rp150.000 = Rp100.000 dan ML = Rp150.000 – Rp90.000 = Rp60.000.

$$P \geq \frac{ML}{ML + MP}$$

ML = *marginal loss*, biaya produksi dikurang harga jual obral

MP = *marginal profit*, selisih antara harga jual dengan biaya produksi

P = probabilita

ML = Rp150.000 – Rp90.000 = Rp60.000

MP = Rp250.000 – Rp150.000 = Rp100.000

$$P \geq \frac{60.000}{100.000 + 60.000} = 0.375$$

Memerhatikan nilai probabilitas kumulatif dalam Tabel 15.3 maka nilai 0.375 akan terdapat di antara 0.45 dan 0.20, dan dalam hal ini P yang memenuhi syarat ialah yang sama atau lebih besar dari 0.375, yaitu 0.45.

Sediaan optimum adalah 34 unit. Perhitungan *marginal profit* disajikan dalam Tabel 15.3.

Tabel 15.3 Perhitungan *Marginal Profit* dari Rencana Persediaan

Unit Permintaan	Probabilitas (p)	Probabilitas Menjual	MP P(250-150)	ML (1-P)(150-90)	MP-ML
30	0.10	1.00	100.000	0	100.000
31	0.15	0.90	90.000	6.000	84.000
32	0.10	0.75	75.000	15.000	60.000
33	0.20	0.65	65.000	21.000	44.000
34	0.25	0.45	45.000	33.000	12.000
35	0.15	0.20	20.000	48.000	(28.000)
36	0.05	0.05	5.000	57.000	(52.000)
37	0.00	0.00	0.0	0.00	0.00

Nilai yang optimum dicapai pada baris sebelum selisih antara MP dan ML menjadi negatif. Dalam hal ini ialah pada nilai Rp12.000, segaris dengan 34 unit. Dengan demikian, sediaan yang optimal ialah 34 unit.

Cara lain yang dapat dipakai ialah memakai persamaan berikut.

$$\begin{aligned} \text{Margin netto} &= P(\text{MP}) - (1 - P)(\text{ML}) \\ &= 0.45(100.000) - (0.55)(60.000) \\ &= 45.000 - 33.000 = 12.000 \end{aligned}$$

Penyelesaian kasus di atas dapat pula dengan memakai matriks analisis seperti tersebut dalam Tabel 15.4.

Tabel 15.4 Perhitungan Margin untuk Menentukan Sediaan

Sediaan yang Dipelihara	Permintaan Aktual (Unit)								Margin
	30	31	32	33	34	35	36	37	
	Probabilita Permintaan Aktual								
	0.10	0.15	0.10	0.20	0.25	0.15	0.05	0.00	
30	0	100.000	200.000	300.000	400.000	500.000	600.000	0.00	300.000
31	60.000	0	100.000	200.000	300.000	400.000	500.000	0.00	216.000
32	120.000	60.000	0	100.000	200.000	300.000	400.000	0.00	156.000
33	180.000	120.000	60.000	0	100.000	200.000	300.000	0.00	112.000
34	240.000	180.000	120.000	60.000	0	100.000	200.000	0.00	100.000
35	300.000	240.000	180.000	120.000	60.000	0	100.000	0.00	128.000
36	360.000	300.000	240.000	180.000	120.000	60.000	0	0.00	180.000
37	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0	0.00

Nilai optimum ditunjukkan oleh margin = 0 atau positif terkecil, dalam hal ini ialah Rp100.000. Nilai ini segaris dengan angka sediaan sebesar 34 unit. Jadi sediaan optimum adalah 34 unit.

Pengisian matriks dilakukan secara baris demi baris. Kurangkan nilai permintaan aktual pada kepala tabel dengan elemen pada kolom pertama menurut barisnya. Dalam hal ini, secara berturut-turut mulai baris pertama adalah sebagai berikut.

$$(30 - 30)(Rp250.000 - Rp150.000) = 0$$

$$(31 - 30)(Rp250.000 - Rp150.000) = Rp100.000$$

$$(32 - 30)(Rp250.000 - Rp150.000) = Rp200.000$$

$$(33 - 30)(Rp250.000 - Rp150.000) = Rp300.000$$

$$(34 - 30)(Rp250.000 - Rp150.000) = Rp400.000$$

$$(35 - 30)(Rp250.000 - Rp150.000) = Rp500.000$$

$$(36 - 30)(Rp250.000 - Rp150.000) = Rp600.000$$

Baris kedua bergeser ke angka 31:

$$(31 - 31)(Rp250.000 - Rp150.000) = 0$$

$$(32 - 31)(Rp250.000 - Rp150.000) = Rp100.000$$

$$(33 - 31)(Rp250.000 - Rp150.000) = Rp200.000$$

$$(34 - 31)(Rp250.000 - Rp150.000) = Rp300.000$$

$$(35 - 31)(Rp250.000 - Rp150.000) = Rp400.000$$

$$(36 - 31)(Rp250.000 - Rp150.000) = Rp500.000, \text{ dan seterusnya.}$$

Semua nilai di atas diagonal 0 adalah angka-angka *marginal profit*. Sebaliknya, semua angka di bawah diagonal 0 adalah angka-angka *marginal loss*.

Pengisian kolom I di bawah diagonal 0 dilakukan sebagai berikut.

$$(31 - 30)(Rp150.000 - Rp90.000) = Rp60.000$$

$$(32 - 30)(Rp150.000 - Rp90.000) = Rp120.000$$

$$(33 - 30)(Rp150.000 - Rp90.000) = Rp180.000$$

$$(34 - 30)(Rp150.000 - Rp90.000) = Rp240.000$$

$$(35 - 30)(Rp150.000 - Rp90.000) = Rp300.000$$

$$(36 - 30)(Rp150.000 - Rp90.000) = Rp360.000$$

Demikian seterusnya pada Kolom II, III sampai yang terakhir.
Nilai pengharapan laba dihitung menurut baris sebagai berikut.

Baris ke-1:

$$0.10(0) + 0.15(100.000) + 0.10(200.000) + 0.20(300.000) + 0.25(400.000) + 0.15(500.000) + 0.05(600.000) = \text{Rp}300.000$$

Baris ke-2:

$$0.10(60.000) + 0.15(0) + 0.10(100.000) + 0.20(200.000) + 0.25(300.000) + 0.15(400.000) + 0.05(500.000) = \text{Rp}204.000$$

Baris ke-3:

$$0.10(120.000) + 0.15(60.000) + 0.10(0) + 0.20(100.000) + 0.25(200.000) + 0.15(300.000) + 0.05(400.000) = \text{Rp}114.000$$

demikian seterusnya pada baris berikutnya.

Berikut akan disajikan pemecahan dengan memakai lembar kerja Excel. Pemecahan dimaksud disajikan dalam Tabel 15.12. Sel untuk pemasukan data *input* ialah sel E3:E5 dan C10:D17. Deskripsi *input* diketik pada sel yang relevan. Di sel D3 diketik: UNIT COST, C; di sel D4 diketik: SELLING PRICE, S; di D5 diketik: SCRAP VALUE, V. Di sel E3 diketik nilai 150.000, di sel E4 diketik nilai 250.000 dan di E5 diketik nilai 90.000.

Di sel C10 ditulis data penjualan sesuai buku penjualan, yaitu 30, di sel C11 diketik 31, di sel C12 diketik 32, di sel C13 diketik 33, di sel C14 diketik 34, di sel C15 diketik 35, di sel C16 diketik 36, dan di sel C17 diketik 37. Sesuai data selama 100 hari pengamatan, penjualan sebanyak 30 unit terjadi 10 hari, penjualan 31 unit terjadi dalam 15 hari, penjualan 32 unit terjadi dalam 10 hari, penjualan 33 unit terjadi dalam 20 hari, penjualan 34 unit terjadi dalam 25 hari, penjualan 35 unit terjadi dalam 15 hari, penjualan 36 unit terjadi dalam 5 hari dan penjualan 37 unit tidak pernah terjadi. Probabilitas diperoleh dengan membagi hari transaksi dengan 100. Hasilnya ditulis pada sel D10:D17. Di sel D10 diketik: 0.10, di sel D11 diketik: 0.15, sel D12 diketik: 0.10, di sel D13 diketik: 0.20, di sel D14 diketik: 0.25, di sel D15 diketik: 0.15, di sel D16 diketik: 0.05 dan di sel D17 diketik: 0.

Di sel E10 diketik angka 1, di sel E11 diketik rumus: "=E10-D10", dan hasilnya disalin ke sel E12:E17. Untuk mendapatkan estimasi penjualan, di sel F10 diketik rumus: "=SUMPRODUCT(C\$10:C10,D\$10:D10)+C10*E11". Hasilnya disalin ke sel F11:F17.

A PROBABILISTIC MODEL WITH DISCRETE DEMAND

INPUT UNIT COST, C = 150,000
 SELLING PRICE, S = 200,000
 SCRAP VALUE, V = 50,000

DEMAND, D	PROBABILITY		EXPECTED	
	INDIVIDUAL, P1	TOTAL, CUMUL	SALES	PROFIT, \$K
1	0.03	0.03	30.00	3,300,000.00
2	0.25	0.28	30.50	3,384,000.00
3	0.20	0.48	31.00	3,240,000.00
4	0.20	0.68	31.50	3,180,000.00
5	0.25	0.93	32.00	3,200,000.00
6	0.15	1.08	32.50	3,172,000.00
7	0.05	1.13	33.00	3,120,000.00
8	0.00	1.13	33.00	3,096,000.00

OPTIMAL DEMAND = 34
 MAXIMUM PROFIT = 3,200,000

Gambar 15.13 Pemecahan Discrete Demand dengan Lembar Kerja Excel

Estimasi profit dicari dengan cara mengetik rumus pada sel G10; " $=E\$4*F10-E\$3*C10+E\$5*(C10-F10)$ ". Hasilnya disalin ke sel G11:G17. Di sel I18 diketik rumus: " $=MATCH(J16,G10:G17,0)$ ". Di sel J15 diketik rumus: " $=OFFSET(C9,I18,0)$ ". Deskripsinya diketik di sel H15: OPTIMAL DEMAND, dan di sel H16 diketik: MAXIMUM PROFIT, dan sel J16 diketik rumus: " $=MAX(G10:G17)$ ".

Lembar kerja yang telah dibuat menyajikan hasil:

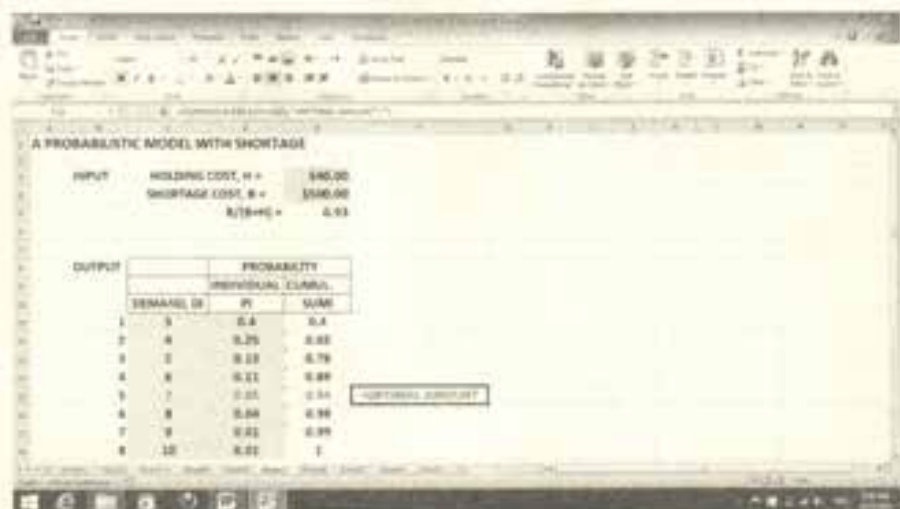
- 1) *Optimal demand* = 34 unit.
- 2) Laba maksimum = Rp3.200.000,00.

Hasil *optimal demand* yang diperoleh sama dengan yang diperoleh dengan memakai cara manual. Perbedaan yang dijumpai bahwa pada cara manual dipakai pendekatan *marginal income* untuk mendapatkan *optimal demand*. Sedangkan pada penggunaan lembar kerja Excel memakai pendekatan *expected profit*.

g. Probabilistic Model with Shortage

Model ini memiliki proses pemecahan mirip dengan *probabilistic inventory control with discrete demand*. Kesamaan dijumpai pada cara mendapatkan nilai optimum persediaan, yaitu pendekatan probabilitas. Pada metode *probabilistic inventory control with discrete demand*, probabilitas dihitung dari rasio ML dan MP. Pada *probabilistic model with shortage*, probabilitas dihitung

dari rasio *shortage cost* dan *holding cost*. Pemecahan akan dilakukan dengan memakai lembar kerja Excel seperti yang disajikan dalam Gambar 15.14.



Gambar 15.14 Pemecahan *Shortage Model* dengan Lembar Kerja Excel

Sel *input* adalah E3:E4 dan sel C11:D18. Sel E3 dan E4 digunakan untuk menuliskan nilai *holding cost*, *H* dan *shortage cost*, *B*. Di sel C3 ditulis deskripsi *input: holding cost, H*, dan di sel C4 ditulis: *shortage cost*. Di sel C5 ditulis: Rasio $B/(B + H)$ dan di sel E5 ditulis rumus: $=E4/(E4+E3)$. Rasio yang dihasilkan akan menjadi landasan untuk menetapkan sediaan yang optimal.

$P \geq \frac{B}{B+H}$; sediaan optimal ialah yang probabilitasnya sama atau lebih besar dari rasio $B/(B+H)$.

Di sel C11:C18 ditulis penjualan harian, yaitu 3 unit, 4 unit, 5, unit, 6 unit, 7 unit, 8 unit, 9 unit, dan 10 unit. Di sel D11:D18 dituliskan nilai probabilitas kejadian, masing-masing: 0.40; 0.25; 0.13; 0.11; 0.05; 0.04; 0.01 dan 0.01. Berdasarkan nilai probabilitas ini, kemudian dicari nilai probabilitas kumulatif. Untuk itu di sel E11 ditulis rumus: $=SUM(D\$11:D11)$. Hasilnya disalin ke sel E12:E18. Hasilnya dapat dilihat sel E11:E18 pada Gambar 15.13.

Untuk contoh ini $P \geq \frac{500}{500+40} \geq 0.93$ (dibulatkan sampai dua desimal).

Persediaan optimal ditunjukkan oleh posisi probabilitas, $P \geq 0.93$ terletak antara 0.89 – 0.94, serta yang memenuhi ialah 0.94 dan nilai *demand* atau produksi/penjualan yang sebaris dengan 0.94 adalah 7 unit. Oleh karena itu, sediaan optimal ialah 7 unit.

h. Inventory Control with Variable Demand: Fixed Lead Time

Model ini berkebalikan dengan model EOQ. Pada model EOQ, jumlah pesanan adalah tetap sama, yaitu sebesar Q_{opt} tetapi waktu pemesanan tidak tetap. Pada model probabilistik ini jumlah pesanan berubah-ubah, tetapi waktu pemesanan tetap sama periodenya.

Beberapa rumus terkait adalah sebagai berikut.

$$Q = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$$

$$\sigma_L = \sigma \sqrt{L}$$

$$\text{Safety stock (B)} = Z\sigma_L$$

$$\text{Reorder point} = L + Z\sigma_L$$

$$\text{TIC} = (Q/2)H + (D/Q)S + H(B)$$

Contoh:

Misalnya, permintaan rata-rata untuk makanan burung adalah 20 unit per minggu dengan standar deviasi dari 5 unit. Biaya order Rp12.500, harga sediaan Rp3650 per unit dan persentase biaya penyimpanan 20 persen. *Lead time* konstan pada 2 minggu. Tentukan persediaan pengaman (B) dan titik pemesanan kembali (R) kepastian melayani pelanggan 95 persen. Berapa biaya total dari Q? ($t = 1$ minggu; $d = 20$ unit per minggu; $L = 2$ minggu).

Pemecahan:

$$D = 365 \text{ hari} \times 20 \text{ unit} = 7300 \text{ unit. } H = 20\% \times \text{Rp}3650 = \text{Rp}730.$$

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times 7300 \times 12.500}{730}} = \sqrt{\frac{182.500.000}{730}} = \sqrt{250.000} = 500 \text{ unit}$$

$$\sigma_L = 5\sqrt{2} = 7,0711$$

$$B = 1,96 \times 7,0711 = 13,859356 \text{ dibulatkan } 14 \text{ unit.}$$

$$R = 20(2) + 14 = 54 \text{ unit}$$

$$\begin{aligned} \text{TIC} &= (500/2) \times \text{Rp}730 + (7.300/500) \times \text{Rp}12.500 + 14(\text{Rp}730) \\ &= \text{Rp}182.500 + \text{Rp}182.500 + \text{Rp}10.220 \\ &= \text{Rp}375.220 \end{aligned}$$

Seperi pada contoh sebelumnya, pemecahannya akan dilakukan dengan memakai Lembar Kerja Excel. Pemecahannya disajikan dalam Gambar 15.15.

A SERVICE LEVEL MODEL WITH VARIABLE DEMAND, FIXED LEAD TIME

INPUT		Demand is normally distributed	
Time (day, week, month, year)	Day	Total demand	7300
Ordering/setup cost	12,500	Mean μ	20
Unit cost	3,650	Standard deviation σ	9
Holding Cost (two options):		Service level %, SL	95%
(i) in monetary unit	Day	Lead time, Lt	2 Day
(ii) as % of unit cost			
Unit holding cost per	Day		
	20%		
	730		
OUTPUT			
Reorder level/order, R	34	holding cost of safety stock	26,320.00
Order quantity, Q	365	holding cost of normal stock	182,000.00
Safety stock	14	Ordering/setup cost	105,000.00
		Total cost per week	313,320.00

Gambar 15.15 Pemecahan Demand yang Bervariasi dengan Lead Time yang Konstan

Proses pemecahannya sebagai berikut.

Mula-mula sel tempat penulisan *input* dari kasus yang akan dipecahkan. Dalam contoh ini, ialah E4:E9, G10, dan J4:J8. Di sel C4 ditulis satuan waktu yang digunakan, yaitu: Day, Week, Month, Year. Untuk contoh ini dipakai satuan waktu: *day*, ditulis di sel E4. Di sel D8 dan D10 diketik rumus: "=E4". Di sel C5 ditulis deskripsi: ORDERING/SETUP COST, di sel C6 ditulis deskripsi: UNIT COST, di sel C7 ditulis deskripsi: HOLDING COST (two options): di sel C8 ditulis: (i) in monetary unit, dan di sel C9 ditulis: (ii) as % of unit cost. Di C10 ditulis deskripsi: UNIT HOLDING COST PER. Selanjutnya, di sel E5 ditulis besaran biaya pesanan, yaitu 12.500. Di sel E6 ditulis harga satuan sediaan, yaitu: 3650. Di sel E9 ditulis nilai biaya penyimpanan dalam persenterhadap harga, yaitu 20%. Di sel E10 diketik rumus: "=E9*E6" untuk mendapatkan nilai biaya penyimpanan per unit. Di sel G10 ditulis rumus nilai waktu: "=IF(E4="day",365,IF(E4="week",52,IF(E4="month",12,1)))". Dalam hal ini, jumlah hari dalam satu tahun.

Di sel H4 ditulis deskripsi: TOTAL DEMAND. Di H5 ditulis deskripsi: MEAN, yaitu rata-rata permintaan per hari, di sel H6 ditulis deskripsi: STANDARD DEVIATION, di sel H7 ditulis; SERVICE LEVEL %, SL. Di sel H8 ditulis deskripsi: LEAD TIME, Lt.

Di sel J4 diketik *demand input*: 7300, di sel J5 diketik pemakaian rata-rata per hari dan diketik rumus: "=J4/G10", di sel J6 diketik nilai standar deviasi

permintaan harian: 5 unit, di sel J7 diketik *service level*, yaitu: 95%. Di sel J8 diketik nilai *lead time*, yaitu 2 hari.

Berikutnya, mengisi informasi *output* pemecahan. Di sel C13 diketik: REORDER LEVEL/POINT, R. Di sel C14 diketik: ORDER QUANTITY, dan di sel C15 diketik: SAFETY STOCK. Di sel D13 diketik rumus: " $=J5*J8 +D15$ ", di sel D14 diketik rumus: " $=SQRT(2*J4*E5/E10)$ ", dan di sel D15 diketik rumus: " $=ROUNDUP(1.96*J6*SQRT(J8),0)$ ".

Di sel G13 diketik deskripsi: HOLDING COST OF SAFETY STOCK, di sel G14 diketik deskripsi: HOLDING COST OF NORMAL STOCK, di sel G15 diketik deskripsi: ORDERING/SETUP COST, dan di sel G16 diketik deskripsi: TOTAL INCREMENTAL COST, TIC. Di sel J13 diketik rumus: " $=D15*E10$ ", di sel J14 diketik rumus: " $=D14*E10/2$ ", di sel J15 diketik rumus: " $=(J4/D14)*E5$ ", di sel J16 diketik rumus: " $=SUM(J13:J15)$ ".

Output pemecahan menyajikan hasil yang sama dengan pemecahan secara manual. Bagaimana pun juga, pemecahan secara manual membutuhkan ketelitian dan kesabaran. Sedangkan pemecahan dengan lembar kerja Excel akan memberikan nilai yang lebih cepat dan cermat.

i. Inventory Control with Fixed Demand: Variable Lead Time

Model ini mirip dengan model sebelumnya. Pada model sebelumnya, *lead-time* tetap sedang jumlah *order* tidak tetap. Untuk model ini, jumlah *order* tetap sama, sedang *lead-time* yang tidak tetap. Dalam usaha memecahkan permasalahan demikian, berikut ini dikemukakan contoh yang sesuai.

Contoh:

Hotel XYZ adalah hotel yang terkenal di kota A dan memiliki 500 buah kamar. Manajer perlu menjaga agar semua yang berhubungan dengan *item* layanan di semua kamar termasuk sabun mandi beraroma pinus terpenuhi dengan baik. Permintaan sabun mandi per hari 275 buah dengan standar deviasi 30. Biaya pemesanan \$10 dan biaya penyimpanan per unit \$0.30 per tahun. *Lead time* dari pembekal 5 hari dengan standar deviasi 1 hari. Hotel dibuka 365 hari per tahun.

Hitung Q_{opt} untuk sabun mandi tersebut, *reorder point*, R, jika manajer ingin menjaga level servis 99 persen. Sekaligus, nyatakan pula TIC persediaan sabun tersebut.

Pemecahan:

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2DS}{H}} \text{ safety stock} = Z\sigma_{dLT} \text{ dan } Z_{99\%} = 2.33$$

$$\sigma_{dLT} = \sqrt{L\sigma_d^2 + d^2\sigma_{LT}^2} \quad R = \bar{d}L + \text{safety stock}$$

$$TIC = \frac{Q}{2}(H) + \frac{D}{Q}(S) + \text{safety stock}(H)$$

$$D = 365 \times 275 \text{ unit per hari} = 100.375, S = \$10, \text{ dan } H = \$0.30$$

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2 \times 100.375 \times 10}{0.30}} = 2.586.83 \text{ unit, dibulatkan menjadi } 2587 \text{ unit}$$

$$\sigma_{dLT} = \sqrt{5(30)^2 + 275^2 \cdot 1^2} = (4500)^{0.5} + (75.625)^{0.5} = 283.06$$

$$\text{Safety stock (B)} = 2.33 \times 283.06 = 659.54 \text{ unit, dibulatkan } 660 \text{ unit}$$

$$R = 275 \times 5 + 660 \text{ unit} = 2035 \text{ unit.}$$

$$TIC = \frac{2587}{2}(0.30) + \frac{100.375}{2587}(10) + 660(0.30) = \$974.05$$

Pemecahan kasus akan dilakukan dengan memakai perangkat lunak POM-for-Windows dan lembar kerja Excel. Pemecahan dengan POM for Windows disajikan dalam Gambar 15.16. Dalam Gambar 15.16 terlihat bahwa hasil pemecahan adalah sama, yaitu sebagai berikut.

- 1) Zscore pada 99% = 2.33.
- 2) Pemakaian dalam LT = $275 \times 5 = 1375$ unit.
- 3) Safety stock = 659.54 dibulatkan menjadi 660 unit.
- 4) $R = 1375 + 660 = 2035$ unit (hasil pembulatan).
- 5) Hal yang kurang pada pemecahan dengan POM for Windows ialah tidak menghitung Q_{opt} dan TIC.

Parameter	Value	Parameter	Value
Daily demand (d-bar)	275	Z value	2.33
Demand Std dev (sigma-d)	30	Expected demand during lead time	1375
Service Level %	99	Safety Stock	899.54
Lead time (in days) (L)	5	Reorder point	2094.54
Lead time std dev (sigma-L)	1		

Gambar 15.16 Pemecahan Probabilistic Inventory dengan POM for Windows

Pemecahan dengan memakai lembar kerja Excel disajikan dalam Gambar 15.15.

Seperti pada proses sebelumnya, lebih dahulu dimasukkan *input* pemecahan. Hal itu dilakukan dengan langkah-langkah berikut ini.

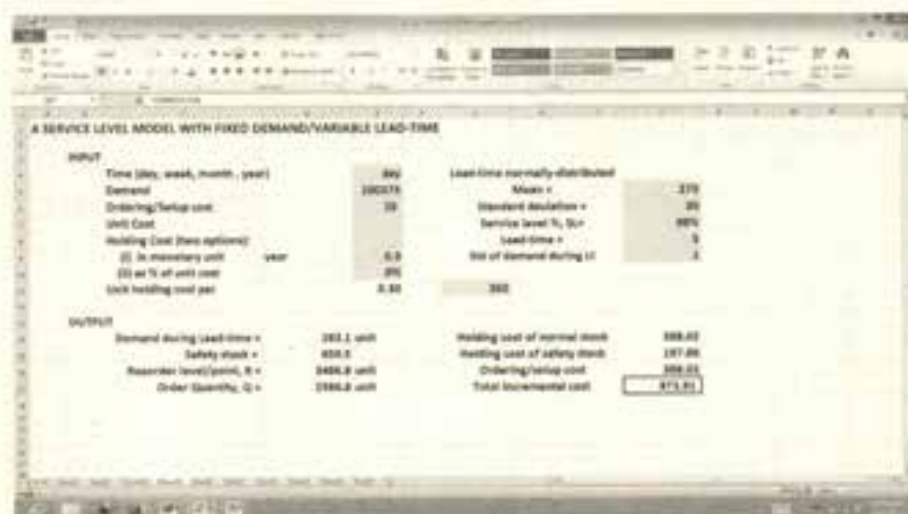
Di sel C4 diketik: TIME (year, month, week, day). Dalam contoh ini dipakai satuan hari maka di sel E4 diketik "day". Di sel C5 diketik: DEMAND maka di sel E5 ditulis rumus: "=J5*G11". Di sel C6 diketik: ORDERING/ SETUP COST dan di sel E6 ditulis nilai: "10". Di sel C7 diketik: UNIT COST, tidak dibutuhkan maka sel E7 dibiarkan kosong. Di sel C8 diketik: HOLDING COST (two options) dan di sel E8 diketik: (a) in monetary unit per year dan di sel E8 ditulis: 0.30, di sel C9 diketik (b) as % of unit cost, dan di sel E9 dibiarkan kosong (tidak dipakai). Di sel C11 diketik: UNIT HOLDING COST PER YEAR dan di sel E11 ditulis rumus: "=E9".

Di sel G4 ditulis sifat pengendalian sediaan, yaitu: LEAD-TIME NORMALLY-DISTRIBUTED. Di sel G5 ditulis: MEAN, pemakaian harian, di sel J5 ditulis "275". Di sel G6 ditulis: STANDARD DEVIATION dan di sel J6 ditulis "30". Di sel G7 ditulis: SERVICE LEVEL %, SL dan di sel J7 ditulis 99%, di sel G8 ditulis: LEAD TIME, dan di sel J8 ditulis: "5". Di sel G9 ditulis: STD OF DEMAND DURING LT, dan di sel J9 ditulis: "1".

Di sel C14 di tulis: DEMAND DURING LEAD-TIME dan di sel D14 diketik: "=SQRT((J8*J6^2)+(J5^2*J9^2))". Di sel C15 diketik: SAFETY STOCK, dan di sel

D15 diketik rumus: $=2.33*D14$. Di sel C16 diketik: REORDER LEVEL/POINT, R dan di sel D16 diketik rumus: $=(2.33*J8*J5)+D14$. Di sel C17 diketik: ORDER QUANTITY, Q, dan sama di atas, di sel D17 diketik rumus: $=SQRT(2*E5*E6/E11)$.

Di sel G14 ditulis: HOLDING COST OF NORMAL STOCK, dan di sel J14 ditulis rumus: $=D17*E11/2$. Di sel G15 ditulis: HOLDING COST OF SAFETY STOCK dan di sel J15 ditulis rumus: $=D15*E11$, di sel G16 ditulis: ORDERING/SETUP COST dan di sel J16 ditulis rumus: $=E6*E5/D17$. Di sel G17 ditulis: TOTAL INCREMENTAL COST dan di sel J17 ditulis rumus: $=SUM(J14:J16)$.



Gambar 15.17 Pemecahan Probabilistic Inventory dengan Lembar Kerja Excel

Hasil yang diperoleh dari pemecahan ini sama dengan pemecahan secara manual. Perbedaan yang terjadi hanya karena di cara manual dilakukan pembulatan atas hasil yang diperoleh.

J. Fixed Period Model

Model ini memiliki karakteristik berikut.

- 1) Memiliki interval sistem interval *reorder* yang tetap, atau sistem *reorder* secara periodik.
- 2) Ada empat asumsi dari penerapan perhitungan EOQ yang diadopsi, yaitu sebagai berikut.
 - a) Tidak ada kendala pemesanan sebesar *lot size*. Setiap pesanan dapat dipenuhi.

- b) Biaya penyimpanan dan pemesanan.
- c) Memiliki sifat permintaan independen.
- d) *Lead time* diketahui dan tetap. Pesanan ditempatkan untuk menjamin dicapainya target level sediaan, T , ketika waktu yang ditentukan sebelumnya, P , telah berlalu.

Contoh:

Sebuah pusat distribusi memiliki suatu *back order* (BO) untuk TV berwarna ukuran 36 inch sebanyak 5 set. Saat ini, tidak ada persediaan di gudang (OH), dan sekarang waktunya untuk melakukan *review*. Berapa yang harus dipesan kembali jika $T = 400$ dan tidak sesuai dengan penerimaan yang dijadwalkan. Pilihlah periode waktu antara waktu *review* (P). Pesanan untuk mencapai level (T) ketika permintaan bervariasi dan LT adalah konstan akan sama dengan rata-rata *demand* selama periode proteksi ($P + L$) + *safety stock*. $T = (P+L) + \text{safety stock}$ untuk interval proteksi. $\text{Safety stock} = Z\sigma_{p+L}$ dan $\sigma_{p+L} = \sigma_d\sqrt{P+L}$

Pemecahan:

$$IP = OH + SR - BO$$

Dimana: $IP = \text{inventory on periodical review}$. $OH = \text{inventory on hand}$, $SR = \text{receipt scheduled}$ dan $BO = \text{back order}$.

$IP = 0 + 0 - 5 = -5$ unit dan yang harus dipesan, $T - IP = 400 - (-5) = 405$ set.

Contoh kedua:

Anggaplah bahwa rata-rata permintaan makanan burung 18 unit per minggu dengan simpangan baku 5 unit. *Lead time* 2 minggu. Biaya order \$45 dan biaya penyimpanan \$15. Tentukan *safety stock* dan *reorder point* jika level servis yang diinginkan 90 persen. Tentukan Q_{opt} . ($t = 1$ minggu, $d = 18$ unit per minggu dan $L = 2$ minggu).

Pemecahan:

$$\sigma_L = \sigma_d \sqrt{L} = 5\sqrt{2} = 7.1$$

$\text{Safety stock} = Z\sigma_L$ dan nilai Z score pada 90 level service = 1.28
 $= 1.28(7.1) = 9.1$ unit dibulatkan menjadi 9 unit.

$\text{Reorder point} = d \times L + \text{safety stock} = 18 \times 2 + 9$ unit = 45 unit.

$$Q = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = \sqrt{\frac{2 \times (52 \times 18) \times 45}{15}} = \sqrt{\frac{84.240}{15}} = (5616)^{0.5} = 74.94 \text{ dibulatkan menjadi } 75 \text{ unit.}$$

$$TIC = \frac{936}{75}(45) + \frac{75}{2}(15) + 9(15) = 561.60 + 562.50 + 135 = \$1259.10$$

Pemecahan dengan memakai lembar kerja Excel disajikan pada Gambar 15.18. Proses membuat lembar kerja pemecahan diuraikan dalam pembahasan berikut.

A PERIODIC REVIEW (i.e. fixed period) MODEL			
INPUT			
Time (day, week, month, year)	week	Lead-time normally distributed	
Ordering/Setup cost	\$45.00	Mean =	18
Unit Cost	\$10.00	Standard deviation =	5
Holding Cost (two options)		Service level %, SL =	95%
(a) in monetary unit	\$15.00	Lead-time, LT	2 week
(b) as % of unit cost		Review Period =	2 week
Unit holding cost per week	\$1.00	Stock on hand =	0
			\$0
OUTPUT			
Reorder level (unit, R)	65.1	Holding cost of safety stock	\$125.76
Order Quantity, Q =	74.8	Holding cost of normal stock	\$96.00
Safety stock =	8.1	Ordering/Setup cost	\$261.00
		Total cost per week	\$1259.10

Gambar 15.18 Pemecahan *Periodic Review of Inventory* dengan Lembar Kerja Excel

Mula-mula dibuat sel untuk memasukkan *input*, yaitu sel E5:E10 dan J6:J11, serta G12. Di sel C5 ditulis: TIME (day, week, month, year), dan untuk kasus ini memakai satuan minggu. Oleh karena itu, di sel E5 ditulis: "week". Di sel C6 ditulis: ORDERING/SETUP COST dan di E6 ditulis: \$45. Di sel C7 ditulis: UNIT COST dan di sel E7 ditulis: \$10. Di sel C8 ditulis: HOLDING COST (two options) maka di sel C9 ditulis: (a) in monetary unit, dan C10 ditulis: (b) as % of unit cost. Contoh ini memakai biaya penyimpanan dalam satuan uang per unit sehingga di sel E9 ditulis: \$15. Di sel C11 ditulis: UNIT HOLDING COST PER UNIT TIME dan di sel E11 ditulis rumus: "=E9/G12".

Di sel G6 ditulis: MEAN, yaitu rata-rata pemakaian per minggu dan di sel J6 ditulis angka: 18. Di sel G7 ditulis: STANDARD DEVIATION, dan di sel J7 ditulis angka: 5. Di sel G8 ditulis: SERVICE LEVEL %, SL, di sel J8 ditulis: 90%, di sel G9 ditulis: LEAD-TIME, LT dan di sel J9 ditulis: 2. Di sel G10 ditulis: REVIEW PERIOD, karena tidak ada informasi maka di sel J10 ditulis 0. Di sel G11 ditulis: STOCK-ON-HAND, karena tidak sedia maka di sel J11 ditulis: 0. Sel untuk *output* disediakan sel C15:J18.

Di sel C15 diketik: REORDER LEVEL/POINT, R, dan di sel D15 ditulis rumus: $=J6*(J9+J10)+D17$. Di sel C16 ditulis: ORDER QUANTITY, Q, di sel D16 ditulis rumus: $=SQRT((2*J6*G12*E6)/(E9))$ dan di sel C17 ditulis: SAFETY STOCK, dan di sel D17 ditulis rumus: $=(1.28*(J7*2^0.5))$.

Di sel G15 ditulis: HOLDING COST OF SAFETY STOCK, dan di sel J15 ditulis rumus: $=D17*E9$. Di sel G16 ditulis: HOLDING COST OF NORMAL STOCK, di sel J16 ditulis rumus: $=(D16/2)*E9$. Di sel G17 ditulis: ORDERING/SETUP COST dan di sel J17 ditulis rumus: $=(J6*G12)/D16*E6$ dan di sel G18 ditulis: TOTAL COST PER UNIT TIME dan di sel J18 ditulis rumus: $=SUM(J15:J17)$.

Hasil yang diperoleh pada dasarnya sama dengan cara manual. Perbedaan hanya dijumpai pada aspek pembulatan sehingga hasil akhirnya berbeda.

2. *Dependent Inventory Control*

Model dependen ini disebut juga *Material Requirement Planning* (MRP). MRP cocok disesuaikan untuk menyelesaikan kebutuhan bahan pada usaha perakitan. Dependen karena kebutuhan akan bahan atau komponen tergantung pada target keluaran yang akan dihasilkan.

MRP ini dibangun atas tiga masukan, yaitu sebagai berikut.

- Target produksi sesuai *Master Production Scheduling* (MPS).
- Kebutuhan bahan atau komponen sesuai *Bill of Material* (BOM).
- Status persediaan menurut buku gudang atau *inventory record*.

MPS menunjukkan target produksi sebagai berikut.

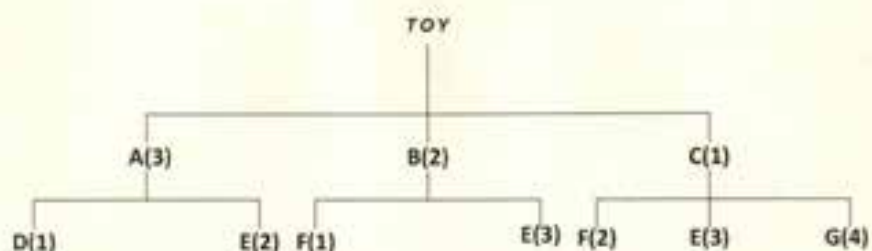
Minggu	1	2	3	4	5	6	7	8
Pemintaan		40		70	20	50		60

Kebutuhan bahan dapat dilihat dalam Diagram BOM dalam Gambar 15.17.

Sediaan awal komponen adalah: A 80 unit, B 65 unit, C 90 unit, D, E, F dan G tidak memiliki sediaan. Komponen A, C, D dan F memiliki *lead time* 1 minggu sedang B, E dan G *lead time* 2 minggu. Produk Toy tidak memiliki sediaan. Jika semua komponen sudah diterima keseluruhan maka perlu waktu 1 minggu untuk merakitnya.

Diminta:

Susun rencana pengadaan bahan/komponen untuk memenuhi MPS dengan pendekatan L4L (*lot-for-lot*).



Gambar 15.19 BOM dari Produk Boneka X

Pemecahan:

Minggu	1	2	3	4	5	6	7	8
Pemintaan				70	20	50		60

Produk Toy Sediaan: 0 Lt: 1 minggu	Jumlah kebutuhan				70	20	50		60
	Sediaan				0	0	0		0
	Kebutuhan bersih				70	20	50		60
	Jadwal penerimaan				70	20	50		60
	Pelaksanaan pemesanan				70	20	50		60
Komponen A Sediaan: 80 Lt: 1 minggu	Jumlah kebutuhan			210	60	150		180	
	Sediaan			80	0	0		0	
	Kebutuhan bersih			130	60	150		180	
	Jadwal penerimaan			130	60	150		180	
	Pelaksanaan pemesanan		130	60	150		180		
Komponen B Sediaan: 65 Lt: 2 minggu	Jumlah kebutuhan			140	40	100		120	
	Sediaan			65	0	0		0	
	Kebutuhan bersih			75	40	100		120	
	Jadwal penerimaan			75	40	100		120	
	Pelaksanaan pemesanan	75	40	100		120			
Komponen C Sediaan: 90 Lt: 1 minggu	Jumlah kebutuhan			70	20	50		60	
	Sediaan			90	20	0		0	
	Kebutuhan bersih			0	0	50		60	
	Jadwal penerimaan			0	0	50		60	
	Pelaksanaan pemesanan		0	0	50		60		
Komponen D Sediaan: 0 Lt: 1 minggu	Jumlah kebutuhan			130	60	150		180	
	Sediaan			0	0	0		0	
	Kebutuhan bersih			130	60	150		180	
	Jadwal penerimaan			130	60	150		180	
	Pelaksanaan pemesanan		130	60	150		180		

Minggu	1	2	3	4	5	6	7	8
Permintaan				70	20	50		60

Komponen E Sediaan: 0 Lt:2 minggu	Jumlah kebutuhan			485	240	750		900
	Sediaan			0	0	0		0
	Kebutuhan bersih			485	240	750		900
	Jadwal penerimaan			485	240	750		900
	Pelaksanaan pemesanan	485	240	750		900		
Komponen F Sediaan: 0 Lt:1 minggu	Jumlah kebutuhan		75	120	100	100	120	120
	Sediaan		0	0	0	0	0	0
	Kebutuhan bersih		75	120	100	100	120	120
	Jadwal penerimaan		75	120	100	100	120	120
	Pelaksanaan pemesanan	75	120	100	100	120	120	
Komponen G Sediaan: 0 Lt:1 minggu	Jumlah kebutuhan			280	80	200		240
	Sediaan			0	0	0		0
	Kebutuhan bersih			280	80	200		240
	Jadwal penerimaan			280	80	200		240
	Pelaksanaan pemesanan	280	80	200		240		

Penjelasan:

Produk akhir *Toy* memerlukan waktu 1 minggu untuk merakit Komponen A, B, dan C menjadi *Toy*. Dengan demikian, untuk membuat produk *Toy* sebanyak 70 unit pada minggu ke-4 harus sudah menerima komponen A, B, dan C pada minggu ke-3.

a. Komponen A

Memiliki sediaan awal 80 unit dan *lead time* 1 minggu. Kebutuhan total $3 \times 70 = 210$. Karena ada sediaan 80 unit maka yang dipesan 130 unit. *Lead time* komponen A = 1 minggu. Agar dapat diterima pada minggu ke-3, harus dipesan pada minggu ke-2 sebanyak 130 unit. Untuk target produksi 20 unit pada minggu ke-5, produksi 50 unit pada minggu ke-6, dan 60 unit pada minggu ke-8 tidak ada lagi sediaan. Jadi kebutuhan total sama dengan kebutuhan netto. Jadwal pemesanan harus bergerak 1 minggu didepan waktu harus diterima.

b. Komponen B

Memiliki sediaan 65 unit dan memiliki *lead time* 2 minggu. Produk *Toy* per unit memerlukan komponen B sebanyak 2 unit. Komponen B harus diterima pada

minggu ke-3 dan untuk keperluan itu, B harus dipesan 2 minggu sebelumnya, atau minggu ke-1 sebanyak $2 \times 70 \text{ unit} - 65 \text{ unit} = 75 \text{ unit}$. Untuk produksi 20 unit pada minggu ke-5, dibutuhkan komponen B sebanyak $2 \times 20 \text{ unit} = 40 \text{ unit}$. Harus memesan komponen B pada 40 unit 2 minggu lebih awal, yaitu pada minggu ke-2 agar dapat diterima pada minggu ke-4. Untuk produksi pada minggu ke-6 sebanyak 50 unit, harus memesan komponen B sebanyak 100 unit. Agar dapat diterima pada minggu ke-5, harus dipesan minggu ke-3. Demikian seterusnya untuk produksi berikutnya.

c. Komponen C

Komponen C ini memiliki sediaan 90 unit dan *lead time* 1 minggu. Komponen C ini dibutuhkan 1 unit dalam pengerjaan Toy. Dengan demikian, dalam memenuhi jadwal pengerjaan pada minggu ke-4 sebesar 70 unit, komponen C melebihi kebutuhan sehingga tidak perlu melakukan pemesanan baru, bahkan memiliki sisa sediaan 20 unit. Jadwal pada minggu ke-5, targetnya 20 unit sehingga diperlukan komponen C 20 unit. Oleh karena jumlah sediaan dapat memenuhi kebutuhan maka tidak perlu melakukan pemesanan baru. Jadwal pada minggu ke-6 memiliki target 50 unit. Komponen C yang dibutuhkan adalah 50 unit. Ini harus dilakukan pemesanan baru. Sediaan harus diterima pada minggu ke-5 dan karena itu pemesanan harus dilakukan pada minggu ke-4. Demikian pula pada jadwal minggu ke-8 dengan target keluaran sebanyak 60 unit, mengharuskan pemesanan baru komponen C sebanyak 60 unit. Pesanan harus diterima pada minggu ke-7 sehingga pemesanan harus dilakukan pada minggu ke-6 sebanyak 60 unit.

d. Komponen D

Komponen D atau tepatnya subkomponen D adalah bahan yang dipakai untuk merakit komponen A. Dalam pembahasan ini dipakai istilah komponen D semata-mata untuk kemudahan analisis. Komponen dibutuhkan 1 unit untuk membuat A dan A dibutuhkan 3 unit untuk menyelesaikan pengerjaan 1 unit Toy. *Lead time* juga 1 minggu. Dengan demikian, untuk memenuhi jadwal pengerjaan pada minggu ke-4 dengan target produksi 70 unit maka dibutuhkan untuk memesan $1 \times 3 \times 70 \text{ unit} = 210 \text{ unit}$. Akan tetapi, karena komponen A memiliki sediaan sehingga yang dipesan dan harus dibuat hanya 130 unit. Oleh karena itu, komponen D yang harus dipesan adalah 130 unit, bukan 210 unit. Pesanan ini harus dapat diserahkan dalam minggu

ke-3. Oleh karena *lead time* selama 1 minggu maka pesanan harus dilakukan pada minggu ke-2. Pelaksanaan produksi dalam minggu ke-5 dengan target produksi 20 unit maka komponen D yang dibutuhkan adalah $1 \times 3 \times 20$ unit = 60 unit. Komponen D ini harus dipesan dalam minggu ke-3 agar dapat diserahkan membuat A dalam minggu ke-4. Demikian untuk target produksi berikutnya.

e. **Komponen E**

Komponen E sesuai BOM adalah subkomponen dari A, B, dan C. Untuk membuat komponen A dibutuhkan 2 unit, untuk komponen B dibutuhkan 3 unit, dan untuk komponen C dibutuhkan 3 unit. *Lead time* komponen E adalah 2 minggu. Perhitungan kebutuhan sebagai berikut.

- 1) Untuk jadwal Minggu ke-4 dengan target 70 unit, membuat A = $2 \times 3 \times 70$ unit = 420 unit. Karena A memiliki sediaan sehingga yang harus dibuat hanya 130 unit, kebutuhan = 2×130 unit = 260 unit. Untuk jadwal minggu ke-5, target produksi 20 unit. Sediaan komponen A sudah habis sehingga E dibutuhkan = $3 \times 2 \times 20$ unit = 120 unit. Untuk jadwal minggu ke-6 dengan target produksi 50 unit, komponen E yang diperlukan = $2 \times 3 \times 50$ unit = 300 unit. Pada jadwal minggu ke-8 dengan target produksi 60 unit, dibutuhkan untuk membuat komponen A = $2 \times 3 \times 60$ unit = 360 unit.
- 2) Untuk membuat komponen B dibutuhkan = $3 \times 2 \times 70$ unit = 420 unit. Oleh karena ada sediaan B sebanyak 65 unit maka yang pesan hanya 75 unit. Komponen D yang harus dipesan = 3×75 unit = 225 unit. Untuk jadwal minggu ke-5, kebutuhan untuk membuat B = $3 \times 2 \times 20$ unit = 120 unit. Untuk jadwal minggu ke-6 dengan target produksi 50 unit, komponen E yang diperlukan = $3 \times 2 \times 50$ unit = 300 unit. Pada jadwal minggu ke-8 dengan target produksi 60 unit, dibutuhkan untuk membuat komponen B = $3 \times 2 \times 60$ unit = 360 unit.
- 3) Untuk membuat komponen C dibutuhkan = $3 \times 1 \times 70$ unit = 210 unit. Komponen C memiliki sediaan 90 unit sehingga untuk mengerjakan produk dalam minggu ke-4 tidak ada pemesanan dan juga tidak memesan E untuk membuat C. Untuk jadwal minggu ke-5, C yang dibutuhkan 20 unit, dan sisa komponen C juga 20 unit sehingga tidak perlu memesan baru. Oleh karena itu, komponen E juga tidak perlu dipesan untuk membuat

komponen C. Untuk jadwal minggu ke-6 dengan target produksi 50 unit, komponen E yang diperlukan = $3 \times 1 \times 50 \text{ unit} = 150 \text{ unit}$. Pada jadwal minggu ke-8 dengan target produksi 60 unit, dibutuhkan untuk membuat komponen C = $3 \times 1 \times 60 \text{ unit} = 180 \text{ unit}$.

Untuk keperluan pengerjaan yang dipesan hanya untuk membuat A sebanyak 260 unit dan membuat B sebanyak 225 unit. Pesanan untuk membuat B harus di-order lebih awal karena *lead time* B adalah 2 minggu sedang A hanya 1 minggu. Kebutuhan akan komponen E untuk pengerjaan pada minggu ke-5 sebanyak 120 untuk komponen A dan 120 unit untuk komponen B. Seluruhnya 240 unit. Kebutuhan akan komponen E untuk pengerjaan pada minggu ke-6 sebanyak 300 unit untuk komponen A dan 300 unit untuk komponen B dan 150 unit untuk membuat C. Seluruhnya 750 unit. Kebutuhan akan komponen E untuk pengerjaan pada minggu ke-8, sebanyak 360 unit untuk komponen A, 360 unit untuk komponen B, dan 180 unit untuk membuat C. Seluruhnya 900 unit.

f. Komponen F

Komponen F sesuai BOM adalah subkomponen dari B dan C. Untuk membuat komponen B dibutuhkan 1 unit dan untuk komponen C dibutuhkan 2 unit. *Lead time* komponen F adalah 1 minggu. Perhitungan kebutuhan sebagai berikut.

- 1) Untuk membuat komponen B dibutuhkan = $1 \times 2 \times 70 \text{ unit} = 140 \text{ unit}$. Oleh karena ada sediaan B sebanyak 65 unit maka yang pesan hanya 75 unit. Komponen F yang harus dipesan = $1 \times 75 \text{ unit} = 75 \text{ unit}$. Untuk jadwal minggu ke-5, kebutuhan untuk membuat B = $3 \times 2 \times 20 \text{ unit} = 120 \text{ unit}$. Untuk jadwal minggu ke-6 dengan target produksi 50 unit, komponen F yang diperlukan = $1 \times 2 \times 50 \text{ unit} = 100 \text{ unit}$. Pada jadwal minggu ke-8 dengan target produksi 60 unit, dibutuhkan untuk membuat komponen B = $2 \times 1 \times 60 \text{ unit} = 120 \text{ unit}$.
- 2) Untuk membuat komponen C dibutuhkan = $2 \times 1 \times 70 \text{ unit} = 140 \text{ unit}$. Komponen C memiliki sediaan 90 unit sehingga untuk mengerjakan produk dalam minggu ke-4 tidak ada pemesanan, dan juga tidak memesan F untuk membuat C. Untuk jadwal minggu ke-5, C yang dibutuhkan 20 unit, dan sisa komponen C juga 20 unit sehingga tidak perlu memesan baru. Oleh karena itu, komponen F juga tidak perlu

dipesan untuk membuat komponen C. Untuk jadwal minggu ke-6 dengan target produksi 50 unit, komponen F yang diperlukan = $2 \times 1 \times 50$ unit = 100 unit. Pada jadwal minggu ke-8 dengan target produksi 60 unit, dibutuhkan untuk membuat komponen C = $2 \times 1 \times 60$ unit = 120 unit.

Rekapitulasi:

Untuk keperluan pengerjaan minggu ke-4 yang dipesan untuk membuat B sebanyak 75 unit. Pesanan untuk membuat B harus di-order lebih awal karena *lead time* B adalah 2 minggu. Kebutuhan akan komponen F untuk pengerjaan pada minggu ke-5 hanya sebanyak 120, untuk komponen B dan untuk komponen C tidak ada pesanan. Seluruhnya 120 unit. Kebutuhan akan komponen F untuk pengerjaan pada minggu ke-6, sebanyak 100 unit untuk komponen B dan 100 unit untuk komponen C. Seluruhnya 200 unit. Untuk kebutuhan B, di-order lebih awal 1 minggu.

Kebutuhan akan komponen F untuk pengerjaan pada minggu ke-8, sebanyak 120 unit untuk komponen B dan 120 unit untuk komponen C sehingga seluruhnya 240 unit. Kebutuhan B di-order lebih awal 1 minggu.

g. Komponen G

Komponen G sesuai BOM adalah subkomponen dari C. Untuk membuat Komponen C dibutuhkan 4 unit. *Lead time* komponen G adalah 2 minggu. Perhitungan kebutuhan sebagai berikut.

Jadwal minggu ke-4, target produksi 70 unit. Kebutuhan komponen G = $4 \times 1 \times 70 = 280$ unit. *Lead time* 2 minggu. Jadwal minggu ke-5, target produksi 20 unit. Kebutuhan komponen G = $4 \times 1 \times 20 = 80$ unit. Jadwal minggu ke-6, target produksi 50 unit. Kebutuhan komponen G = $4 \times 1 \times 50 = 200$ unit. Jadwal minggu ke-8, target produksi 60 unit. Kebutuhan komponen G = $4 \times 1 \times 60 = 240$ unit.

DAFTAR PUSTAKA

- Adam, Everett E (Jr) dan R.J. Ebert. 1992. *Production And Operations Management: Concept, Models, and Behavior*. New Jersey: Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- Barlow, John F. 2005. *Excel Models for Business and Operations Management*, 2nd Edition, John Wiley & Sons Ltd. England: The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ.
- Buffa, Elwood S. dan J.S. Dyer. 1978. *Essentials of Management Science/ Operations Research*. Santa Barbara: Jhon Wiley and Sons.
- Buffa, Elwood S. dan R.K. Sarin. 1987. *Modern Production/Operations Management*. New York: Jhon Wiley and Sons.
- Chase, Richard B. dan N.J. Aquilano. 1990. *Production and Operations Management: A Life Cycle Approach*. Illinois, Richard D. Irwin. Inc.
- Delmar, Donald. 1985. *Operations and Industrial Management: Designing and Managing for Productivity*. New York: McGraw Hill Book Company.
- Dervitsiotis, K.N. 1984. *Operations Management*. Auckland: McGraw Hill International Book Company.
- Douglas, E.J. 1987. *Managerial Economics: Analysis and Strategy*. New Jersey: Prentice Hall International Inc.
- Forgionne, Guisseppi A. 1990. *Quantitative Management*. Chicago: The Dryden Press.
- Haming, Murdifi dan Mahfud Nurnajamuddin. 2014. *Manajemen Produksi Modern: Operasi Manufaktur dan Jasa*. Edisi Kedua. Jakarta: Penerbit Bumi Aksara.
- _____. 2014. *Manajemen Produksi Modern: Operasi Manufaktur dan Jasa*. Edisi Ketiga. Jakarta: Penerbit Bumi Aksara.
- Heizer, Jay dan Barry Render. 2008. *Operations Management*. 9th edition. New Jersey: Upper Saddle River.
- Jacobs, F. Robert, Richard B. Chase dan Nicholas J. Aquilano. 2009. *Operations*

- and Supply Management*. 12th edition. Boston Burr Ridge: McGraw-Hill International Edition.
- Jensen, Paul O dan Jonathan F. Bard. 2003. *Operations Research Models and Methods*. New York: John Wiley and Sons.
- Kothari, C.R. 1978. *Quantitative Techniques*. New Delhi : Vikas Publishing House PVT Ltd.
- Levin, R.L., D.S. Rubin, J.P. Stinson dan E.S. Gardner (Jr). 1989. *Quantitative Approaches to Management*. New York: McGraw Hill Inc.
- Mulyono, Sri. 2004. *Riset Operasi*. Jakarta: Penerbitan Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- Nasendi, B.D. dan Affendi Anwar. 1985. *Program Linear dan Variasinya*. Jakarta: PT Gramedia.
- Pappas, J.L. dan M. Hirschey. 1987. *Managerial Economics*. Chicago: The Dryden Press.
- Petersen, H.C. dan W.C. Lewis. 1986. *Managerial Economics*. New York: MacMillan Publishing Company.
- Rosenberg, Jerry M. 1993. *Dictionary of Business and Management*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Russell, R.S. dan B.W. Taylor III. 2000. *Operations Management: Multimedia Version*. New Jersey: The Prentice Hall Inc.
- Shore, Barry. 1973. *Operations Management*. Tokyo: McGraw Hill Kogakusha, Ltd.
- Siswanto. 2007. *Operations Research*. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Spencer, M.H.,K.K. Seo dan M.G. Simkin. 1975. *Managerial Economics: Text, Problems, and Short Cases*. Illinois: Richard D. Irwin, Inc.
- Taha, Hamdy A. 2003. *Operations Research: An Introduction*. 7th ed. New Jersey: Pearson Education International.
- Waters, Donald. 1994. *Quantitative Methods for Business*. England: Addison Wesley Publishing Company Inc.
- Winston, Wayne L. 2004. *Operations Research: Applications and Algorithms*. 4th edition. Australia: Thomson Books/Cole.

PROFIL PENULIS



Prof. H. Murdifin Haming, S.E., M.Si., Ph.D., pernah bekerja di Direktorat Jenderal Perhubungan Laut, Departemen Perhubungan RI. cq. Kesyahbandaran Kelas I Makassar sampai dengan akhir 1982. Setelah itu, penulis beralih dan diangkat menjadi dosen negeri cq Kopertis Wilayah IX dan dipekerjakan di Fakultas Ekonomi Universitas Muslim

Indonesia (UMI) Makassar sejak 01 Maret 1984. Penulis juga berpengalaman dalam penelitian bidang Manajemen, Riset Operasional, dan Manajemen Operasional. Sejak bekerja di Fakultas Ekonomi, ia dipercayakan mengampu mata kuliah *Operations Research*, Manajemen Operasional, Statistik Bisnis, Manajemen Keuangan, dan Studi Kelayakan Bisnis. Pada jenjang Magister Manajemen dan Doktor Ilmu Manajemen, disertai amanah untuk mengampu mata kuliah Manajemen Produksi/Operasional, Manajemen Operasional Lanjutan, dan Teori Manajemen Lanjutan.

Karya yang telah ia terbitkan adalah Penilaian Kelayakan Rencana Penanaman Modal: Sebuah Studi Proyek Bermotif Laba (Gajah Mada University Press, Yogyakarta), Studi Kelayakan Investasi: Proyek dan Bisnis (Lembaga Manajemen PPM, Jakarta), Manajemen Produksi Modern : Operasi Manufaktur dan Jasa (Bumi Aksara, Jakarta), dan Studi Kelayakan Investasi: Proyek dan Bisnis (Bumi Aksara, Jakarta). Saat ini, penulis merupakan Guru Besar Ilmu Manajemen di Fakultas Ekonomi dan Program Pascasarjana, Universitas Muslim Indonesia (UMI) Makassar, serta Ketua Badan Pengawas Yayasan Wakaf Universitas Muslim Makassar (UMI) Makassar.



Dr. Ramlawati, S.E., M.M. Penulis menjadi dosen tetap Yayasan Wakaf Universitas Muslim Indonesia (UMI) Makassar sejak 01 Oktober 1988, di Fakultas Ekonomi UMI sampai sekarang. Sejak diangkat sebagai dosen, ia dipercaya mengampu mata kuliah Manajemen Operasional, Riset Operasional, Manajemen Keuangan, Studi Kelayakan

Bisnis, dan Perilaku Organisasi. Dijenjang S-2 dan S-3 dipercaya mengampu mata kuliah Manajemen Operasional, Manajemen Keuangan, dan Perilaku Organisasi. Ia berpengalaman dalam penelitian Manajemen Operasional dan Riset Operasional, serta penelitian di bidang Keuangan Daerah dan Perpajakan. Ia merupakan Lektor Kepala Bidang Ilmu Manajemen Operasional, Riset Operasional, Manajemen Keuangan, Perilaku Organisasi, dan Manajemen Investasi di Fakultas Ekonomi UMI Makassar. Di samping sebagai dosen FE-UMI juga dipercaya sebagai Bendahara Inkubator Bisnis di bawah Yayasan Wakaf UMI Makassar.



Dr. Suriyanti, S.E, M.M. Penulis pernah bekerja di PT Adhi Karya Makassar. Ia menjadi dosen tetap Yayasan Wakaf UMI Makassar sejak 01 Januari 1991. Sejak diangkat sebagai dosen, ia dipercaya mengampu mata kuliah Manajemen Operasional, Riset Operasional, Manajemen Keuangan, serta Studi Kelayakan Bisnis dan Teori Manajemen. Pada jenjang

S-2 dan S-3, ia dipercaya mengampu mata kuliah Manajemen Operasional dan Manajemen Keuangan. Ia berpengalaman dalam penelitian Manajemen Operasional dan Riset Operasional, serta penelitian di bidang Keuangan Daerah dan Perpajakan. Ia merupakan Lektor Kepala Bidang Ilmu Manajemen Operasional, Riset Operasional, Manajemen Keuangan, Studi Kelayakan Bisnis dan Teori Manajemen di Fakultas Ekonomi UMI Makassar. Di samping sebagai dosen FE-UMI, ia juga dipercaya sebagai Sekretaris Jurusan Manajemen FE UMI Makassar



Dr. Imaduddin, S.T., M.M. Penulis pernah bekerja di Galangan Kapal Pan United, Batam. Setelah itu, ia beralih dan diangkat menjadi dosen Yayasan Wakaf Universitas Muslim Indonesia (UMI) Makassar dan dipekerjakan di Fakultas Ekonomi UMI Makassar sejak 01 Oktober 2014.

Ia berpengalaman di bidang penelitian bidang Riset Operasional dan Manajemen Operasional. Sejak bekerja di Fakultas Ekonomi, ia dipercayakan mengampu mata kuliah *Operations Research*, Manajemen Operasional, Studi Kelayakan Bisnis, serta Metode Penelitian dan Analisis Kuantitatif. Dijenjang S-2, ia dipercaya mengampu mata kuliah Manajemen Produksi/Operasional, serta Metode Penelitian dan Analisis Kuantitatif.

Ia merupakan Lektor dalam Bidang Ilmu Manajemen Operasional, Riset Operasional, Metodologi Penelitian, dan Manajemen Pemasaran di Fakultas Ekonomi UMI Makassar.

OPERATION RESEARCH

Teknik Pengambilan Keputusan Optimal

Buku *OPERATIONS RESEARCH: Teknik Pengambilan Keputusan Optimum* disusun untuk memenuhi bahan bacaan dari mahasiswa Fakultas Ekonomi, Fakultas Manajemen dan Bisnis, terutama Program Studi Manajemen. Buku ini disajikan secara komprehensif, dengan memadukan konsep teoretik dan praktik pengambilan keputusan pada organisasi yang berorientasi laba maupun nirlaba. Materi dalam buku ini juga berisi contoh-contoh nyata di dunia bisnis sehingga dengan memakai konsep teoretik pemecahan masalah, kasus bisnis di dunia nyata dapat dipecahkan secara objektif dan optimal.

Peralatan pemecahan disajikan dengan menggunakan tiga metode umum, yaitu metode pemecahan dengan memakai perangkat lunak siap pakai, memakai lembar kerja Excel disertai panduan membuat program pemecahan, dan metode manual (*handmade solution*). Dengan demikian, pebelajar dan pembaca dapat dengan mudah mengimplementasikannya dalam praktik, untuk memecahkan kasus nyata yang dihadapi sehari-hari.



Prof. H. Murdidin Haming, S.E., M.Si., Ph.D., adalah Guru Besar Ilmu Manajemen di Fakultas Ekonomi dan Program Pascasarjana Universitas Muslim Indonesia (UMI) Makassar, serta Ketua Badan Pengawas Yayasan Wakaf UMI Makassar.



Dr. Ramlawati, S.E., M.M., adalah Lektor Kepala Bidang Ilmu Manajemen Operasional, Riset Operasional, Manajemen Keuangan, Perilaku Organisasi, dan Manajemen Investasi di Fakultas Ekonomi UMI Makassar.



Dr. Suriyanti, S.E., M.M., adalah Sekretaris Jurusan Manajemen UMI Makassar, serta Lektor Kepala Bidang Ilmu Manajemen Operasional, Riset Operasional, Manajemen Keuangan, Studi Kelayakan Bisnis, dan Teori Manajemen di Fakultas Ekonomi UMI Makassar.



Dr. Imaduddin, S.T., M.M., Lektor Bidang Ilmu Manajemen Operasional, Riset Operasional, Metodologi Penelitian, dan Manajemen Pemasaran di Fakultas Ekonomi UMI Makassar.



Jl. Sewo Raya No. 18, Rawamangun
Jakarta Timur - 13220, Indonesia
Telp. : (021) 4700988 / 4757544
Fax. : (021) 4700989
Site : www.bumiaksara.com
www.bumiaksaraonline.com
Email : editorial@bumiaksara.com
marketing@bumiaksara.com

ISBN 978-602-444-032-9



9 786024 440329

Operation Research, Teknik Pengambilan
Keputusan Optimal